

Geometry Tutorial (Solid Geometry Volume)



HIT

数学·统计学系列

几何学教程 (立体几何卷)

[法] J·阿达玛 著 朱德祥 朱维宗 译



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

数学·统计学系列

Geometry Tutorial (Solid Geometry Volume)

几何学教程 (立体几何卷)

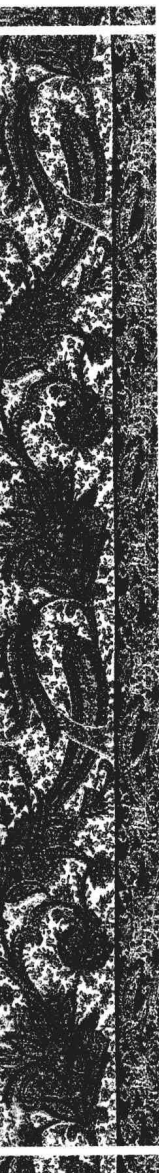
●「法」

阿达玛 著

●朱德祥 朱维宗 译



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



内 容 提 要

本书是法国著名数学家 J. Hadamard 的一部名著,译者为我国著名初等几何专家朱德祥教授和其子朱维宗教授.该书除详细而严格地论述了立体几何内容外,还包括了常用曲线、测量概念以及有关高等几何等内容.书中附有大量的习题(共 900 题),颇有启发性.附录部分主要介绍几何问题的可解性,关于体积的定义,关于任意曲线的长度、任意曲面的面积和体积的概念,关于正多面体的旋转群,关于凸多面体的柯西(Cauchy)定理和空间的圆的自反性质等.该书迄今始终是初等几何方面的重要文献之一,它对掌握立体几何甚至数学方法,培养独立思考能力都有很好的启发作用.

本书可供高等院校数学与应用数学专业学生、中学教师、数学爱好者作为学习或教学的参考用书.

图书在版编目(CIP)数据

几何学教程.立体几何卷/(法)阿达玛著;朱德祥,朱维宗译.—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2011.6

ISBN 978-7-5603-3303-8

I.①几… II.①阿…②朱…③朱… III.①几何学-教材②立体几何-教材 IV.①O18②O123.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 117811 号

策划编辑 刘培杰 张永芹

责任编辑 李长波

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451-86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨市石桥印务有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 37.75 字数 651 千字

版 次 2011 年 7 月第 1 版 2011 年 7 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5603-3303-8

定 价 68.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

序 言

几何学,英文为 Geometry,实由希腊文 Geometria 一字演变而来,而按 Geometria 一字的字义分析.Geo 的含义是“地”,metria 的意义是“量”,合起来可译为“测地术”,这也符合一些古代著作残片上的文字.亚里士多德学派哲学家欧金·罗道斯科曾说:“依据很多的实证,几何是埃及人创造的且发生于土地测量.由于尼罗河泛滥,经常冲毁界线,这测量变成必要的工作.无可置疑的,这类科学和其他科学一样,都发生于人类的需要.”但在明代徐光启翻译几何原本时,却把 Geometry 译为几何学,这是从 Geo 之音译而来,亦有把 Geometry 译为形学的.但此译名却未获通用.

本书是法国数学家阿达玛(J. Hadamard)院士近 300 多篇(部)著作中的一部(其中平面几何卷已由数学工作室出版).阿达玛是历史上少数几位高龄数学家之一,活了 98 岁.在他 90 岁生日之际,被授予荣誉军团大十字勋章.他曾到中国清华大学进行过讲学,阿达玛在清华大学讲学期间是他为华罗庚介绍了前苏联大数学家维诺格拉多夫在数论方面的工作.可以说中国数学家深受其影响.

立体几何真正的困难在于空间想象能力.

André Weil 说:真正的几何直观在心理上也许永远说不清楚.在过去,这种几何直观主要是关于三维空间的构想力.而今天,对高维空间的讨论日益取代了初等问题的研究,那么构想至多只能是部分的或象征性的.触觉的想象似乎也起着一定的作用.

