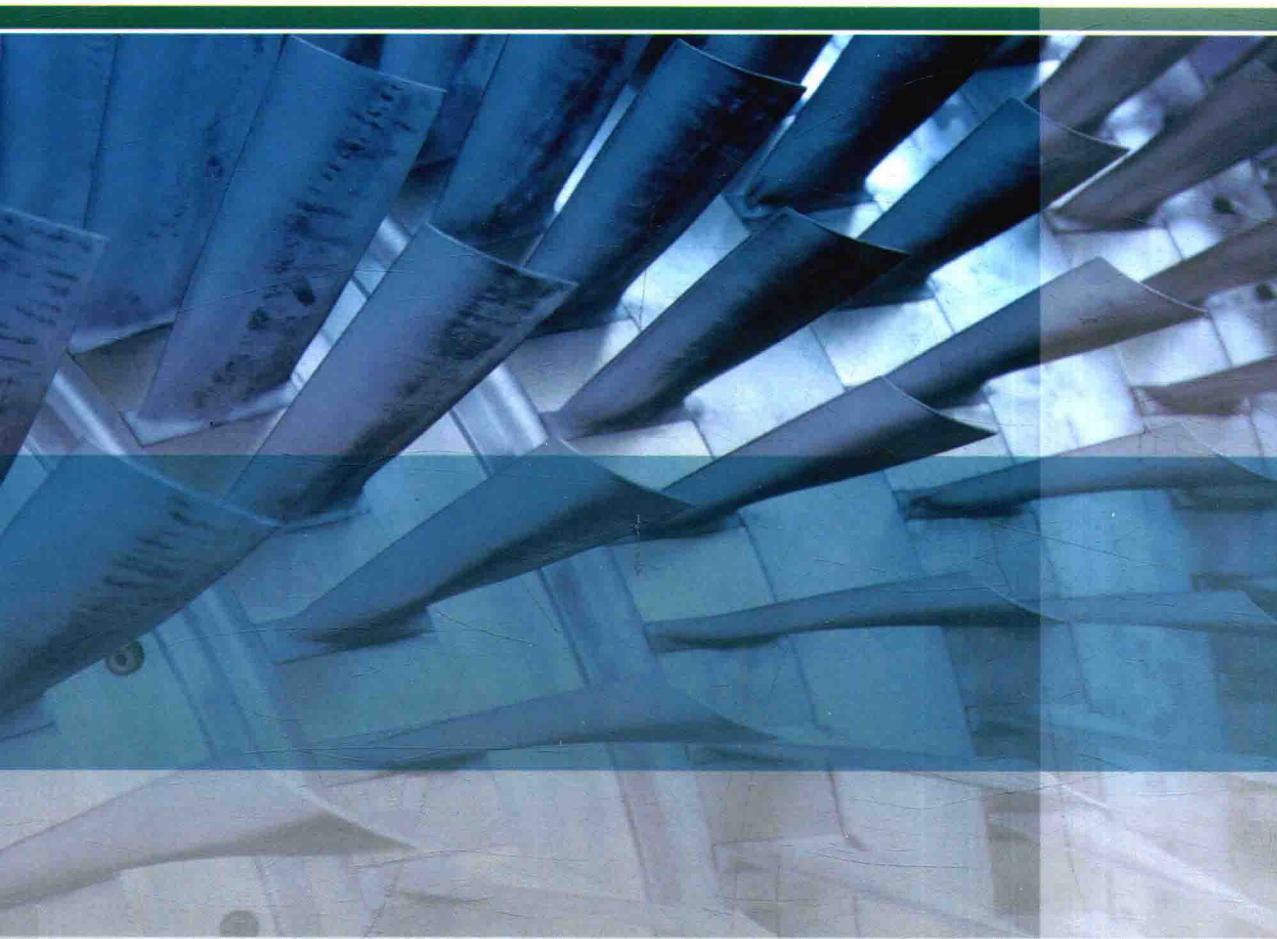


中國工程院

院士文集

尹澤勇文集



航空工业出版社

中国工程院院士文集

尹 泽 勇 文 集

航空工业出版社

北京

内 容 提 要

尹泽勇，中国工程院院士，航空发动机专家，担任总设计师主持研制了我国第一种设计定型的涡扇发动机、第一型具有完全自主知识产权的涡轴发动机，以及两型直升机传动系统，并技术负责其他有关重大项目，为我国航空发动机及直升机传动系统发展做出了杰出贡献。本书从尹泽勇院士 1979—2014 年间公开发表的学术论文中挑选了 56 篇具有代表性的文章，主要介绍其在航空发动机先进结构分析、先进材料应用、多学科多目标设计优化、通用核心机概念设计以及直升机传动系统研发等领域的研究成果。

