



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

机械振动 与噪声

主 编 羊拯民



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

机械振动与噪声

Jixie Zhendong yu Zaosheng

主 编	羊拯民	
副主编	高玉华	
参 编	朱忠奎	卢剑伟
审 阅	王其东	



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容简介

本书介绍了线性离散系统、连续系统、随机机械振动和机械噪声的基本概念、原理和分析方法,并列举了许多工程技术实例。

全书共分6章:结论、单自由度系统的振动、多自由度系统的振动、连续体振动、随机振动及噪声的声学原理。各章均附有思考题与习题。

本书叙述深入浅出,层次分明,取材得当,可以作为工科相关专业本科生或研究生的教科书或参考书(根据需要选择40~80学时讲授),也可供有关工程技术人员和研究人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

机械振动与噪声/羊拯民主编. —北京:高等教育出版社,2011.6

ISBN 978-7-04-031395-6

I. ①机… II. ①羊… III. ①机械振动-高等学校-教材②机器噪声-高等学校-教材 IV. ①TH113.1②TB533

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第120592号

策划编辑 卢 广	责任编辑 沈志强	封面设计 于 涛	版式设计 马敬茹
插图绘制 尹 莉	责任校对 刘春萍	责任印制 韩 刚	

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印 刷 北京市朝阳展望印刷厂
开 本 787×960 1/16
印 张 13
字 数 240000
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版 次 2011年6月第1版
印 次 2011年6月第1次印刷
定 价 20.80元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物 料 号 31395-00

前 言

随着我国工业和科学技术的飞速发展,产品愈加精密化、高速化,为了保证它们具有良好、可靠的性能,振动与噪声问题已成为工程技术领域普遍需要认真研究和解决的重要课题。由于计算机的运用以及先进振动测量和分析技术的出现,振动理论和噪声控制技术的研究及应用有了许多重要发展。今天,振动与噪声理论已成为工程技术人员正确进行产品和结构的动力特性设计和提高产品技术性能所必须具备的基础知识。因此在许多高等院校中,振动与噪声的基本理论已是许多相关专业的一门必修(或选修)课程。

本书是在作者多年来的教学实践经验、科研成果基础上对原编讲义进行多次修改而重新编写的。编写时力图用较小的篇幅系统地表达振动与噪声学的最基本的内容和概念,旨在帮助读者掌握振动与噪声的基础理论、建模技能和分析计算方法,并培养对工程或产品进行振动分析与控制设计和解决工程中有关振动问题的能力。

本书在取材与编排上有以下特点:

1. 遵循振动与噪声学科的基本体系,在阐明基础理论的同时注意理论与工程实际的结合。书中除有工程中经典的例子外,每章后还列了一些思考题和习题。

2. 在总结多年科研与教学的基础上,注意吸收国内外振动与噪声领域近年来的研究成果;叙述上注重剖析基本概念,重点突出,力求做到深入浅出。

3. 力求做到少而精。过去,为了学习振动与噪声,高等学校常要开设线性振动、随机振动和噪声等几门课。这样不仅学时多,课与课之间也多有重复,并且需要使用多门课程的教材,造成繁而杂的局面。本书将线性振动、随机振动、噪声理论与控制等内容浓缩在一起。对本科生来讲,只需掌握书中的内容就完全可以满足培养目标的要求。

4. 注意与相关课程间的配合与衔接,以及对已学知识必要的重复运用。本书第1、2章介绍振动系统的理论基础与描述方法,因此是读者首先要学习的内容。虽然有些读者已在理论力学或物理学中学过单自由度系统的振动理论,但本书对这一内容进行了扩展与深化,介绍了许多有意义的实际应用,并需完成许多有典型意义的作业,从而使读者牢固、深刻地建立起正确的概念,掌握其基本原理和分析方法。

第3章介绍两自由度系统振动理论,第3章是第2章内容的推广应用。第4章通过杆的纵向振动、横向振动、扭转振动、弯曲振动等,介绍连续系统振动问题的基本概念和分析方法,并且还介绍传递矩阵法(处理链状结构振动问题的一种有效方法),以及该方法在计算曲轴扭转振动及轴系临界转速等工程问题中的广泛应用。第5章介绍随机振动的时域分析、频域分析、多输入、多输出、激励与响应的基本概念和物理意义及它们在工程中的应用问题。