根据科学家的研究发现,人类所接收的信息绝大多数是用眼睛所看来的。也就是说如果一门知识如果“可视化”强,接受起来便顺利。无疑立体几何作为三维空间上的几何学当然要比作为二维几何学的平面几何难以掌握。还有一些人努力把科学解释通俗化,这时,他们即使没有造成任何误解,至少也造成了方向性的转变。在“时空连续统”(Space-Time Continuum)的概念中,从字面上讲,时间被描述为“第四维度”,结果也造成了混乱。在三度空间里,旋转只能围绕着一根轴线进行,四度空间的数学属性则不然,旋转可以围绕着一个轴面进行。非专业人士为了让行家想象中的这种观点“可视化”,做出了各种努力,结果造成了传统的“共同经历”与最新用来描述物质世界性质的科学术语之间的鸿沟。

本书首先要满足那些藏书者的需求。

正如藏书家陆昕所言:“古代是没有藏书文化的。所谓古代的藏书文化,是今人替古人发掘的一种文化。为了研究传统文化并继承发扬,我们替古人总结出许多文化,藏书即是其中之一。因为古人藏书,主要的目的就是用,或是学家以此研究学术,以正前贤之说,以解史迹之疑;或是藏者以此校经勘史,以纠通行本之错讹,以复古本之原貌。但无人从文化层面上研究藏书兴衰和古籍流转,至多在书跋中发几通感慨。”(陆昕.今日藏书 路在何方.博览群书,2010(1).)

本书为我国几何学家朱德祥教授早年所译,现今只有在大学图书馆或少数学者的书房中可以一见,这给年轻一代喜欢老书的几何迷带来很多不便。老书是有吸引力的。有一本专门讲书店的书,专门介绍过一家英国老店——查令十字街 84 号书店像有去过的人所描述的那样:“这是一间活脱从狄更斯书里头蹦出来的可爱铺子,如果让你见到了,不爱死了才怪……极目所见全是书架。高耸直抵到天花板的深色的古老书架,橡木架面经过漫长岁月的洗礼,虽已褪色仍径放光芒。”

工业化革命后,制造能力之强超出人们想象。大量同质同样的东西被制造出来。在人们享受到过去只有帝王和贵族才能享受到的精神食粮后突然发现,它们也在大幅贬值。所以新书有价值但它没有附加值,而旧书则有双倍价值。

本书其次要满足那些具有小众口味,醉心于冷门学问中的性情中人。早年陈省身大师下决心搞微分几何时,被人告之这个分支已近死亡。但谁成想它竟成就了陈省身一生的伟业。

新经济评论家姜奇平对 Google 在世界的意外成功有一妙论:“冷门打开局面,就成热门了。草根上了台面,就成精英了。”立体几何在中国的命运也是几起几落。

数学的热点和冷门是交替的。可谓三十年河东三十年河西。从大的方向说方程是数学的中心议题,后来被函数所取代,再后来随着布尔巴基学派的崛起

对结构又开始关注.从小的分支来说从早期的初等数论代之以解析数论(20世纪三四十年代是其黄金时代),随后超越数论红极一时,随即又被代数几何抢了风头及至费马大定理的被证明,代数数论又渐成主流.近年伴随着密码学的兴起.计算数论又开始盛行.借用卡皮查的一句人生感悟说:“我们只是漂浮在命运之河上的粒子,能做的不过是稍稍偏斜一下自己的踪迹以便保持漂浮.是河流最终支配着我们.”冷门应该且尤其应该有人搞.

北京大学的季羨林先生独步中国的吐火罗语研究,没能培养出一个接班人.作为吐火罗语残卷出土的中国,至今没有第二个能释读这种语言的学者,不能不说是个遗憾.但更令人感慨的是在万里之外的北欧小国,竟有人不计功利地从事着这样的冷门研究.这位可敬的学者是冰岛雷克雅未克大学的 J. Hilmarrsson 博士.可惜他于 1992 年英年早逝.现在谁要想掌握这种文字只能借助字典阅读一本捷克学者 (parel pouha) 用拉丁文编写的吐火罗语词典和文选.立体几何现在中国已少有人系统研究了.但欧美这种因爱好而深入钻研的还大有人在.

这种冷门在社会科学中比比皆是,在自然科学中也不占少数.但人人都怕被时代抛弃,都怕被边缘化,所以都在不断寻找热门,躲避冷门,这种倾向会导致一批“冷门学科”消亡.数学因我们尚在圈内不便评论,以社会科学为例.

西北史地学曾经是清代的一门显学.晚清重臣左宗棠面对同光之际的西北动乱局势曾经说过:“中国盛世,无不奄有西北……”传统的西北史地学研究作为一个独立的方向是在清代才正式形成的,历经几代学人的努力,最终形成了在资料收集、研究方法、研究成果等方面都独具特色的学术成就,使清代的西域学成就达到了中国传统西北史地研究的高峰.但随着近代地理学的引入,原来那群研究者还周旋于浩渺的古文献中,在追赶时代步伐时显得力不从心.近代西方地理学是一种以近代物理学、近代数学为基础的一个重实测、求精确的科学体系.这一西学的引入使得西域学成为学术旧邦中深藏的珍宝重器,成为一门“绝学”.