本书可供航空发动机/燃气轮机专业及机械工程专业的工程技术人员使用，也可作为高等院校相应专业的参考用书。

图书在版编目 (C I P) 数据

尹泽勇文集/尹泽勇著. --北京：航空工业出版社，2016.1

(中国工程院院士文集)

ISBN 978 - 7 - 5165 - 0942 - 5

I. ①尹… II. ①尹… III. ①航空工程—文集 IV.
①V2 - 53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 285415 号

尹 泽 勇 文 集

Yin Zeyong Wenji

航空工业出版社出版发行

(北京市朝阳区北苑 2 号院 100012)

发行部电话：010 - 84936597 010 - 84936343

北京京华虎彩印刷有限公司印刷

全国各地新华书店经售

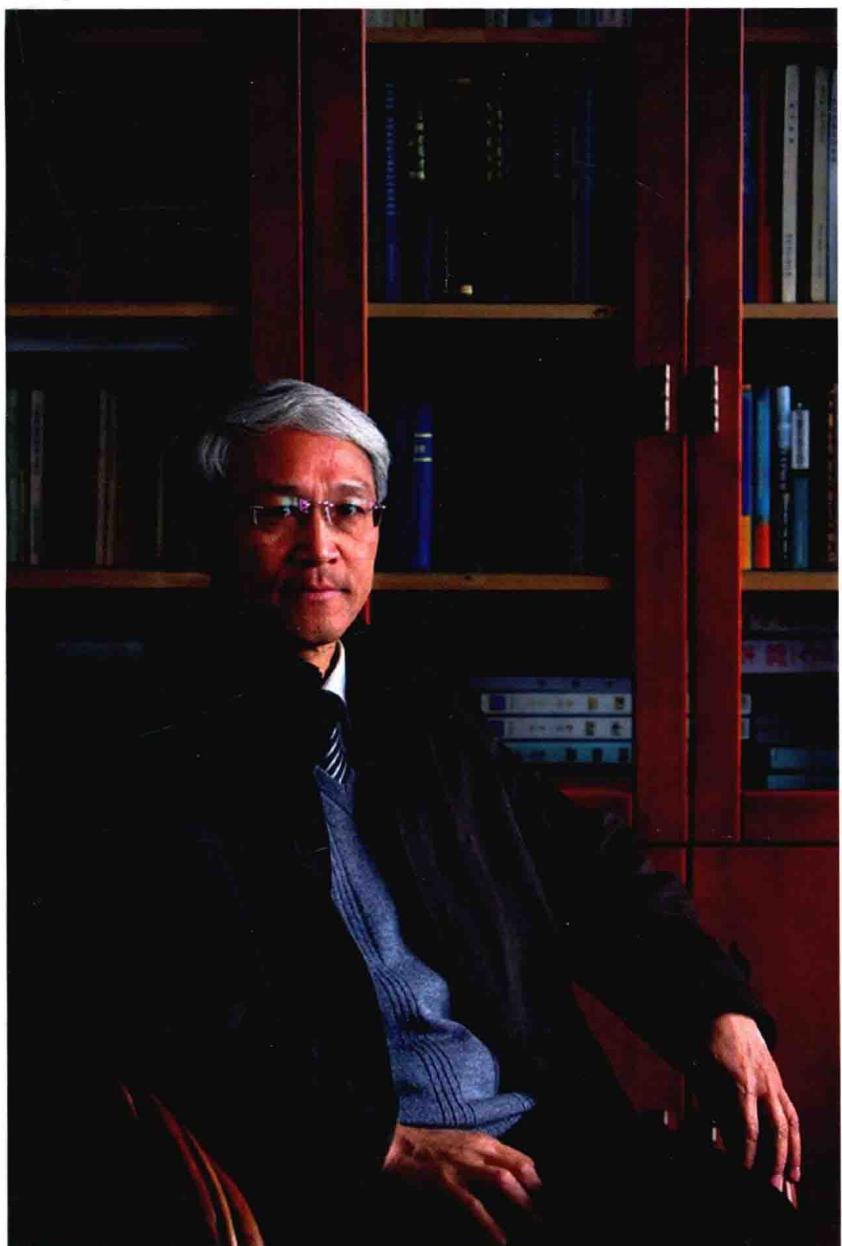
2016 年 1 月第 1 版

2016 年 1 月第 1 次印刷

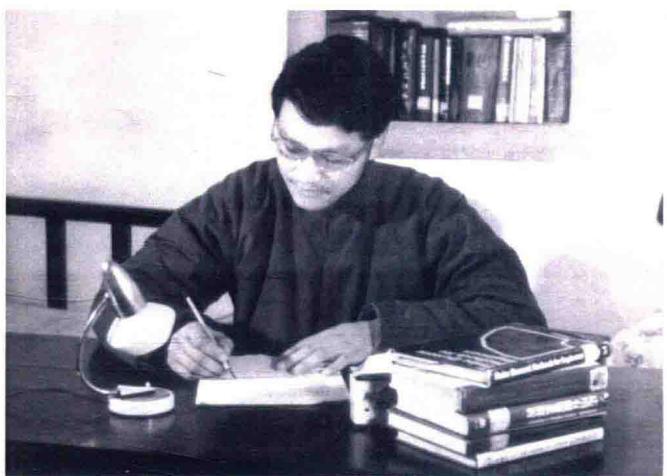
开本：787 × 1092 1/16 印张：32.75 插页：2 字数：780 千字

印数：1—1000

定价：160.00 元



尹泽勇院士



1977 年，株洲



2008 年，长沙



2015 年，上海

《中国工程院院士文集》总序

二〇一二年暮秋，中国工程院开始组织并陆续出版《中国工程院院士文集》系列丛书。《中国工程院院士文集》收录了院士的传略、学术论著、中外论文及其目录、讲话文稿与科普作品等。其中，既有早年初涉工程科技领域的学术论文，亦有成为学科领军人物后，学术观点日趋成熟的思想硕果。卷卷《文集》在手，众多院士数十载辛勤耕耘的学术人生跃然纸上，透过严谨的工程科技论文，院士笑谈宏论的生动形象历历在目。