考虑到现代结构力学的发展和计算机应用的需求,本书在多自由度振动理论与连续体振动理论中应用线性代数的分析方法,重点分析两自由度系统振动问题,深入浅出地阐明多自由度系统的概念与解题方法。

第6章介绍噪声的产生机理、噪声的基本定律和测试与评价方法,并简明介绍控制噪声的基本方法与原理。

本书在编写的过程中得到了许多兄弟院校和单位提供的参考建议和帮助,书中还引用了一些单位的科研成果,最后承蒙合肥工业大学研究生处处长、博士生导师王其东教授仔细审阅,并提出了许多宝贵的修改意见。苏州大学王诗彬、龚海健、赵凯、邱哲峰等四位硕士研究生及合肥供水集团有限公司杨靖东等在文字输入、校对、绘图等方面做了很多工作,为确保本书按时保质完成给予了大力支持。合肥工业大学教务处在本书编写过程中给予了物质与精神上的支持。在此一并表示感谢。

参加本书编写的有合肥工业大学羊拯民、卢剑伟、高玉华,苏州大学朱忠奎,其中朱忠奎编写第1~3章,高玉华编写第4章,卢剑伟编写第5章,羊拯民编写第6章。全书由羊拯民负责统稿编排。

振动与噪声问题在我国科技界日益受到重视,但目前我国出版的振动与噪声方面的教材与书籍能适应有关工程技术人员和工科院校教学需要的还较少,本书就是根据这种需要编写的。但由于我们理论水平不高,实际工作经验不多,本书肯定还有许多有待改进之处,希望读者提出宝贵意见。

编 者

2011年5月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 机械振动	1
1.2 机械振动的分类	2
1.3 机械振动的表示与分析方法	3
1.3.1 简谐振动及其表示	3
1.3.2 振动的叠加	5
1.3.3 周期振动的谐波分析	6
1.4 机械振动系统的基本构成元素	8
1.4.1 质量	8
1.4.2 弹簧	8
1.4.3 阻尼	9
1.4.4 扭转振动系统的基本构成元素	9
1.5 自由度与广义坐标	10
1.5.1 自由度	10
1.5.2 广义坐标	12
1.6 振动系统举例	13
1.7 机械振动设计问题的求解步骤	15
1.8 δ 函数及其应用	15
思考题与习题	17
第 2 章 单自由度系统的振动	19
2.1 单自由度系统的振动微分方程	19
2.2 单自由度系统的自由振动	20
2.2.1 单自由度系统的自由振动的通解	21
2.2.2 无阻尼情形下单自由度系统自由振动的解	21
2.3 用能量法确定系统的固有频率	22
2.4 等效质量与等效刚度	24
2.5 有粘性阻尼系统的自由振动	27
2.6 简谐力激励下的强迫振动	30
2.7 基础简谐激励下的强迫振动	35
2.8 隔振	39
2.8.1 主动隔振	39

2.8.2 被动隔振	40
2.9 周期激励下单自由度振动系统的响应	41
2.10 单自由度系统对非周期激励的响应	42
2.10.1 脉冲响应	42
2.10.2 任意激励的响应	43
思考题与习题	45
第3章 多自由度系统的振动	49
3.1 引言	49
3.2 多自由度系统振动微分方程的建立	52
3.2.1 影响系数法	52
3.2.2 拉格朗日方程	58
3.3 多自由度系统的无阻尼自由振动	60
3.3.1 固有振动	60
3.3.2 耦合与解耦	67
3.3.3 自由振动	69
3.4 多自由度系统的无阻尼强迫振动	71
3.4.1 简谐力激励下系统的响应	71
3.4.2 动力吸振器	72
3.4.3 任意激励下系统的响应	74
3.5 有阻尼系统对任意激励的响应	75
思考题与习题	77
第4章 连续体振动	82
4.1 弦的横向振动	82
4.2 直杆的纵向振动和扭转振动	86
4.2.1 直杆纵向振动的微分方程	86
4.2.2 轴扭转振动的微分方程	86
4.2.3 直杆的纵向固有振动与振型函数	87
4.2.4 振型函数的正交性	88
4.2.5 自由振动与受迫振动的解	89
4.3 欧拉梁的横向振动	91
4.3.1 欧拉梁自由振动微分方程	91
4.3.2 等截面欧拉梁的无阻尼自由振动	92
4.3.3 振型函数的正交性	96
4.3.4 无阻尼自由振动响应及主坐标的初始条件	97
4.3.5 有阻尼欧拉梁的自由振动和受迫振动	98
4.3.6 考虑剪切变形与转动惯量的影响	99
4.4 连续系统的离散化方法	101
4.4.1 集中质量法	102

