

注册公用设备工程师考试

公共基础课 历年真题解析与模拟试卷

给水排水
暖通空调及动力专业

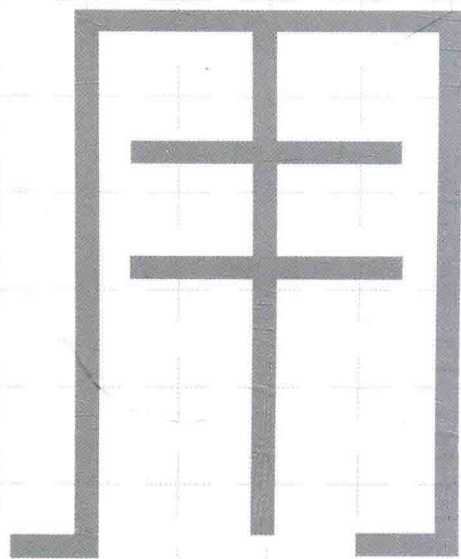
刘 燕 主编



QQ 交流群:
166802610



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS



2016

注册公用设备工程师考试

公共基础课

历年真题解析与模拟试卷

给水排水 暖通空调及动力专业

刘 燕 主编



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书以建设部2009年公布的注册公用设备工程师基础考试大纲为依据,以2005~2014年考试真题为基础,将考试大纲中的内容按学科分成了九章,每一章又通过对历年考题的具体分析分为了若干考点;为方便考生复习时能抓住重点有的放矢,教材对各考点中历年考题的分布情况进行了统计列表;并对每一道考题进行了详细的解答,给出正确答案。

本书可与《2016注册公用设备工程师考试精讲精练给水排水、暖通空调及动力专业》系列书配套使用。

由于很多专业(如电气、结构、岩土、环保等)工程师执业资格公共基础部分的考试大纲完全相同,因此本书不仅是参加公用设备(给水排水、暖通空调及动力专业)工程师执业资格公共基础考试人员的参考书,也同样适用于其他与注册公用设备工程师公共基础考试大纲相同的专业。

图书在版编目(CIP)数据

公共基础课历年真题解析与模拟试卷. 给水排水、暖通空调及动力专业 / 刘燕主编. —北京: 中国电力出版社, 2016. 3

2016注册公用设备工程师考试

ISBN 978-7-5123-8829-1

I. ①公… II. ①刘… III. ①城市公用设施-工程师-资格考试-题解②给排水系统-工程师-资格考试-题解③建筑工程-供热系统-工程师-资格考试-题解④建筑工程-通风系统-工程师-资格考试-题解⑤建筑工程-空气调节系统-工程师-资格考试-题解 IV. ①TU8-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第002396号

中国电力出版社出版发行

北京市东城区北京站西街19号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>

责任编辑: 梁 瑶 电话: 010-63412605

责任印制: 蔺义舟 责任校对: 太兴华

汇鑫印务有限公司印刷·各地新华书店经售

2016年3月第1版·第1次印刷

787mm×1092mm 1/16·18.5印张·455千字

定价: 56.00元

敬告读者

本书封底贴有防伪标签,刮开涂层可查询真伪

本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

编委会成员

主 编 刘 燕

参 编 (以学科顺序为序)

李群高 魏京花 岳冠华 刘 燕 张 英

王文海 刘辛国 陈志新 姜 军 王建宾

章美芬

各章编写人员名单

数 学 (李群高)

流体力学 (王文海)

物理学 (魏京花)

电气与信息 (刘辛国 陈志新)

化 学 (岳冠华)

法律法规 (姜 军 王建宾)

理论力学 (刘 燕)

工程经济 (章美芬)

材料力学 (张 英)

前 言

建设部和人事部决定自 2005 年起实施注册公用设备（给水排水、暖通空调及动力专业）工程师执业资格考试制度，这是为适应社会主义市场经济体制，使工程设计管理体制和人事管理制度尽快与国际接轨的一项配套改革措施。注册公用设备（给水排水、暖通空调及动力专业）工程师资格，必须通过全国统一考试方能取得。