中国工程院是中国工程科学技术界的最高荣誉性、咨询性学术机构，由院士组成，致力于促进工程科学技术事业的发展。作为工程科学技术方面的领军人物，院士们在各自的研究领域具有极高的学术造诣，为我国工程科技事业发展做出了重大的、创造性的成就和贡献。《中国工程院院士文集》既是院士们一生事业成果的凝练，也是他们高尚人格情操的写照。工程院出版史上能够留下这样丰富深刻的一笔，余有荣焉。

我向来以为，为中国工程院院士们组织出版《院士文集》之意义，贵在“真善美”三字。他们脚踏实地，放眼未来，自朴实的工程技术升华至引领学术前沿的至高境界，此谓其“真”；他们热爱祖国，提携后进，具有坚定的理想信念和高尚的人格魅力，此谓其“善”；他们治学严谨，著作等身，求真务实，科学创新，此谓其“美”。《院士文集》集真善美于一体，辨而不华，质而不俚，既有“居高声自远”之澹泊意蕴，又有“大济于苍生”之战略胸怀，斯人斯事，斯情斯志，令人阅后难忘。

读一本文集，犹如阅读一段院士的“攀登”高峰的人生。让我们翻开《中国工程院院士文集》，进入院士们的学术世界。愿后之览者，亦有感于斯文，体味院士们的学术历程。

徐匡迪
二〇一二年

自序

中国工程院组织出版院士文集，这让我有机会整理、审视发表过的学术论文，于是恭敬不如从命。

我于1962年考入西北工业大学飞机系学习，本应于1967年毕业。由于“文化大革命”的缘故，1970年才进入现在的中国航空动力机械研究所，开始航空发动机研发工作。当时，我们一些年轻人在参加型号研制的同时，也在各级机关、领导及老同志的积极支持下，开展虽未直接纳入型号研制，却与型号研制及研究所日后发展密切相关的研究及应用工作，并随着“文化大革命”结束后学术期刊的恢复，开始发表论文。这里收入的第一篇第一作者的论文就是在复刊第二年的《航空学报》上发表的，至今还记得收到赠刊时的激动心情，似乎还闻到过其上的油墨之香。那时未曾料到的是，一发而不可收，之后40余年，虽然型号研制任务愈来愈重，主要工作地点也由长沙而株洲，而北京，而上海，但一直在勉力进行有关研究及应用工作，并撰写发表了若干论文。