4.4.2 广义位移法	103
4.4.3 有限单元法	104
4.5 连续系统振动分析的实用方法	105
4.5.1 瑞雷法	105
4.5.2 瑞雷—里兹法	107
4.5.3 链状结构的传递矩阵法	110
思考题与习题	114
第5章 随机振动	118
5.1 随机振动概述	118
5.1.1 随机振动所研究的对象	118
5.1.2 随机振动与确定性振动的区别	119
5.1.3 随机振动的分析方法	120
5.2 随机过程理论基础	120
5.2.1 随机过程	120
5.2.2 总体平均与平稳随机过程	121
5.2.3 时间平均与各态历经随机过程	122
5.2.4 随机过程的统计参数	124
5.2.5 随机过程的概率描述	125
5.2.6 随机过程的自功率谱密度函数	130
5.3 线性系统对于平稳随机过程的响应	134
5.3.1 激励 $\{f_k(t)\}$ 的 μ_f 、 R_f 及 S_f 与响应 $\{x_k(t)\}$ 的 μ_x 、 R_x 及 S_x 之间的关系	134
5.3.2 单自由度线性振动系统对于随机激励的响应	136
5.3.3 随机过程的联合性质	139
5.3.4 平稳过程的相关函数与协方差	140
5.3.5 互功率谱密度	142
5.4 多自由度系统对于随机激励的响应	143
5.4.1 两个单自由度系统的激励与响应之间的联合性质	143
5.4.2 多自由度系统对随机激励的响应	145
思考题与习题	154
第6章 噪声的声学原理	155
6.1 噪声的危害与控制	155
6.2 声波的产生	159
6.3 声波方程	161
6.3.1 声波波动方程	162
6.3.2 声波的连续方程	164
6.3.3 声波的物态方程	165
6.4 声场能量关系	166
6.4.1 声能量和声能量密度	166
6.4.2 声功率和声强	169

6.5 噪声的客观量度	169
6.6 声波的干涉、声驻波、衍射	171
6.6.1 声波的干涉	171
6.6.2 声驻波	171
6.6.3 声波的衍射	171
6.6.4 声源的指向特性	172
6.6.5 多普勒效应	173
6.7 分贝及其计算	174
6.7.1 分贝的计算	174
6.7.2 有本底噪声时被测对象噪声的计算	176
6.8 声波的传播特性	177
6.8.1 声波的反射和折射	177
6.8.2 声波的衍射	179
6.8.3 声波的叠加与干涉	179
6.9 噪声的主观量度	180
6.9.1 响度、响度级和等响曲线	180
6.9.2 计权声级	182
6.9.3 等效连续声级	183
6.9.4 噪度、感觉噪声级和等噪线	184
6.9.5 噪声污染级	185
6.10 噪声测试分析技术	186
6.10.1 机械噪声测量分析的基本要求	186
6.10.2 声谱分析	186
6.10.3 频谱	187
6.10.4 声谱分析的理论基础	188
6.10.5 声谱分析所用的设备——声级计	189
6.10.6 噪声测量的条件和方法	190
6.11 噪声测试技术	191
6.11.1 声压测试技术	191
6.11.2 声强测试技术	192
6.11.3 声功率级测量	195
思考题与习题	195
参考文献	197

第 1 章

绪 论

1.1 机械振动

振动可简单的定义为物体往复的运动。振动是广泛存在的现象。

机械振动 (mechanical vibration) 是指机械或者结构在平衡位置附近的往复运动。机械振动是工程实践中广泛存在的现象,行驶中的车辆、运转中的机械设备、飞行中的飞行器、海洋中航行的船舶等都存在振动。工程中的振动可能是有害的,车辆的振动可能会使乘客晕车或者导致车载物品损坏,如设备的振动可能会导致设备或者零件的损坏,飞行器的振动可能会导致其部件的损坏而引起飞行事故,仪器仪表的振动会降低其精度等。振动也可能是有益的、可利用的,如振动压路机利用振动将道路压实,振动给料机利用振动给料等。