为有效指导考生复习、应考，本书编者组织编写的《注册公用设备工程师考试公共基础课精讲精练（给排水、暖通空调及动力专业）》辅导教材，自 2005 年出版以来，深受广大读者和考生的好评。为配合该教材的使用，今年又以 2005~2014 年考试真题为基础，编写了这本《注册公用设备工程师公共基础课历年考试真题解析》。

该书的主要特点是：

1. 将 2009 年考试大纲中的内容按学科分成了九章，每一章又通过对历年考题的具体分析分为了若干考点。

2. 为方便考生复习时能抓住重点有的放矢，教材对各考点中历年考题的分布情况进行了统计列表。

3. 对每一道考题进行了详细的解答，并给出正确答案。

需要说明的是：

1. 本书搜集了 2005~2014 年的考试真题，但不全，例如 2012 年就有缺题。

2. 有些内容是 2009 年考试大纲修订后新增的，故 2005~2008 年就没有这部分内容的考题，例如第 7 章考点 4 和第 8 章。

3. 有些内容在 2009 年考试大纲修订后与修订前有了根本的变化，2005~2008 年的考题对目前的考试来说没太大参考价值，故在本书中也被略去，例如第 7 章考点 7~考点 10。

由于很多专业（如电气、结构、岩土、环保等）工程师执业资格公共基础部分的考试大纲完全相同，因此本书不仅是参加公用设备（给水排水、暖通空调及动力专业）工程师执业资格公共基础考试人员的参考书，也同样适用于其他与注册公用设备工程师公共基础考试大纲相同的专业。

由于时间仓促，在编写过程中难免有疏漏之处，恳请读者指正，有关本书的任何疑问、意见及建议，欢迎加入 QQ 群 166802610 进行讨论。

编者

目 录

前言

第一章 数学	1
一、历年考点及试题分布	1
二、历年真题解析	2
第二章 物理学	60
一、历年考点及试题分布	60
二、历年真题解析	61
第三章 化学	83
一、历年考点及试题分布	83
二、历年真题解析	83
第四章 理论力学	103
一、历年考点及试题分布	103
二、历年真题解析	103
第五章 材料力学	135
一、历年考点及试题分布	135
二、历年真题解析	135
第六章 流体力学	171
一、历年考点及试题分布	171
二、历年真题解析	171
第七章 电气与信息	191
一、历年考点及试题分布	191
二、历年真题解析	191
第八章 法律法规	236
一、历年考点及试题分布	236
二、历年真题解析	236

第九章 工程经济.....	245
一、历年考点及试题分布.....	245
二、历年真题解析.....	245
模拟试卷.....	266
模拟试卷答案与提示.....	282

第一章 数 学

一、历年考点及试题分布

试题 考点	年份	2005 年	2006 年	2007 年	2008 年	2009 年	2010 年	2011 年	2012 年	2013 年	2014 年	合计
1. 向量及运算		1	1		1	1	1			1		6
2. 空间的平面和直线		2	1	2	1	1	1	1	1	1	1	12
3. 空间的曲面和曲线		1	1	1	1			1	2		1	8
4. 一元函数及性质							1					1
5. 极限		1	1	1	1		1	1	1	1	2	10
6. 函数的连续和间断		1				1	1	1	1		1	6
7. 一元函数的导数和微分		1	1	1	2	1	1	1	1	2	1	12
8. 一元微分学的应用			1	2	2	2		1	2	2	1	13
9. 多元函数的导数和微分			1	1		1				2	2	7
10. 多元微分学的应用		1	1				1	1				4
11. 不定积分			1	1	1	2	2	1	2	2	1	13
12. 定积分		1	1	1	1	1		2	1		1	9
13. 广义积分				1	1	1	1			1		5
14. 二重积分		1	1	1	1				1	1	1	7
15. 三重积分						1	1					2
16. 曲线积分			1					1		1	1	4
17. 积分的应用		2		1	1		1	1	1		2	9
18. 数项级数的收敛与发散		2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11
19. 幂级数		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
20. 傅里叶级数		1										1
21. 微分方程的概念			1		1						1	3