浏览过一遍准备收入的论文，值得高兴的是未发现大的错误，绝大部分论文也反映了努力使研究与应用相生相成的意愿。这是我愿意整理出版这些旧作的原因之一。此外，学术研究与产品研制都是在格物穷理、推陈致新，只不过各有侧重。除研究、应用及论文发表具有的直接技术作用之外，开展这些工作所涉及的目标明确、方法新颖、推理严密、数据精准等多种要求，虽然我未能全部做到，但对我其间及其后深入参加或负责组织几种发动机及传动系统型号研制，确实有着十分重要的影响。这是我愿意整理出版这些旧作的又一个原因。第三个原因是，不避自诩之嫌，借此机会寄望于年轻一代同行，既做好当前型号研制工作，也努力开展相关研究及应用。今年的政府工作报告中宣布，要实施航空发动机重大科技专项，任重道远。我国航空发动机技术基础相当薄弱，新老从业者都不得不主动担负更多责任。

这里收入了1979—2014年发表论文中的56篇，其中第一作者的42篇，第二作者的14篇。42篇中文论文多发表于《航空学报》及《航空动力学报》等航空类期刊，其次是《力学学报》《固体力学学报》《计算力学及其应用》等力学类期刊；14篇英文论文则多是在相关国际学术会议上宣读并收入文集中。有四五篇英文论文与中文论文内容基本或部分相同，其中有的是应《航空学报》中文版及英文版的要求分别发表，有的则前后发表于中文期刊及英文会议文集，都放在这里也可为感兴趣者提供一种不一定准确的中英文对照。

这些论文反映了本人及相关同事 40 多年来在航空发动机技术领域开展的一点研究及应用工作。它们以发表时序编排，按内容可大致分为如下几类：一是有限元素法研究及应用，主要是针对特殊结构建立新类型元素、新分析方法，并将其应用于航空发动机结构强度、振动、寿命分析工作；二是各向异性单晶叶片强度、寿命的研究和应用；三是航空发动机的气、固、热等多学科和多目标综合设计优化研究与应用；此外，也收入了四五篇非纯学术论文，涉及航空发动机技术发展、结构完整性与可靠性关系以及产品排故等内容。其他著译及文稿，则不在此考虑。

感谢中国航空工业集团公司安排航空工业出版社负责编辑出版事宜。论文整理过程中，我自己及经多位年轻同志、本书编辑热情帮助，对个别符号、数字、文字做了订正。多重录入过程中，恐怕会有所漏误。好在每篇论文均列有出处，有兴趣者可针对疑点与原文相互印证。

已从心而惧逾矩，近野人而敢献芹。是为序。

尹泽勇

2015 年 6 月

目 录

用有限元素法分析弹性固体接触问题	(1)
考虑一般载荷及裂纹表面相互作用时计算 K_I 的虚裂纹扩展法	(6)
分析实体 - 壳体组合结构及抗拉压平板 - 平面梁组合结构的一类过渡元素	(9)
一类实现网格疏密变化的过渡等参数元素	(19)
A Kind of Transition Isoparametric Element Used between Coarse and Fine Mesh	(29)
The Finite Element Stress Analysis for Solid-Shell Combined Parts in Aeroengines	(40)
等参体元类及超参壳元类节点的循环对称条件及其引入方法	(49)
组合结构的一类过渡元素	(56)
完整齿轮副的三维有限元应力分析	(69)
The Three-Dimensional Finite Element Cyclic Symmetric Stress Analysis for Radial Flow Impellers	(77)
离心叶轮的三维有限元循环对称应力分析	(86)
轮盘 - 叶片组件的统一应力分析	(94)
支承微移时临界转速的变化趋势	(100)
The Finite Element Analysis for Cyclic Symmetric Contact Problems	(103)
SADCAR - A Software Package for Stress Analysis and Dynamic Characteristic Analysis of Rotors	(111)
某型燃气轮机转子与静子相碰故障分析	(120)
缘板及叶冠间的接触状况及其对叶片位移和应力的影响	(124)
全齿轮系的三维有限元循环对称及接触应力分析	(129)
局部有限元 - 变轴力传递矩阵法及其应用	(134)
采用二次等参体元时的接触判据	(142)