机械振动研究机械或者结构的位移、速度、加速度和应力等物理量的变化规律。机械振动研究的目的是认识和利用机械振动的规律;控制和消除有害的振动,并利用有益的振动。

研究机械振动时,通常把研究对象看作一个系统 (**system**)。根据系统的输入 (**input**) 或激励 (**excitation**)、输出 (**output**) 或响应 (**response**) 与系统的关系,如图 1-1 所示,振动的研究主要包括三个方面:

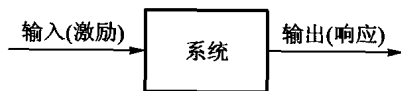


图 1-1 振动系统与输入、输出关系

(1) 已知输入和系统,求输出。这类问题为振动设计。工程中,设计系统的振动特性,使其动态响应能满足一定的要求,这是机械振动最主要的研究内容。

(2) 已知系统的输入和输出,求系统的参数。这类问题为系统辨识。以获得物理参数(质量、刚度、阻尼系数等)为目的的辨识叫做物理参数识别 (**parameter identification**),以获得系统固有振动为目的的叫模态分析 (**model analy-**

sis)。振动系统的辨识也是振动研究的主要内容。

(3) 已知系统和输出,反求激励。这类问题为环境预测。

机械振动的研究是借助研究对象的模型进行的,研究过程中往往首先将研究对象抽象化成模型。对象可分为连续系统(**continuous system**)和离散系统(**discrete system**)两类。如果对象的质量和弹性是连续分布的,这类系统就称为连续系统,又称为分布参数系统(**distributed parameter system**)。如梁、杆、轴、板等。按照某种准则将模型的分布参数转化为有限个离散的参数表示,就得到离散系统。分析连续系统的数学工具是偏微分方程(**partital differential equation**),分析离散系统的数学工具是常微分方程(**ordinary differential equation**)。由连续到离散的转化是一个近似过程,可方便模型的求解。一种典型情况是离散系统中惯性元件、弹性元件和阻尼元件的个数是有限的,这种离散系统又称为集中参数系统(**lumped parameter system**)。集中质量系统的振动可以由有限个常微分方程表示。

1.2 机械振动的分类

机械振动主要有以下几种分类:

(1) 自由振动(**free vibration**)和强迫振动(**forced vibration**)。自由振动是指初始扰动撤除后产生的振动。强迫振动是指系统在外界激励作用下产生的振动。

(2) 无阻尼振动(**undamped vibration**)和有阻尼振动(**damped vibration**)。如果在振动过程中振动系统没有能量损失,则称该振动为无阻尼振动。相反,如果在振动过程中振动系统能量有损失,则称该振动为有阻尼振动。实际的物理系统中总是存在阻尼,纯粹的无阻尼振动是不存在的。无阻尼振动是分析振动系统的固有特性的理想化情况。

(3) 线性振动(**linear vibration**)和非线性振动(**nonlinear vibration**)。工程中可以通过线性微分方程表示的系统为线性系统,线性系统的振动是线性振动。线性系统的重要特性是满足叠加原理(**principle of superposition**)。线性系统的响应可以通过求解表示系统振动的线性微分方程得到。只能通过非线性微分方程表示其振动的系统称为非线性系统,非线性系统的振动为非线性振动。对线性系统分析的理论与方法是比较成熟的。实践中,有些非线性系统振动问题可以近似转化为线性系统振动问题而简化。

(4) 确定性振动(**deterministic vibration**)和随机振动(**random vibration**)。如果在任一时刻振动系统的激励是已知的,即激励是确定的,则由确定性激励引

起的振动就是确定性振动。如果振动系统的激励是随机的,引起的振动就是随机振动。对于确定性振动,即可以用微分方程表示系统的振动,系统的输出也是确定的。对于随机振动,输入是随机的,只能通过统计量表示,输出也是随机的,也需要通过统计量表示。

根据以上分类,本书研究线性系统的自由振动和强迫振动、研究线性系统的无阻尼振动和有阻尼振动、研究连续体的振动,这些内容都属于确定性振动的范畴。本书还研究线性系统的随机振动问题。

1.3 机械振动的表示与分析方法

1.3.1 简谐振动及其表示

简谐振动(harmonic vibration)是最简单的周期振动,是分析周期振动的基础。简谐振动可以表示为正弦函数:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (1-1)$$

其中: A 为振幅(amplitude), ω 为圆频率(circular frequency), φ 为相位角(phase angle)。圆频率与频率(frequency)和周期(period)的关系为