续表

试题 考点	年份	2005 年	2006 年	2007 年	2008 年	2009 年	2010 年	2011 年	2012 年	2013 年	2014 年	合计
22. 可分离变量微分方程		1	2	1	1	1		1	1	1		9
23. 齐次和一阶线性方程			1				1	1	1		1	5
24. 可降阶方程				1	1	1						3
25. 二阶线性常系数方程			1	1	1		1		1	1	1	7
26. 行列式		1		1		1	1				1	5
27. 矩阵		1	1	1	1		1	2				7
28. 向量组的线性相关性					1	1			1	1		4
29. 线性方程组		1	1	1			1	1		1	1	7
30. 矩阵的特征值和特征向量、矩阵的相似及对角化			1		1	1	1	1	1	1		7
31. 二次型						1			1		1	3
32. 随机事件及概率		1	2	1	2	1	2	2	1	1	1	14
33. 随机变量		1		1		1	1	1		1	1	7
34. 随机变量的数字特征			1			1	1		1			4
35. 样本及抽样分布		1						1			1	3
36. 参数估计			1	1	1					1		4
37. 假设检验									1			1

二、历年真题解析

考点1 向量及运算

考试大纲：向量的线性运算；向量的数量积、向量积及混合积；两向量垂直、平行的条件。

【2005-1】设 a, b 都是向量，下列说法正确的是（ ）。

(A) $(a+b) \cdot (a-b) = |a|^2 - |b|^2$ (B) $a \cdot (a \cdot b) = |a|^2 b$

(C) $(a+b) \times (a-b) = a \times a - b \times b$ (D) $(a \cdot b)^2 = |a|^2 |b|^2$

解：利用向量数量积的分配律以及 $a \cdot a = |a|^2$ ，有 $(a+b) \cdot (a-b) = a \cdot a + b \cdot a - a \cdot b - b \cdot b = |a|^2 - |b|^2$

选项 B 和 D 在数量积中使用了结合律, 所以是错误的; 选项 C 在向量积中使用了交换律, 故也是错误的。应选 A。

【2006-1】已知 $\alpha = i + aj - 3k$, $\beta = ai - 3j + 6k$, $\gamma = -2i + 2j + 6k$, 若 α, β, γ 共面, 则 a 等于 ()。

- (A) 1 或 2 (B) -1 或 2 (C) -1 或 -2 (D) 1 或 -2

解: 若 α, β, γ 共面, 则 $\begin{vmatrix} 1 & a & -3 \\ a & -3 & 6 \\ -2 & 2 & 6 \end{vmatrix} = 0$, 计算三阶行列式得 $a^2 + 3a + 2 = 0$, 求解该方程得 $a = -1$ 或 -2 , 应选 C。

【2008-1】设 $\alpha = i + 2j + 3k$, $\beta = i - 3j - 2k$, 与 α, β 都垂直的单位向量为 ()。

- (A) $\pm(i + j - k)$ (B) $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}(i - j + k)$
(C) $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}(-i + j + k)$ (D) $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}(i + j - k)$

解: 由向量积定义知, $\alpha \times \beta \perp \alpha$, $\alpha \times \beta \perp \beta$, 故作向量 α, β 的向量积, 再单位化则可,

由于 $\alpha \times \beta = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & -2 \end{vmatrix} = 5(i + j - k)$, 取 $i + j - k$, 再单位化得 $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}(i + j - k)$, 应选 D。

【2009-1】设 $\alpha = -i + 3j + k$, $\beta = i + j + tk$, 已知 $\alpha \times \beta = -4i - 4k$, 则 t 等于 ()。

- (A) 1 (B) 0 (C) -1 (D) -2

解: $\alpha \times \beta = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & t \end{vmatrix} = (3t - 1)i + (1 + t)j - 4k = -4i - 4k$, 得 $t = -1$, 应选 C。

【2010-2】设 α, β, γ 都是非零向量, $\alpha \times \beta = \alpha \times \gamma$, 则 ()。

- (A) $\beta = \gamma$ (B) $\alpha \parallel \beta$ 且 $\alpha \parallel \gamma$
(C) $\alpha \parallel (\beta - \gamma)$ (D) $\alpha \perp (\beta - \gamma)$

解: 由 $\alpha \times \beta = \alpha \times \gamma$, 有 $\alpha \times \beta - \alpha \times \gamma = 0$, 提取公因子得 $\alpha \times (\beta - \gamma) = 0$, 由于两向量平行的充分必要条件是向量积为零, 所以 $\alpha \parallel (\beta - \gamma)$, 应选 C。