转子分区循环对称接触应力分析	(146)
Partially Cyclic Symmetric Contact Stress Analysis for Rotors	(153)
端齿轴段刚度及其对转子动力特性的影响	(162)
高速螺旋锥齿轮副有限元应力分析	(167)
采用壳体应变—应力状态的体—壳过渡元	(173)
Solid—Shell Transient Element with Shell Strain—Stress State	(180)
板、壳侧面接触问题的简化有限元分析	(189)
变化轴力对转子动力特性的影响	(198)
发动机结构完整性大纲与可靠性大纲的协同贯彻	(203)
采用壳体应变应力状态的正交异性体—壳过渡元	(208)
用于热应力分析的体—壳过渡元	(215)
端齿连接转子轴向松弛力(压紧力)计算	(221)
循环对称接触结构的概率有限元应力分析	(229)
端齿连接转子轴向预紧力的确定	(234)
Strength Problems in Development of Power System and Transmission System	
for Helicopter	(238)
DD3 单晶黏塑性损伤本构模型研究	(253)
卡箍刚度的有限元计算与试验测定	(260)
整体离心叶轮的形状优化设计	(265)
Study on Strength and Life of Anisotropic Single Crystal Blade	
—Part I : Crystallographic Constitutive Models and Applications	(269)
Study on Strength and Life of Anisotropic Single Crystal Blade	
—Part II : Experimental Research	(280)
单晶合金涡轮叶片晶向的优化	(289)
大力加强我国中小型航空发动机技术的发展	(296)
基于小波包分析方法的航空发动机滚动轴承故障诊断	(305)
航空发动机涡轮叶片的多学科设计优化	(311)
一种确定燃气涡轮轴发动机起动最小所需扭矩的工程方法	(321)
基于多目标遗传算法的航空发动机总体性能优化设计	(327)
参数限制对涡轴发动机过渡态控制的影响	(336)
无人机动力装置的现状与发展	(344)
航空发动机多学科设计优化技术研究	(357)
涡轴(涡桨)/涡扇(涡喷)发动机通用核心机技术	(373)
A Ranking Selection-Based Particle Swarm Optimizer for Engineering Design	
Optimization Problems	(384)
China's Multidisciplinary Design Optimization Accepting the Challenge of	
Aeroengine Development	(412)

Development of Helicopter Power Transmission System Technology	(437)
基于试验设计及支持向量机的向心叶轮结构优化设计方法研究	(461)
轮盘概念设计中拓扑和形状同时优化方法研究	(471)
Multidisciplinary Design Optimization Technology Accepting Challenge of Advanced Green Aeroengine Design	(489)

用有限元素法分析弹性固体接触问题^①

尹泽勇 刘修禾

摘要：弹性固体接触问题在工程实际中具有十分重要的意义。像紧配合零件、螺栓连接、齿轮对以及燃气轮机叶片榫头与轮盘榫槽处的应力分析，都属于这一类问题。

本文用位移型有限元素法分析弹性固体接触问题。所述方法可以处理多个物体多处接触的情况，也可以处理有初始间隙及初始嵌入的情况，还可以处理有摩擦力存在的情况。

虽然本文只给出了平面弹性固体接触的具体公式，也可以推广于轴对称问题及三维问题，也可将本文所述方法推广于弹塑性固体接触问题。

1 方法

本文用位移型有限元素法分析具有重要实际意义的弹性固体接触问题（图1是这种问题的典型示例）。所述方法可以处理多个物体多处接触的情况，考虑了摩擦力，允许初始间隙及初始嵌入的存在。虽然这里只给出了平面问题的具体公式，但可以推广于轴对称问题及三维问题。

对于加载过程中接触状况变化引起的非线性位移—载荷关系，用增量迭代法处理，即用一系列载荷增量表示整个加载过程，对于每个增量，在不同接触状况下反复求解，并逐次修正接触状况，直至不再变化。各载荷增量下的解之和就是总载荷下的解。

本文处理接触条件的方式与文献[1]原则上相同，但对局部坐标系pq做了更为明确的规定，并补充了一个接触判据，见式(15)。由于引入接触条件后的刚度矩阵仅稀疏而不对称，本文采用一种只存储