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (1-2)$$

国际单位制体系中, ω 、 f 和 T 的单位分别为弧度/秒(rad/s)、赫兹(Hz)和秒(s)。

由式(1-1)知,简谐振动是由振幅、频率和相位角三者共同决定,它们是简谐振动的三要素。简谐振动是时间函数,式(1-1)所示的简谐振动可以由图1-2表示。

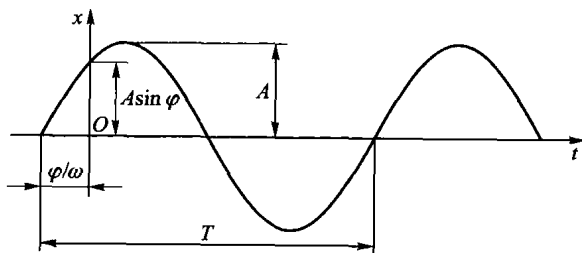


图 1-2 简谐振动

如果 $x(t)$ 表示位移,那么 $x(t)$ 对时间 t 的一阶导数和二阶导数就是速度和加速度,即

$$v = \dot{x}(t) = A\omega \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (1-3)$$

$$a = \ddot{x}(t) = A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi + \pi) \quad (1-4)$$

式(1-1)、(1-3)、(1-4)说明,简谐振动的速度和加速度与位移频率相同,相位不同。速度的相位超前位移 $\pi/2$,加速度的相位超前位移 π 。式(1-1)和(1-4)表明

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 x(t) \quad (1-5)$$

这说明,加速度的大小与位移成正比,但方向相反,即始终指向平衡位置。式(1-5)又可以写为

$$\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0 \quad (1-6)$$

此式即为表示简谐振动的微分方程。显然式(1-1)所示的正弦函数为此微分方程的通解。

简谐振动可以由复平面上的旋转矢量表示,如图 1-3a,用一长为 A 的旋转矢量表示简谐振动,其起始位置与横轴的夹角为相位角 φ ,该矢量绕原点 O 以角速度 ω 旋转,任一时刻 t 该矢量与横轴所成的角为 $\omega t + \varphi$ 。简谐振动在复平面上通常简化表示如图 1-3b 所示。在复平面上,简谐振动的位移、速度和加速度的关系如图 1-3c。

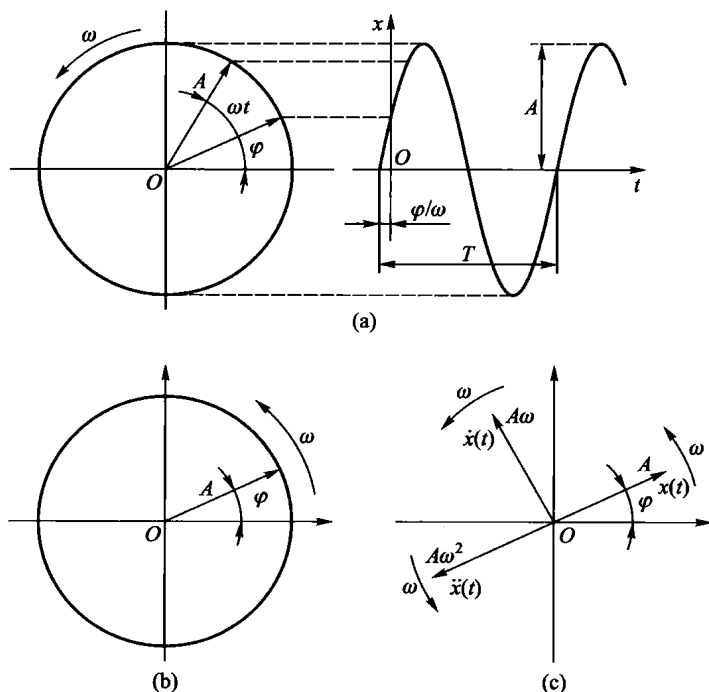


图 1-3 复平面上由旋转矢量表示的简谐振动

为方便计算,简谐振动常由复数表示为

$$z = Ae^{i(\omega t + \varphi)} = A \cos(\omega t + \varphi) + iA \sin(\omega t + \varphi) \quad (1-7)$$