【2013-1】已知向量 $\alpha = (-3, -2, 1)$, $\beta = (1, -4, -5)$, 则 $|\alpha \times \beta|$ 等于 ()。

- (A) 0 (B) 6 (C) $14\sqrt{3}$ (D) $14i + 16j - 10k$

解: 由向量积计算公式: $\alpha \times \beta = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -5 \end{vmatrix} = 14i - 14j + 14k$, $|\alpha \times \beta| = \sqrt{3 \times 14^2} = 14\sqrt{3}$ 。

应选 C。

考点 2 空间的平面和直线

考试大纲: 直线方程、平面方程; 平面与平面、直线与直线、平面与直线之间的位置关

系; 点到平面、直线的距离。

【2005-2】 过点 $M(3, -2, 1)$ 且与直线 $\begin{cases} x-y-z+1=0 \\ 2x+y-3z+4=0 \end{cases}$ 平行的直线方程是 ()。

(A) $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{-1}$

(B) $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-3}$

(C) $\frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{3}$

(D) $\frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{3}$

解: 直线 $\begin{cases} x-y-z+1=0 \\ 2x+y-3z+4=0 \end{cases}$ 的方向向量应垂直于平面 $x-y-z+1=0$ 和平面 $2x+y-3z+4=0$ 的法向量, 因此所求直线的方向向量 s 应是这两个法向量的向量积, 即

$$s = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 4i + j + 3k, \text{ 应选 D.}$$

【2005-3】 过 z 轴和点 $(1, 2, -1)$ 的平面方程是 ()。

(A) $x+2y-z-6=0$

(B) $2x-y=0$

(C) $y+2z=0$

(D) $x+z=0$

解: 过 z 轴的平面方程为 $Ax+By=0$, 再将点 $(1, 2, -1)$ 代入得 $A=-2B$, 故有 $-2Bx+By=0$, 消去 B 得 $-2x+y=0$, 应选 B。

【2006-2】 设平面 π 的方程为 $3x-4y-5z-2=0$, 以下选项中错误的是 ()。

(A) 平面 π 过点 $(-1, 0, -1)$

(B) 平面 π 的法向量为 $-3i+4j+5k$

(C) 平面 π 在 z 轴的截距是 $-\frac{2}{5}$

(D) 平面 π 与平面 $-2x-y-2z+2=0$ 垂直

解: 平面 $3x-4y-5z-2=0$ 的法向量为 $n_1=(-3, 4, 5)$, 平面 $-2x-y-2z+2=0$ 的法向量为 $n_2=(-2, -1, -2)$, 两个平面垂直的充要条件是法向量的数量积为零, 而 $n_1 \cdot n_2 = (-3) \times (-2) + 4 \times (-1) + 5 \times (-2) = -8 \neq 0$, 故 (D) 选项错误。将点 $(-1, 0, -1)$ 代入 $3x-4y-5z-2=0$ 满足, A 选项正确; 显然 $-3i+4j+5k$ 是平面 π 的法向量, B 选项正确; 将 $x=y=0$ 代入 $3x-4y-5z-2=0$, 解得 $z=-\frac{2}{5}$, 平面 π 在 z 轴的截距是 $-\frac{2}{5}$, C 选项正确。应选 D。

【2007-1】 设直线的方程为 $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$, 则直线 ()。

(A) 过点 $(1, -1, 0)$, 方向向量为 $2i+j-k$

(B) 过点 $(1, -1, 0)$, 方向向量为 $2i-j+k$

(C) 过点 $(-1, 1, 0)$, 方向向量为 $-2i-j+k$

(D) 过点 $(-1, 1, 0)$, 方向向量为 $2i+j-k$

解: 由所给直线的对称式方程知, 直线过点 $(1, -1, 0)$, 方向向量为 $-2i-j+k$, 故 $2i+j-k$ 也是所给直线的方向向量, 应选 A。