第一次世界大战后,美国数学会曾派出一个以 M. Bôcher 为首的考察团到法国,目的是了解为什么当时法国数学如此发达.该考察团在巴黎和法国外省都进行了详尽的调查,回国后在 *Bulletin of American Mathematical Society* 上发表了一个报告.结论是:法国数学的发展,得力于它的中等数学教育.

诚然,法国中学教师一般都是高等师范学校 (Ecole Normale Supérieure) 毕业的.该校历史悠久,入学考试很严格,毕业后还需经过很严格的教师合格考试 (Agrégation) 才能成为合格教师 (Agrégé). 中学教师也同大学教师一样称教授 (Professeur).

中学教授讲课一般不用教科书,教了几年后,各教授都要写一套教科书,所以这类教科书很多,对中学生的自学提供了很大的方便.数学在中学课程中占很大的分量.特别数学班(Classes de Mathématiques Spéciales)则是中学最高的班次,也可以说是准备投考大学或高等学校的预备班.教特别数学班的教师一般是最有经验的教师.法国数学教育的一个特点是重实质不重形式.2011年1月17日南方科技大学创校校长朱清时在《经济观察报》发表了题为《让学校别无选择》的文章,他指出:

事实上,世界上除了中国以外的所有大学都是自授文凭,像巴黎高等师范学院根本就不授文凭.完全不走形式主义,完全靠教学质量教学过程好.巴黎高等师范学院的学历就是金字招牌.他们的状态正好跟中国的意识相反.

中国把文凭变成文凭主义,现在社会崇尚文凭这个符号,淡漠了符号背后应有的内涵.崇尚符号就忽略了能力.

中国学生很多到了硕士、博士阶段还在让导师抱着找论文题目.而法国数学家一般在22~23岁时就能完成有开创性的博士论文.这又证明了法国的中学数学教育的优越性.世界知名的布尔巴基学派就是由一些大学刚毕业的法国大学生组成的.独步世界数坛数十年,开创一代新风.

本书译者为朱氏父子.中国向来有子承父业的传统.原中译本序由曾留法博士吴新谋所写.由于吴新谋夫妇均已去世.且子女均在法国,联系不上,版权无法取得,故朱维宗教授嘱我代写一序,但写序一般是业内高人,鸿学大儒所为之事,故令笔者惶恐,且出版社都是拉作序者的大旗做虎皮.刚读一则消息是:法国前总统雅克·希拉克年少时因崇拜盛雄甘地而尝试学习梵语,被老师认为没有学习梵语的天分而改学俄语并翻译了普希金的《叶甫盖尼·奥涅金》.当时年轻的雅克把译稿寄给了十几家出版社,半数出版社甚至都没有给他收稿回执,另外半数出版社给他寄来了客套的拒稿信.多年后,当希拉克第一次被任命入主马提尼翁官时,西岱出版社社长托人转来热情洋溢的稿约:“亲爱的总理,我们刚刚发现了您出色的《叶甫盖尼·奥涅金》的译本,我想出版它,外加一篇几页长的小引言……”被希拉克一口回绝:“我二十岁的时候您不想要这个译本,现在您也不会拿到它!”读完这则轶事,笔者想作序的念头理应打消,但由于2011年全国书博会即将在哈尔滨召开,本书要在此会亮相,时间赶人,来不及找名家作序,所以虽是狗尾,也得续貂了.佛头著粪也望作者及读者见谅!

刘培杰

2011年5月20日于哈工大

译者序

本书是由法文原著第七版(1932年)译出,由于法文本几经修订,原书中所引上册(平面几何)以及本册的节次编号和习题编号,往往与实际不符,凡译者注意到的已加更正,并校正了排版方面的若干错误,但难免还有遗漏,请读者惠予协助校正。

由于我们在上册按俄译本增译了习题解答,增加了大量插图,同时原书节次和插图编号都有缺漏,所以本册对节次和插图都重编了号码,但习题编号未动。

本书上册出版后,收到了许多读者来信,反映较好,并希望下册能早日出版。由法文第二版序言(上册)可知,本书对提高法国中学几何教学,曾起过一定作用,它的翻译出版相信对我国数学教学也会有一定参考价值。书中不少章节,只宜作为教师参考进修之用,自不待言。

限于本人水平,错误在所难免,尚祈读者指正!