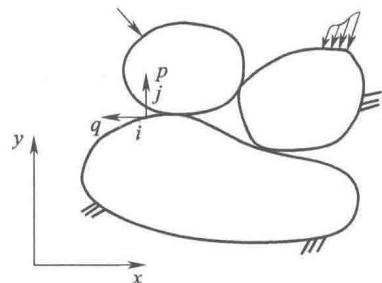


图1 弹性固体接触问题典型示例

① 本文发表于1979年《航空学报》第3期。

刚度矩阵中非零元素数值及所在列号的高斯消去法，并以非零元素数最少的一行中绝对值最大者作为主元素。文献 [2] 中曾按这种存储格式采用高斯-约当消去法求解方程，但那里只利用了内存。为了能在较小规模的计算机上求解，我们利用了外存。

2 公式

这里只给出处理接触边界的主要公式。

2.1 三种接触类型

对于两个物体间加载前已接触及加载后可能接触之处，两个边界上的节点应一一对应、成对配置，称为接触节点对。在每对接触节点 i 与 j 处均建立一局部直角坐标系 pq （见图 1）。 p 以节点 i 处外法向为正。如果节点 i 与 j 加载前正好接触，以节点 i 同与其相邻的某一边界节点的连线作为切线，而以与这一切线垂直的直线作为法线；否则，认为节点 i 与 j 的连线就是法线。

施加某一载荷增量时，各接触节点对的接触类型有一体接触、滑移接触、开式接触（即不接触）三种，它们均有如下接触条件

$$\begin{aligned}\Delta r_{pi} + \Delta r_{pj} &= 0 \\ \Delta r_{qi} + \Delta r_{qj} &= 0\end{aligned}\quad (1)$$

此外，在一体接触时尚有

$$\begin{aligned}(\delta_{p_{ij}} - u_{poi} + u_{p_{oj}}) - (\Delta u_{pi} - \Delta u_{pj}) &= 0 \\ \Delta u_{qi} - \Delta u_{qj} &= 0\end{aligned}\quad (2)$$

在滑移接触时尚有

$$\begin{aligned}(\delta_{p_{ij}} - u_{poi} + u_{p_{oj}}) - (\Delta u_{pi} - \Delta u_{pj}) &= 0 \\ r_{qi} + \Delta r_{qoi} &= \pm f \cdot (r_{poi} + \Delta r_{pi})\end{aligned}\quad (3)$$

式中： f ——静摩擦因数，其前正负号视滑移方向而定。

在开式接触时尚有

$$\begin{aligned}r_{poi} + \Delta r_{pi} &= 0 \\ r_{qoi} + \Delta r_{qi} &= 0\end{aligned}\quad (4)$$

式 (1) ~ 式 (4) 中： r_{pi} 为当前接触力的 p 向分量； Δr_{pi} 为载荷增量引起的 p 向接触力增量； r_{poi} 为以前各载荷增量下算出的 p 向接触力增量之和； r_{qi} ， Δr_{qi} ， r_{qoi} 为类似的 q 向分量； u_{pi} ， Δu_{pi} ， u_{poi} 及 u_{qi} ， Δu_{qi} ， u_{qoi} 是相应位移分量； $\delta_{p_{ij}}$ 是加载前节点 i 与 j 的法向距离，以间隙为正，嵌入为负。

2.2 接触条件的引入

施加某一载荷增量时，可在 xy 坐标系中写出如下方程

$$\mathbf{K} \Delta \mathbf{U} = \Delta \mathbf{F} + \Delta \mathbf{R} \quad (5)$$

式中： K ——系统刚度矩阵；

ΔU ——系统节点位移矢量增量；

ΔF ——系统节点载荷矢量增量；

ΔR ——各接触节点处接触力引起的接触力矢量增量。

对于有 N 对接触节点的系统， $4N$ 个接触条件正好弥补式(5)中方程数目之不足。只要按照各接触节点对的接触类型，分别把式(1)~式(4)引入式(5)，即得不包含 ΔR 这一项的新刚度方程

$$\bar{K} \Delta U = \bar{\Delta F} \quad (6)$$

方程(6)在给定边界条件下可解。显然，只须对各接触节点对(如接触节点对 ij)处的方程引入接触条件，按式(7)进行

j 行：

k 列 j 列 l 列 m 列 i 列 n 列

$$[K_{jk}, K_{ij}, K_{jl}, K_{im}, K_{ii}, K_{in}] \Delta U = \Delta F_j + \Delta F_i$$

i 行：

j 列 m 列 i 列 n 列

$$[\lambda L_{ij}, \mu L_{ij} K_{im}, \mu L_{ij} K_{ii} - \lambda L_{ij}, \mu L_{ij} K_{in}] \Delta U = \mu L_{ij} \Delta F_i - \mu r_{oi} + \lambda S_{ij} \quad (7)$$