显然,式(1-7)的虚部就是式(1-1)所示的简谐振动,即

$$x(t) = \text{Im}(z) \quad (1-8)$$

对式(1-7)计算一阶导数和二阶导数,有

$$\dot{z}(t) = i\omega A e^{i(\omega t + \varphi)} = \omega A \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + i\omega A \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (1-9)$$

$$\ddot{z}(t) = -\omega^2 A e^{i(\omega t + \varphi)} = \omega A \cos(\omega t + \varphi + \pi) + i\omega A \sin(\omega t + \varphi + \pi) \quad (1-10)$$

上面两式分别与式(1-3)和式(1-4)比较,有

$$\dot{x}(t) = \text{Im}(\dot{z}) \quad (1-11)$$

$$\ddot{x}(t) = \text{Im}(\ddot{z}) \quad (1-12)$$

这说明,简谐振动的速度和加速度分别为其复数表示的一阶导数和二阶导数的虚部。

1.3.2 振动的叠加

(1) 同频率振动的叠加

两个同频率的简谐振动的叠加仍然是同频率的简谐振动。一般地,设两个简谐振动为

$$z_1 = A_1 e^{i(\omega t + \varphi_1)}, z_2 = A_2 e^{i(\omega t + \varphi_2)} \quad (1-13)$$

根据复数的相加计算得到

$$z = z_1 + z_2 = A e^{i(\omega t + \varphi)} \quad (1-14)$$

式中: $A = [(A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2)^2 + (A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2)^2]^{\frac{1}{2}}$,

$$\varphi = \arctan \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

式(1-14)说明两个同频率的简谐振动叠加的结果表现为同频率简谐振动,只是幅值和相位发生变化。特殊情形下,当两个同频率的振动的幅值大小相等,相位差为 π 时,有 $A=0$,此时,两个振动的叠加的结果为这两个振动相互抵消。

(2) 不同频率振动的叠加

设有两个不同频率的简谐振动分别为

$$z_1 = A_1 e^{i\omega_1 t}, z_2 = A_2 e^{i\omega_2 t} \quad (1-15)$$

$\omega_1 \ll \omega_2$ 时,高频与低频简谐振动的合成表示为

$$z = z_1 + z_2 = A_1 e^{i\omega_1 t} + A_2 e^{i\omega_2 t} \quad (1-16)$$

叠加的结果如图 1-4 所示。结果就像是高频振动被低频振动所调制。

若 $\omega_1 \approx \omega_2$, 且 $A_1 = A_2 = A$, 则

$$x = \text{Im}(z_1 + z_2) = \text{Im}(A_1 e^{i\omega_1 t} + A_2 e^{i\omega_2 t})$$

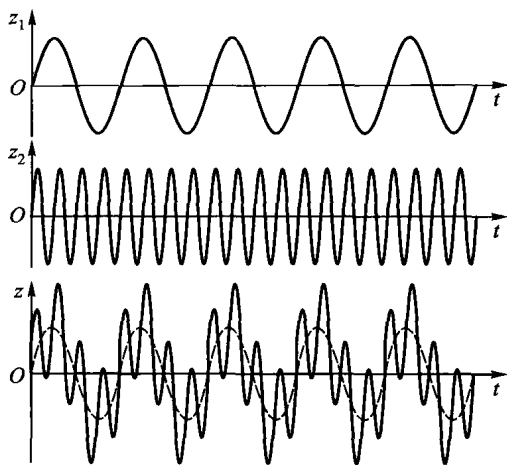


图 1-4 高频与低频简谐振动的合成

$$= 2A \cos \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right) \cdot \sin \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \right)$$

$$\text{令 } \omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}, \delta\omega = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2}, \text{ 则}$$

$$z = 2A \cos \delta\omega t \sin \omega t \quad (1-17)$$

叠加的结果如图 1-5 所示,开始时, z_1 与 z_2 的峰值接近重合,叠加的幅值最大,每隔一个振动周期, z_1 与 z_2 在时间轴上错开一个小间隔,经过多次振动,错开的距离等于 z_1 或 z_2 一半周期,这时, z_1 与 z_2 的峰值在相反方向,合成后的幅值最小;继续振动多次, z_1 与 z_2 又恢复到开始时的同向状态,此现象称为拍 (beats)。

拍在频率测量中 useful,通过一个未知频率振动与一个标准频率振动比较,当二者频率接近,出现拍时,就得到了未知的振动频率。

1.3.3 周期振动 (periodic vibration) 的谐波分析 (harmonic analysis)

