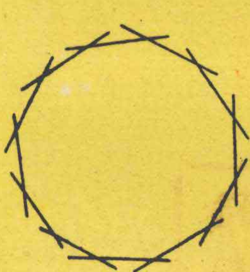
翟连林　主编

中小学数学双基导学与自测丛书



初中数学双基导学与自测

第二册

中央民族学院出版社

中小学数学双基导学与自测丛书

初中数学双基导学与自测

第二册

主　编　翟连林
副主编　王保国　曹清钧　张　纪　候吉生
编　者　张　驰　张守义　邵迎超　马美玲
　　　　高世勋　陈保聚　彭新生　田松亭

中央民族学院出版社

（京）新登字184号

内 容 简 介

本书与初中二年级数学课同步，紧密配合课堂学习。全书突出“双基”。增强用数学的意识，注重数学思想方法，知识不超前，使全体学生都能接受。

本书内容包括：数的开方，二次根式、一元二次方程、指数、直线、三角形、四边形、面积和勾股定理。

本书供初中二年级学生阅读，也可作“家教”参考书。

初中数学双基导学与自测

第二册

主 编 翟连林

*

中央民族学院出版社出版

（北京市海淀区白石桥路27号）

邮政编码：100081

全国各地新华书店经销

河北省高碑店市劳动服务公司印刷厂印刷

*

787×1092 32开 4.875印张 105千字

1993年8月第1版 1993年8月第1次印刷

印数：1—10000册

ISBN7-81001-454-4/G·195

定 价：3.50元

前　言

为了贯彻国家教委颁发的九年义务教育全日制小学、初中数学教学大纲和现行高中数学教学大纲，切实把中小学数学教学引向围绕提高民族素质，培养有理想、有道德、有文化、有纪律的“四有”人才的轨道上来，由中国管理科学研究院能力研究所编辑部组织全国十几个省市的部分特级教师、高级教师、青年骨干教师和教学研究人员，总结多年教学经验吸收国内外教学科研成果，编写了“中小学数学双基导学与自测丛书”．由著名数学普及读物作家翟连林副教授担任这套丛书编委会主任．

这套丛书紧扣各级学校教学大纲和“招生考试要求”，重点放在帮助青少年学好基础知识，掌握基本技能（基础知识和基本技能简称“双基”）．在双基导学与自测的各册中，按教材的章节顺序编写，所用知识不超前，难度与灵活性稍低，适合初学者的特点，有利于大面积提高数学教学质量。在总复习与试题分类精编的各册中，按专题或课时划分，既注重数学思想方法的归纳和总结，又强调了灵活与综合应用，适应考试要求，提高应试能力．

这套丛书共21册，其中：

小学8册：《小学数学双基导学与自测》1～6册，《小学数学总复习》，《小学升学数学试题分类精编》。

初中6册：《初中数学双基导学与自测》1～3册，《初中数学总复习》（上、下册），《初中升学数学试题分类精

编》。

高中7册：《高中代数双基导学与自测》(上、下册)，《立体几何双基导学与自测》，《平面解析几何双基导学与自测》，《高中数学总复习》(上、下册)，《高中数学试题分类精编》。

由于我们的水平有限，书中缺点、错误在所难免，欢迎读者批评、指正。

中国管理科学研究院
能力研究所编辑部
1993．4，于北京

目　录

代　数

平面几何

代 数

第九章 数的开方

典型例题

例1 下列语句哪些正确，哪些不正确？为什么？

(1)若一个数的平方根是这个数本身，则这个数一定是零；

(2)若一个数的立方根是这个数本身，则这个数一定是零或1；

(3)$\sqrt{(m-n)^2}=m-n$；

(4)-7是49的平方根，5的平方根是$\sqrt{5}$；

(5)-2是-8的立方根，-8的立方根是-2；

(6)若$\sqrt{x^2}=2$，则$x=2$.

【解】 (1)正确. 因为除零之外，任何正数的平方根都不是它本身.

(2)不正确. 因为-1的立方根仍然是-1.

(3)不正确. 此式仅当$m\geqslant n$时正确，而当$m<n$时，$\sqrt{(m-n)^2}=n-m$.

(4)不正确. -7是49的平方根，但5的平方根有$\pm\sqrt{5}$两个.