朱德祥

1964年10月于昆明师范学院

第七版序

这一版有一些相当重要的变动。

由于已故的勒古格(Lesgourgues)给我的提示,我早已有意把多面角理论和球面多边形的理论融合为一,而在这一方面,布宜诺斯艾利斯^①(Buenos - Aires)大学的一位同事给了我一个有用的例.在这以前,已对平面几何作过相应的修改,变得简单了.这一次把它的空间部分实现了,这样修改除了其他的一些优点外,从教学法观点来看,还有一个重要的优点,即叙述变得更为清晰易明.

另一方面,有一位教育工作者的意见,我认为很宝贵,根据他的建议,我把前几版只放在习题中的空间圆的自反性质写成了一个附录(附录 F).在我们第一版引进的以及后来增补的[特别是由布洛哈(André Bloch)增补的]值得注意的结果之外,又加入了罗伯特(Robert)、戴伦斯(Delens)、刚比艾(Gambier)等的研究结果.本书并未介绍这些重要工作的全部细节,但却建立了最突出而又最简单的结论.

^① 阿根廷首都.——译者注

另外还有一些修改,特别是关于射影几何(关于平面射影对应图形基本定理的阐述,但愿已经简化了)的修改工作,关于凸多面体的柯西定理(附录 F)已重新给了证明.事实上,耶拉(Louis Gérard)新近提出了意见,由于他的指示,使我在这一版中避免一些缺点.

今天的教育界放弃用“关于一直线的对称”这一词汇,是很有理由的,因为它掩盖了关于一直线或一平面的对称的主要区别,在设想替代的名词中,我喜欢用“轴反射(半周旋转)”(transposition),理由纯粹是文法上的,因为应用这一词,就可说一点的轴反射像(transposé d'un point)或一图形的轴反射像(transposé d'une figure),而其他拟议的名词,就我所知,都不能这样运用自如.

和以前各版一样,我对习题是相当重视的,这方面的主要更动是关于球面几何(习题(63)和(64))和射影几何的.我们要指出,作为习题(872)的对象的定理是由一位青年几何学家提出的.两个非常精致的问题(习题(782)和(783))是从伊利俄维西(G. Ilievici)(《科学教育》)和卡斯纳(E. Kasner)(《美国数学月刊》)那里借用的.最后,根据洛桑^①人马雄(Marchand de Lausanne)(《数学教育》,1930, P291)提出的极为简单的证明(习题(900)),可以不用三角工具而建立莫莱(Morley)定理.

J. 阿达玛

^① 洛桑是瑞士的地名.——译者注

◎
目
录

第一编 平面与直线

- 第1章 直线和平面的交点 // 3
第2章 平行的直线和平面 // 9
第3章 垂直的直线和平面 // 17
第4章 二面角、垂直平面 // 23
第5章 直线在平面上的射影、直线和平面的交角、两
直线间的最短距离、平面面积的射影 // 30
第6章 球面几何初步概念 // 38
第7章 多面角、球面多边形 // 44

第二编 多面体

- 第8章 一般概念 // 69
第9章 棱柱的体积 // 77

第 10 章 棱锥的体积 // 84

第三编 运动、对称、相似

第 11 章 运动 // 95

第 12 章 对称 // 104

第 13 章 位似与相似 // 108

第四编 圆体

第 14 章 一般定义、柱 // 117

第 15 章 锥、锥台 // 124

第 16 章 球的性质 // 130

第 17 章 球的面积和体积 // 144

第五编 常用曲线

第 18 章 椭圆 // 159

第 19 章 双曲线 // 179

第 20 章 抛物线 // 198

第 21 章 螺旋线 // 213

第六编 测量概念

第 22 章 一般概念、平面测量 // 233

第 23 章 水准测量 // 245

第 34 章 面积测量 // 253

第七编 立体几何补充材料

第 25 章 比例距离中心 // 259

第 26 章 透视的性质 // 279

第 27 章 对于球的极与极面、空间反演、球面几何补充材料 // 314

第 28 章 球面多边形的面积 // 338

第 29 章 欧拉定理、正多面体 // 343

第 30 章 旋转锥和旋转柱的平面截线 // 369

第 31 章 椭圆看做圆的射影、以渐近线为坐标轴的双曲线 // 383

第 32 章 圆锥曲线的面积 // 402

第 33 章 圆底斜锥的截线、圆锥曲线的射影性质 // 410

附录

A. 关于几何问题的可解性 // 457

B. 关于体积的定义 // 464

C. 关于任意曲线的长度、任意曲面的面积和体积的概念 // 468

D. 关于正多面体和旋转群 // 480

E. 关于凸多面体的柯西(Cauchy)定理 // 497

F. 空间的圆的自反性质 // 506

杂题(784)~(900) // 558

后记 // 584

第一编

平面与直线



第 1 章 直线和平面的交点

1. 我们知道(平,6)^①,所谓平面是这样一种面,它上面两点所联结的直线整个位于这面上.