【2007-2】 (07 年) 设平面 π 的方程为 $2x-2y+3=0$, 以下选项中错误的是 ()。

(A) 平面 π 的法向量为 $i-j$

(B) 平面 π 垂直于 z 轴

(C) 平面 π 平行于 z 轴

(D) 平面 π 与 xoy 面的交线为 $\frac{x}{1} = \frac{y - \frac{3}{2}}{1} = \frac{z}{0}$

解: 平面 π 的方程中不含 z , 平面 π 平行于 z 轴, 不可能垂直于 z 轴, 应选 B。A 选项和

C 选项显然正确; π 的方程可改写为 $\frac{x}{1} = \frac{y - \frac{3}{2}}{1}$, 而 xoy 面的方程为 $z = 0$, 两者联立即为

$\frac{x}{1} = \frac{y - \frac{3}{2}}{1} = \frac{z}{0}$, 所以 D 选项也正确。

【2008-2】已知平面 π 过点 $(1,1,0)$, $(0,0,1)$, $(0,1,1)$, 则与平面 π 垂直且过点 $(1,1,1)$ 的直线的对称方程为 ()。

(A) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-1}{1}$

(B) $\frac{x-1}{1} = \frac{z-1}{1}, y=1$

(C) $\frac{x-1}{1} = \frac{z-1}{1}$

(D) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-1}{-1}$

解: 因为直线与平面 π 垂直, 故平面 π 的法向量就是所求直线的方向向量, 又平面 π 过点 $(1,1,0)$ 、 $(0,0,1)$ 、 $(0,1,1)$, 三点可确定两个向量, 平面 π 的法向量可取为这两个向量的向量

积, 即 $\mathbf{n} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \mathbf{i} + \mathbf{k}$, 所求直线的方向向量为 $\mathbf{i} + \mathbf{k}$, 应选 B。

【2009-2】设平面的方程为 $x + y + z + 1 = 0$, 直线的方程为 $1 - x = y + 1 = z$, 则直线与平面 ()。

(A) 平行

(B) 垂直

(C) 重合

(D) 相交但不垂直

解: 平面 $x + y + z + 1 = 0$ 的法向量为 $(1,1,1)$, 直线 $1 - x = y + 1 = z$ 的方向向量为 $(-1,1,1)$, 这两个向量既不垂直也不平行, 表明直线与平面相交但不垂直, 应选 D。

【2010-1】设直线的方程为 $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t - 2 \\ z = -3t + 3 \end{cases}$, 则直线 ()。

(A) 过点 $(-1,2,-3)$, 方向向量为 $\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$

(B) 过点 $(-1,2,-3)$, 方向向量为 $-\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$

(C) 过点 $(1,2,-3)$, 方向向量为 $\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$

(D) 过点 $(1,-2,3)$, 方向向量为 $-\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$

解: 将直线的方程化为对称式得 $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-3}$, 直线过点 $(1,-2,3)$, 方向向量为 $\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$, 或 $-\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, 应选 D。

【2011-2】设直线的方程为 $x = y - 1 = z$, 平面的方程为 $x - 2y + z = 0$, 则直线与平面 ()。

(A) 重合

(B) 平行不重合

(C) 垂直相交

(D) 相交不垂直

解: 直线的方向向量为 $\mathbf{s} = (1,1,1)$, 平面的法向量为 $\mathbf{n} = (1,-2,1)$, 因 $\mathbf{s} \cdot \mathbf{n} = 1 - 2 + 1 = 0$, 这

两个向量垂直,从而直线与平面平行,又直线上的点(0,1,0)不在平面上,故直线与平面不重合。应选B。

【2012-18】设直线 L 为 $\begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$,平面 π 为 $4x-2y+z-2=0$,则直线和平面
的关系是()。

- (A) L 平行于 π (B) L 在 π 上 (C) L 垂直于 π (D) L 与 π 斜交

解: 直线 L 的方向向量为 $s = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & -10 \end{vmatrix} = -7(4i + -2j + k)$, 平面 π 的法向量为

$n = 4i + -2j + k$, 对应坐标成比例, $n // s$, 故 L 垂直于 π 。应选C。

【2013-15】已知直线 $L: \frac{x}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{2}$, 平面 $\pi: -2x+2y+z-1=0$, 则()。