式中

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} \delta_{pij} - u_{poi} + u_{poj} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$r_{oi} = \begin{bmatrix} r_{poi} \\ r_{qoi} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$L_{ij} = \begin{bmatrix} \cos(p, x) & \cos(p, y) \\ \cos(q, x) & \cos(q, y) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\lambda = \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & (\text{一体接触}) \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & (\text{滑移接触}) \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & (\text{开式接触}) \end{cases} \quad (11)$$

$$\mu = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & (\text{一体接触}) \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \pm f & 1 \end{bmatrix} & (\text{滑移接触}) \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & (\text{开式接触}) \end{cases} \quad (12)$$

式(7)中： n, m 是与节点 i 相邻的节点中最小及最大的节点号， k, l 是与节点 j 相邻的节点中最小及最大的节点号。此外，行与列按节点计数。

2.3 接触类型的判据

根据在原接触状况下求解式(6)所得结果,按如下步骤判定各接触节点对新的接触类型。

(1) 判定是开式接触、一体接触,还是滑移接触

①原接触类型为一体接触或滑移接触时

$$\text{若 } r_{poi} + \Delta r_{pi} \begin{cases} > 0, & \text{则新接触类型为开式接触} \\ \leq 0, & \text{则新接触类型为一体接触或滑移接触} \end{cases} \quad (13)$$

②原接触类型为开式接触时

$$\text{若 } (\delta_{pij} - u_{poi} + u_{poj}) - (\Delta u_{pi} - \Delta u_{pj}) \begin{cases} > 0, & \text{则新接触类型为开式接触} \\ \leq 0, & \text{则新接触类型为一体接触或滑移接触} \end{cases} \quad (14)$$

(2) 判定是一体接触还是滑移接触

①原接触类型为开式接触或滑移接触时

$$\text{若 } \Delta u_{qi} - \Delta u_{qj} \begin{cases} = 0, & \text{则新接触类型为一体接触} \\ \neq 0, & \text{则新接触类型为滑移接触} \end{cases} \quad (15)$$

②原接触类型为一体接触时

$$|r_{qoi} + \Delta r_{qi}| \begin{cases} \leq -f \cdot (r_{poi} + \Delta r_{pi}), & \text{则新接触类型为一体接触} \\ > -f \cdot (r_{poi} + \Delta r_{pi}), & \text{则新接触类型为滑移接触} \end{cases} \quad (16)$$

3 算例

我们按本文所述方法用FORTRAN IV语言编制了计算机程序(采用常应变三角形元素)。现以几个算例说明应用情况。

3.1 无限长圆柱-半无限空间接触问题

分析了一无限长圆柱(直径30mm)在均布线载荷(40kgf^①/mm)作用下与半无限空间接触的问题。分析时用一足够大的有限区域代替半无限空间。取摩擦因数为零。利用对称性,总共采用158个元素,113个节点,11对接触节点。

在图2中,把用本文方法算出的接触边界上的压力分布同解析解^[3]做了比较,二者相当一致。此外,由解析解给出的实际接触边界的半宽为0.83mm,而用本文方法算出的半宽为0.80mm,二者相对误差为3.8%。

3.2 榫头-榫槽接触应力分析

图3所示是某发动机涡轮叶片榫头与轮盘榫槽在高速旋转下,二者接触传力。

① 1kgf=9.8N。

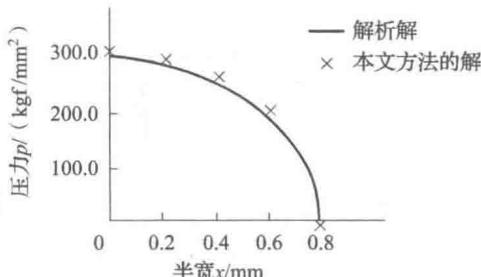
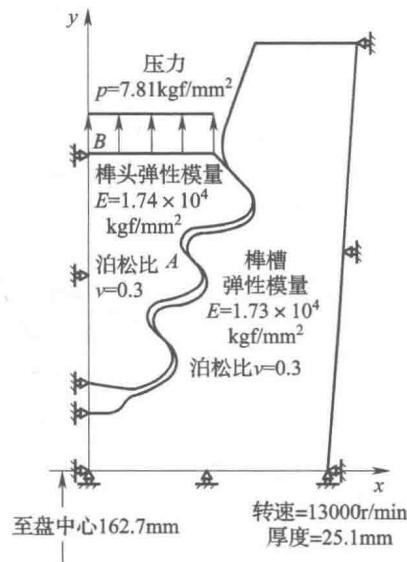