(5)正确．因为任何数的立方根是唯一的．

(6)不正确．因为$\sqrt{(\pm 2)^2}=2$，所以$x=\pm 2$．

例2 求下列各数的平方根和算术平方根．

(1)3.24；(2)$\frac{25}{49}$；　(3)$\sqrt{16}$；(4)$(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$；

(5)$(a-b)^2$；(6)a^2-b^2．

【分析】解这类题一般应分两步：第一步，考虑它是否有平方根或算术平方根；第二步，若有的话，则求出它的平方根或算术平方根．对一些含有字母的式子，不能确定其是否有平方根或算术平方根时，则需对字母进行适当的讨论．

【解】(1)∵ $3.24>0$，∴ 它有平方根和算术平方根．

∵ $(\pm 1.8)^2=3.24$，

∴ 3.24的平方根是± 1.8，算术平方根是1.8．

(2)∵ $\left(\pm\frac{5}{7}\right)^2=\frac{25}{49}$，

∴ $\frac{25}{49}$的平方根是$\pm\frac{5}{7}$，算术平方根是$\frac{5}{7}$．

(3)∵ $(\pm 2)^2=4=\sqrt{16}$，

∴ $\sqrt{16}$的平方根是± 2，算术平方根是2．

(4)∵ $[\pm(\sqrt{2}-\sqrt{3})]^2=(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$，

∴ $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$的平方根是$\pm(\sqrt{2}-\sqrt{3})$，算术平方根是$-(\sqrt{2}-\sqrt{3})=\sqrt{3}-\sqrt{2}$．

(5)∵ $[\pm(a-b)]^2=(a-b)^2$，

∴ $(a-b)^2$的平方根是$\pm(a-b)$，

当$a\geqslant b$时，$(a-b)^2\geqslant 0$，

∴ $(a-b)^2$的算术平方根是$a-b$．

当$a<b$时，$(a-b)^2>0$，

∴ $(a-b)^2$的算术平方根是$b-a$．

(6)当$|a|>|b|$时，$a^2-b^2>0$．

∴ 这时 a^2-b^2 的平方根是 $\pm\sqrt{a^2-b^2}$，算术平方根是 $\sqrt{a^2-b^2}$.

当 $|a|<|b|$ 时，$a^2-b^2<0$.

∴ 这时 a^2-b^2 无平方根，也无算术平方根.

当 $|a|=|b|$ 时，$a^2-b^2=0$.

∴ 这时 a^2-b^2 的平方根为0，它的算术平方根也是0.

【评注】 解上述各题时，首先应明确正数的平方根有两个，它们互为相反数；负数没有平方根；零的平方根仍是零；只有零和正数才有算术平方根. 在讨论含有字母的式子时，应抓住字母满足什么条件时，式子为正数、负数或零.

例3 求下列各数的立方根.

(1) 0；(2) -27；(3) $\frac{64}{125}$；(4) $(a-b)^3$.

【分析】 任何实数的立方根是存在且唯一的，既有且只有一个立方根，正数的立方根为正数，负数的立方根为负数，零的立方根为零.

【解】 (1) 0 的立方根为 0.

(2) ∵ $(-3)^3=-27$，∴ -27 的立方根为 -3.

(3) ∵ $\left(\frac{4}{5}\right)^3=\frac{64}{125}$，∴ $\frac{64}{125}$ 的立方根为 $\frac{4}{5}$.

(4) ∵ $(a-b)^3=(a-b)^3$，

∴ $(a-b)^3$ 的立方根为 $a-b$.

【评注】 因为任何实数都有立方根，所以求含有字母式子的立方根时，不必对字母进行讨论.

例4 已知 $\sqrt{2.36}=1.536$，不查表求值：

(1) $\sqrt{0.000236}$；(2) $\sqrt{2360000}$；(3) $\sqrt{9.44}$.

(4) $-\sqrt{0.59}$；(5) $\sqrt{x}=153.6$，求 x.

【分析】 开平方时，当被开方数的小数点向右或向左移动$2n$位时，则它的算术平方根的小数点就相应的向右或向左移动n位.

【解】 (1) $\because\ \sqrt{2.36}=1.536$,

$\therefore\ \sqrt{0.000236}=0.01536$.

(2) $\because\ \sqrt{2.36}=1.536$, $\therefore\ \sqrt{2360000}=1536$.

(3) $\sqrt{9.44}=\sqrt{4\times2.36}=2\sqrt{2.36}=2\times1.536$

$=3.072$.

(4) $-\sqrt{0.59}=-\sqrt{\dfrac{2.36}{4}}=-\dfrac{1}{2}\sqrt{2.36}=-\dfrac{1}{2}\times1.536$

$=-0.768$.

(5) $\because\ \sqrt{2.36}=1.536$, $\therefore\ \sqrt{23600}=153.6$.