- (A) L 与 π 垂直相交 (B) L 平行于 π 但 L 不在 π 上
(C) L 与 π 非垂直相交 (D) L 在 π 上

解: 平面的法向量为 $n = (-2, 2, 1)$, 直线的方向向量为 $s = (3, -1, 2)$, 对应坐标不成比例, 直线与平面不垂直, 又 $s \cdot n = (3, -1, 2)^T \cdot (-2, 2, 1)^T = -6 \neq 0$, 直线与平面不平行。应选C。

【2014-9】设有直线 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+5}{1}$, 与 $L_2: \begin{cases} x=3-t \\ y=1-t \\ z=1+2t \end{cases}$, 则 L_1 与 L_2 的夹角 θ 等于
()。

- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

解: L_1 的方向向量 $s_1 = (1, -2, 1)$, L_2 的方向向量 $s_2 = (-1, -1, 2)$, $\cos \theta = \frac{1 \times (-1) + (-2) \times (-1) + 1 \times 2}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2} \times \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{1}{2}$, 所以 $\theta = \frac{\pi}{6}$, 应选D。

考点3 空间的曲面和曲线

考试大纲: 母线平行于坐标轴的柱面、旋转轴为坐标轴的旋转曲面的方程; 常用的二次曲面方程; 空间曲线在坐标面上的投影曲线方程。

【2005-4】将椭圆 $\begin{cases} \frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1 \\ y = 0 \end{cases}$, 绕 x 轴旋转一周所生成的旋转曲面方程是()。

- (A) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1$ (B) $\frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1$
(C) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{4} = 1$ (D) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$

解: 将 $\frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1$ 中的变量 z 换成 $\pm\sqrt{y^2 + z^2}$ 就可得到所求旋转曲面方程, 应选C。

【2006-3】球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 与平面 $x + z = 1$ 的交线在 xoy 坐标面上投影的方程是 ()。

(A) $x^2 + y^2 + (1-x)^2 = 9$

(B) $\begin{cases} x^2 + y^2 + (1-x)^2 = 9 \\ z = 0 \end{cases}$

(C) $z^2 + y^2 + (1-z)^2 = 9$

(D) $\begin{cases} (1-z)^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ x = 0 \end{cases}$

解：联立 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 和 $x + z = 1$ 消去 z ，得投影柱面方程 $x^2 + y^2 + (1-x)^2 = 9$ ，再与 $z = 0$ 联立，就得到投影曲线的方程，应选 B。

【2007-3】下列方程中代表单叶双曲面的是 ()。

(A) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} - z^2 = 1$

(B) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} + z^2 = 1$

(C) $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} - z^2 = 1$

(D) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} + z^2 = 0$

解： $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} - z^2 = 1$ 表示单叶双曲面， $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} + z^2 = 1$ 表示椭球面， $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} - z^2 = 1$ 表示双叶双曲面， $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} + z^2 = 0$ 表示原点。应选 A。

【2008-3】下列方程中代表锥面的是 ()。

(A) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} - z^2 = 0$

(B) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} - z^2 = 1$

(C) $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} - z^2 = 1$

(D) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} + z^2 = 1$

解：由二次曲面的分类知： $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} - z^2 = 0$ 表示锥面； $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} - z^2 = 1$ 表示单叶双曲面， $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} - z^2 = 1$ 表示双叶双曲面， $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} + z^2 = 1$ 表示椭球面。应选 A。

【2011-1】在三维空间中方程 $y^2 - z^2 = 1$ 所代表的图形是 ()。

(A) 母线平行 x 轴的双曲柱面

(B) 母线平行 y 轴的双曲柱面

(C) 母线平行 z 轴的双曲柱面

(D) 双曲线

解：方程中缺变量 x ，故是母线平行 x 轴的柱面；又 $y^2 - z^2 = 1$ 在 $yo z$ 面内表双曲线，故是双曲柱面。应选 A。

【2012-16】曲线 $x^2 + 4y^2 + z^2 = 4$ 与平面 $x + z = a$ 的交线在 $yo z$ 平面上的投影方程是 ()。

(A) $\begin{cases} (a-z)^2 + 4y^2 + z^2 = 4 \\ x = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x^2 + 4y^2 + (a-x)^2 = 4 \\ z = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x^2 + 4y^2 + (a-x)^2 = 4 \\ x = 0 \end{cases}$