图 2 接触边界上的压力分布

图 3 某发动机涡轮叶片榫头与轮盘
榫槽在高速旋转下接触传力

研究了榫头与榫槽之间的摩擦因数对于应力分布以及榫头上部径向位移的影响。分析时利用了对称性，总共采用 129 个元素，101 个节点，24 对接触节点。

计算结果表明，随着摩擦因数 f 的增大，榫齿表面处高应力降低而低应力升高，同时榫头上部径向位移减小。例如当 f 分别取 0, 0.015, 0.03, 0.05 时，图中 A 点处当量应力分别为 32.67 kgf/mm^2 , 35.82 kgf/mm^2 , 35.40 kgf/mm^2 , 34.86 kgf/mm^2 ; B 点处 y 向位移分别为 0.0464 mm , 0.0461 mm , 0.0456 mm , 0.0454 mm 。

3.3 齿轮对接触应力分析

分析某直升机减速器某级齿轮啮合对：主动轮齿及游星轮齿按非接触问题算出的最大当量应力为 256.6 kgf/mm^2 及 327.8 kgf/mm^2 ，按接触问题算出的最大当量应力为 101.6 kgf/mm^2 及 104.4 kgf/mm^2 。前者已超过材料承载能力，显然不正确。

参考文献

- [1] 薦紀夫, 山地城一. 接觸問題の有限要素解析法に関する研究 [J]. J. of the JSME, 1973, 651 (76).
- [2] KEY J E. Computer program for solution of large, sparse, unsymmetric systems of linear equations [J]. Inter. J. for Num. Meth. in Engng, 1973, 4 (6).
- [3] 铁木辛柯, 古地尔. 弹性理论 [M]. 徐芝纶, 吴永祯, 译. 北京: 人民教育出版社, 1964.

考虑一般载荷及裂纹表面相互作用时 计算 K_I 的虚裂纹扩展法^①

文献 [1, 2] 关于载荷随裂纹虚拟扩展而变化即有体力或裂纹表面力作用时的论述错误，并且没有考虑裂纹表面有相互作用时的情况。本文建立了考虑一般载荷以及裂纹表面相互作用时计算弹性应力强度因子 K_I 的虚裂纹扩展法。这里把非裂纹表面力、体力及裂纹表面力同时作用称为一般载荷。按此方法，只须对平面问题的位移型有限元素应力分析程序稍作修改，即可计算 K_I 。计算 K_I 所需的时间不多于网格规模相同的应力分析问题所需的时间。

1 裂纹虚拟扩展时的能量释放率

对于承受一般载荷并且必须考虑裂纹表面相互作用的含裂纹物体，可写出如下刚度方程

$$\mathbf{F} + \mathbf{R} = \mathbf{KU} \quad (1)$$

式中： \mathbf{F} ——一般载荷引起的节点载荷矢量；

\mathbf{R} ——裂纹表面相互作用引起的节点接触力矢量；

\mathbf{K} ——刚度矩阵；

\mathbf{U} ——节点位移矢量。

如果裂纹有一虚拟的扩展，即假设裂纹面积由 A 变成 $A + dA$ ，根据能量守恒定律，在略去高阶小量的情况下，有下式成立

$$d\mathbf{U}^T (\mathbf{F} + \mathbf{R}) - GdA = dV \quad (2)$$

式中： G ——能量释放率；

V ——物体的变形能。

显然，由式 (2) 可以得到

$$G = -\frac{dV}{dA} + \frac{d\mathbf{U}^T}{dA} (\mathbf{F} + \mathbf{R}) \quad (3)$$

利用变形能表达式 $V = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U}$ ，式 (3) 可写成

① 本文发表于 1979 年《力学与实践》第 1 卷第 4 期。