这样的面是无限的.为了用图形表示出来,只能画出它的某个有限部分,通常画一个矩形,在图 1.2 上以及以后就是这样办的.

按照上述定义,一条直线对于一个平面可能有三种不同的相关位置:

(1) 直线可能与平面有两个公共点,因之整个位于这平面上.

(2) 直线可能与平面只有一个公共点,这时称为直线与平面相交.

(3) 直线与平面可能没有任何公共点,于是称为相互平行.

我们承认,任何平面分空间为两区域,各在平面的一侧.从一区到另一区,不可能不穿过平面.特别地,联结一平面异侧两点的直线穿过平面. 3

反过来,凡和平面相交的直线,被公共点分为两条半直线,各在平面的一侧.

从定义还得出:一个平面的全等图形是一个平面.

反之,我们承认,任何两平面可以这样迭合:使一平面上任意给定的一条半直线,迭合于另一平面上一条任意给定的半直线(原点相迭合).

2. 我们曾采用(平,6)下述公理:

公理 通过空间任意三点,有一个平面.

我们用下述定理来补足它:

定理 通过空间不共线三点,只有一个平面.

设 A, B, C 为不共线三点,假定有两平面 P 和 P' 都通过这三点.现证这两平面重合.

首先注意,由定义,这两平面公有直线 AB, AC, BC .

现令 M 为平面 P 的任一点(图 1.1).过这一点可引一直线使交直线 AB 于 D ,且交直线 AC 于 E .平面 P' 含有点 D 及 E ,因此必含整条直线 DE ,所以它含

^① 缩写(平,6)代表本教程平面几何卷部分第 6 节.下同.

有点 M .

因此,平面 P 的所有点都属于平面 P' ,仿此可证平面 P' 的所有点都属于平面 P ,定理因而得证.

为了表达上述公理和定理的总的含义,我们说,不共线三点决定一平面.

一直线 AB 及其外一点 C 决定一平面.因为含直线 AB 和点 C 的条件,和含三点 A, B, C 的条件是完全可以互相转化的.

同理,相交的二直线 AB, AC 决定一平面,这就是三点 A, B, C 所决定的平面;两条平行直线决定一平面,因为按定义(平,38)有一个平面含有这两直线,而另一方面,由于这平面含有两直线之一及另一直线上的一点,所以是唯一的(见上段).

因此,表示一个平面,可用单一字母,或者用相应于这平面上不共线三点,或一直线及一点,或(相交或平行的)两直线的字母.

备注 我们看出,通过给定直线 D 有无穷多个平面,因为通过这直线和空间任一点可作一个平面,而通过 D 以及不在这第一平面上的一点可作第二个平面,等等.

3.备注 设有一图形,不是仅由一点构成,如果联结这图形上任意两点的直线整个属于它,那么这图形或者是一条直线,或者是一个平面,或者含有空间的所有点.

事实上,由假设,这图形至少含两点 A, B ,因之含直线 AB .如果它只含有这直线,那么命题已证明了.否则,设 C 为这图形上直线 AB 外的一点,只要重复上节定理的证明,就足以断定平面 ABC 属于这个图形.如果这图形不再含其他的点,命题便证明了.

否则,设 D 为图形上在平面 ABC 以外的一点(图 1.2),所考虑的图形于是含有对平面 ABC 说来点 D

所不在的一侧的任何点 E ,因为直线 DE 必然与这平面相交于一点 I ,于是可看做由 D 和 I 所决定,从而这直线整个属于这图形.按照同样的推理,这图形也含有对平面 ABC 说来点 E 所不在的一侧(即点 D 所在的一侧)的任何点 F .因此,它含有整个空间.证毕.

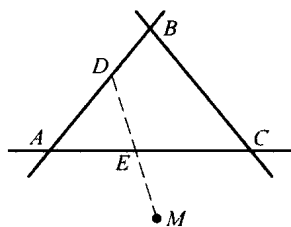


图 1.1

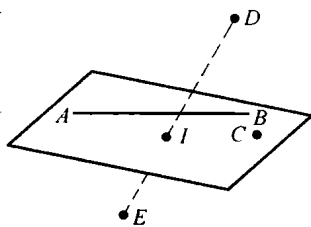


图 1.2