(D) $(a-z)^2 + 4y^2 + z^2 = 4$

解：联立 $x^2 + 4y^2 + z^2 = 4$ 和 $x + z = a$ 消去 x ，得投影柱面方程， $(a - z)^2 + 4y^2 + z^2 = 4$ 。再与 $x = 0$ 联立，就得到投影曲线的方程，应选 A。

【2012-17】方程 $x^2 - \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$ ，表示（ ）。

- (A) 旋转双曲面 (B) 双叶双曲面
(C) 双曲柱面 (D) 锥面

解：这是双曲线 $\begin{cases} x^2 - \frac{y^2}{4} = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ (或 $\begin{cases} -\frac{y^2}{4} + z^2 = 1 \\ x = 0 \end{cases}$) 绕 y 旋转所生成的旋转双曲面。应选 A。

【2014-2】在空间直角坐标系中，方程 $x^2 + y^2 - z = 0$ 所表示的图形是（ ）。

- (A) 圆锥面 (B) 圆柱面 (C) 球面 (D) 旋转抛物面

解：这是抛物线 $\begin{cases} z = x^2 \\ y = 0 \end{cases}$ (或 $\begin{cases} z = y^2 \\ x = 0 \end{cases}$) 绕 z 旋转所生成的旋转抛物面。应选 D。

考点4 一元函数及性质

考试大纲：函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性。

【2010-3】设 $f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$ ，则（ ）。

- (A) $f(x)$ 为偶函数，值域为 $(-1, 1)$ (B) $f(x)$ 为奇函数，值域为 $(-\infty, 0)$
(C) $f(x)$ 为奇函数，值域为 $(-1, 1)$ (D) $f(x)$ 为奇函数，值域为 $(0, +\infty)$

解： $f(-x) = \frac{e^{-2x} - 1}{e^{-2x} + 1} = \frac{1 - e^{2x}}{1 + e^{2x}} = -\frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} = -f(x)$ ， $f(x)$ 为奇函数。又 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$ ；而 $f'(x) = \frac{e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2} > 0$ 知 $f(x)$ 单调增，又 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ ， $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ，所以值域为 $(-1, 1)$ ，应选 C。

考点5 极限

考试大纲：数列极限与函数极限的定义及其性质；极限的四则运算；无穷小和无穷大的概念及其关系；无穷小的性质及无穷小的比较；两个重要极限；洛必达法则。

【2005-5】下列极限计算中，错误的是（ ）。

- (A) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{x} \cdot \sin \frac{x}{2^n} = 1$ (B) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$
(C) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x)^{\frac{1}{x}} = e^{-1}$ (D) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x} = e^2$

解：因为 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$ ，而 $\sin x$ 是有界量，根据无穷小量与有界量的乘积还是无穷小量，知

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 0$ ，故 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$ 错误。利用两个重要极限的结论，知其他三个选项都是正确的。

应选 B。

【2006-4】若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{ax^2 - 3}{x^2 + 1} + bx + 2 \right) = \infty$ ，则 a 与 b 的值是 ()。

(A) $b \neq 0, a$ 为任意实数

(B) $a \neq 0, b = 0$

(C) $a = 1, b = -8$

(D) $a = 0, b = 0$

解：利用 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P_m(x)}{Q_n(x)} = \begin{cases} 0, & m < n \\ \infty, & m > n \\ \frac{a_m}{b_n}, & m = n \end{cases}$ ，(其中 $P_m(x) = a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \cdots + a_0$ ， $Q_n(x) = b_n x^n +$

$b_{n-1} x^{n-1} + \cdots + b_0$)，由 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{ax^2 - 3}{x^2 + 1} + bx + 2 \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{bx^3 + (a+2)x^2 + bx - 1}{x^2 + 1} \right) = \infty$ ，有 $b \neq 0, a$ 为任意实数，应选 A。

【2007-4】若有 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x - a} = 0$ ，则当 $x \rightarrow a$ 时， $f(x)$ 不一定是 ()。