实际系统的振动往往不是简谐振动,而可以认为是周期振动。对周期振动的分析和处理一般依据傅里叶级数 (Fourier series),将周期振动通过傅里叶级数展开表示为简谐振动的叠加。对任意周期为 T 的振动

$$x(t) = x(t+nT) \quad n=1,2,3,\dots \quad (1-18)$$

如果 $x(t)$ 满足狄利克雷条件 (Dirichlet condition), 可以展开为傅里叶级数

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\omega t + b_k \sin k\omega t \quad (1-19)$$

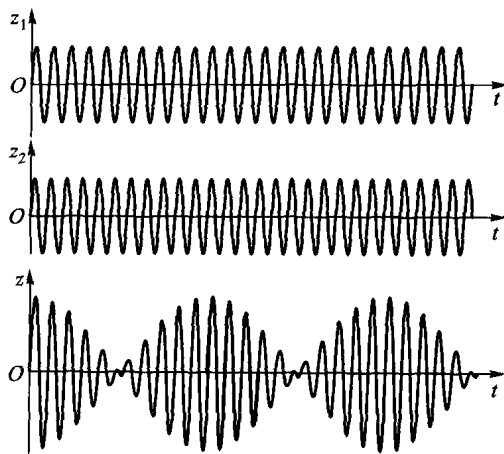


图 1-5 拍的产生

式中: $a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) dt$, $a_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos k\omega t dt$, $a_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin k\omega t dt$ 。

这里, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ 为基频 (fundamental frequency)。根据三角函数的合成, 式 (1-19) 又可以写为

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} c_k \sin(k\omega t + \varphi_k) \quad (1-20)$$

式中, $c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$, $\varphi_k = \arctan \frac{a_k}{b_k}$ 。

式 (1-18) 和式 (1-20) 说明周期振动被表示成平均值 $\frac{a_0}{2}$ 和一系列频率为基频的整数倍的简谐振动的叠加。频率为基频的整数倍的简谐振动称为谐波 (harmonics)。周期振动的傅里叶展开称为谐波分析。

式 (1-20) 中, c_k 和 φ_k 分别为周期函数 $x(t)$ 的 k 阶谐波的幅值和相位。 k 阶谐波的频率是 $k\omega$ 。将 k 阶谐波的幅值和相位与 ω 的关系分别表示在直角坐标系中, 就得到关于 $k\omega$ 的一组垂直的谱线, 如图 1-6 所示。谐波的幅值与 ω 的关系谱线为幅值频谱图 (amplitude frequency spectrum), 简称为频谱图 (spectrum diagram)。谐波的相位与 ω 的关系谱线为相位频谱图 (phase spectrum)。

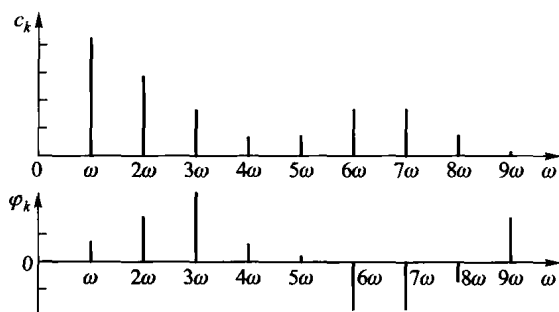


图 1-6 周期振动的幅值频谱图和相位频谱图表示

1.4 机械振动系统的基本构成元素

1.4.1 质量

质量(mass)是惯性(inertia)元件,质量的国际单位为 kg。根据牛顿第二运动定律(Newton's second law of motion),作用在质量上的力为质量与其加速度的乘积,即

$$F = m \ddot{x} \quad (1-21)$$

质量是振动的执行元件。质量在振动系统中常常简化为一个刚体(rigid body)。具有速度的质量具有动能(kinetics),大小为

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \quad (1-22)$$

质量是振动系统中必需的元素,是承载运动的实体。在振动系统中,质量的速度是变化的,其动能也随之变化。

1.4.2 弹簧

弹簧(spring)是具有弹性的元件,弹性的大小用刚度表示,刚度定义为弹簧产生单位位移需要的力,单位为 N/m。弹簧的变形产生弹性力如图 1-7 所示。弹簧的弹性力大小与弹簧两端的相对位移大小成正比,方向与相对位移方向相反,即

$$F = -kx \quad (1-23)$$

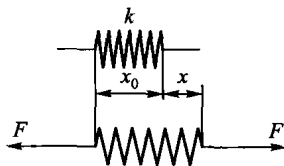


图 1-7 弹簧的弹性力与变形的关系