(A) 有极限的函数

(B) 有界函数

(C) 无穷小量

(D) 比 $(x - a)$ 高阶的无穷小

解：由 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x - a} = 0$ 知，必有 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ ，这说明当 $x \rightarrow a$ 时， $f(x)$ 是有极限的函数，且是无穷小量，并且是比 $(x - a)$ 高阶的无穷小，因而选项 (A)、(B)、(C) 都是对的， $f(x)$ 有界函数不一定成立，应选 B。

【2008-3】函数 $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x < 1, \\ 4 - x, & 1 \leq x \leq 3, \end{cases}$ 在 $x \rightarrow 1$ 时， $f(x)$ 的极限是 ()。

(A) 2

(B) 3

(C) 0

(D) 不存在

解：分段函数在交接点，必须考虑左右极限，由 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$ ， $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$ 知，在 $x \rightarrow 1$ 时， $f(x)$ 的极限不存在，应选 D。

【2010-4】求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x}$ 时，下列各种解法中正确的是 ()。

(A) 用罗比达法则后，求得极限为 0

(B) 因为 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ 不存在，所以上述极限不存在

(C) 原式 $= \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} \cdot \frac{x}{\sin x} = 0$

(D) 因为不能用罗比达法则，故极限不存在

解：因为 $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$ (无穷小与有界量的乘积)，而 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$ ， $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} \cdot \frac{x}{\sin x} =$

$0 \cdot 1 = 0$ 。由于 $\left(x^2 \sin \frac{1}{x}\right)' = 2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}$, 当 $x \rightarrow 0$ 时极限不存在, 故不能用罗比达法则,

但求导后极限不存在不能得出原极限不存在, 所以选项 (A) 和 (D) 都不对; 又 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$,

B 选项错。应选 C。

【2011-3】 当 $x \rightarrow 0$ 时, $3^x - 1$ 是 x 的 ()。

(A) 高阶无穷小

(B) 低阶无穷小

(C) 等价无穷小

(D) 同阶但非等价无穷小

解: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{x} = \ln 3$, 故 $3^x - 1$ 是 x 的同阶但非等价无穷小。应选 D。

【2012-2】 设 $\alpha(x) = 1 - \cos x$, $\beta(x) = 2x^2$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列结论中正确的是 ()。

(A) $\alpha(x)$ 与 $\beta(x)$ 是等价无穷小

(B) $\alpha(x)$ 是 $\beta(x)$ 的高阶无穷小

(C) $\alpha(x)$ 是 $\beta(x)$ 低阶无穷小

(D) $\alpha(x)$ 与 $\beta(x)$ 是同阶无穷小但不是等价无穷小

解: 因 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{4x} = \frac{1}{4}$, 故 $\alpha(x)$ 与 $\beta(x)$ 是同阶无穷小但不是等价无穷小。应

选 D。

【2013-2】 若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + ax + b}{x^2 + x - 2} = 1$, 则必有 ()。

(A) $a = -1, b = 2$

(B) $a = -1, b = -2$

(C) $a = -1, b = -1$

(D) $a = 1, b = 1$

解: 当 $x \rightarrow 1$ 时分母的极限为零, 又因为这个商式的极限存在, 分子的极限必为零, 故 $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + ax + b) = 0$, 得 $a + b = -2$, 所以 $a = -1, b = -1$ 。应选 C。

【2014-1】 若 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x)^{\frac{k}{x}} = 2$, 则常数 k 等于 ()。

(A) $-\ln 2$

(B) $\ln 2$

(C) 1

(D) 2

解: 由 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x)^{\frac{k}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} [(1 - x)^{\frac{1}{-x}}]^{-k} = e^{-k} = 2$, 得 $k = -\ln 2$ 。应选 A。

【2014-7】 设 $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$, 则数列 $\{a_n\}$ 是 ()。

(A) 单调增而无上界

(B) 单调增而有上界

(C) 单调减而无下界

(D) 单调减而有上界

解: 利用二项式公式

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 1 + 1 + \frac{1}{2!} \left(1 - \frac{1}{n}\right) + \frac{1}{3!} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{2}{n}\right) + \cdots + \frac{1}{n!} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{2}{n}\right) \cdots \left(1 - \frac{n-1}{n}\right)$$

$$a_{n+1} = \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n+1} = 1 + 1 + \frac{1}{2!} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) + \frac{1}{3!} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) \left(1 - \frac{2}{n+1}\right) + \cdots$$