$\therefore\ x=23600$.

例5 已知$\sqrt[3]{5.25}=1.738$，不查表求值：

(1) $\sqrt[3]{-0.00525}$； (2) $\sqrt[3]{5250000}$；

(3) $\sqrt[3]{42}$； (4) $x^3=-0.042$，求x.

【分析】 开立方时，当被开方数的小数点向右或向左移动$3n$位时，则它的立方根的小数点就相应地移动n位.

【解】 (1) $\because\ \sqrt[3]{5.25}=1.738$,

$\therefore\ \sqrt[3]{-0.00525}=-0.1738$.

(2) $\because\ \sqrt[3]{5.25}=1.738$, $\therefore\ \sqrt[3]{5250000}=173.8$.

(3) $\sqrt[3]{42}=\sqrt[3]{8\times5.25}=2\times\sqrt[3]{5.25}=2\times1.738$

$=3.476$.

(4) $\because\ x^3=-0.042$，则x是-0.042的立方根，

即 $x=\sqrt[3]{-0.042}$.

$\because\ \sqrt[3]{42}=3.476$, $\therefore\ \sqrt[3]{0.042}=0.3476$.

$\therefore\ x=-0.3476$.

例6 下列实数中，哪些是无理数，哪些是有理数？

π，$\frac{22}{7}$，3.14，$\sqrt{9}$，$-\sqrt{2}$，0.6141414….

【分析】 判断一个实数是无理数还是有理数，其本质区别不在于有无根号，应抓住无理数是无限不循环小数，一般地说，开方开不尽的数是无理数，但无理数不仅仅是开方开不尽的数，还可以是其他形式的无限不循环小数.

【解】 $\frac{22}{7}$是分数，$\sqrt{9}=3$是整数，当然是有理数.

3.14是有限小数，也是有理数.

0.6141414…是无限循环小数，同样是有理数.

而π是无限不循环小数，$-\sqrt{2}$是开方开不尽的数，所以π、$-\sqrt{2}$都是无理数.

例7 比较下列各组数的大小：

(1) $\sqrt{3}$与1.732；　　(2) -2.7与$-\sqrt{7.28}$；

(3) $-\sqrt{0.0331}$与$-\frac{2}{11}$；

(4) $|-\sqrt{3}-\sqrt{2}|$与$|-\sqrt{3}|+|-\sqrt{2}|$.

【解】 (1) $\because \sqrt{3}=1.732\cdots\cdots$，$\therefore \sqrt{3}>1.732$.

(2) $-2.7<-\sqrt{7.28}$.

(3) $\because (\sqrt{0.0331})^2=0.0331$，$\left(\frac{2}{11}\right)^2=\frac{4}{121}\approx 0.03306$，

$\therefore (\sqrt{0.0331})^2>\left(\frac{2}{11}\right)^2$，即$\sqrt{0.0331}>\frac{2}{11}$.

$\therefore -\sqrt{0.0331}<-\frac{2}{11}$.

(4) $\because |-\sqrt{3}-\sqrt{2}|=\sqrt{3}+\sqrt{2}$，$|-\sqrt{3}|+|-\sqrt{2}|=\sqrt{3}+\sqrt{2}$，

$\therefore\ |-\sqrt{3}-\sqrt{2}|=|-\sqrt{3}|+|-\sqrt{2}|$.

例8 已知$\sqrt{2x-y-4}+(x-2y)^2=0$，求$\sqrt{xy}$的值．

【分析】 因为任何实数的平方一定是非负数，即$(x-2y)^2\geqslant 0$，且实数开偶次方要有意义，则被开方数也一定是非负数，即$2x-y-4\geqslant 0$，要使两个或几个非负数之和为零必须这两个或几个非负数同时为零．

【解】 $\because\ \sqrt{2x-y-4}\geqslant 0$，$(x-2y)^2\geqslant 0$，

又$\because\ \sqrt{2x-y-4}+(x-2y)^2=0$，

$\therefore\ \begin{cases} 2x-y-4=0, \\ x-2y=0. \end{cases}$ 解之，得 $\begin{cases} x=\dfrac{8}{3}, \\ y=\dfrac{4}{3}. \end{cases}$

$\therefore\ \sqrt{xy}=\sqrt{\dfrac{8}{3}\cdot\dfrac{4}{3}}=\dfrac{4}{3}\sqrt{2}$.

【评注】 这类题都是利用实数的平方，实数的算术平方根以及实数的绝对值为非负数这一重要性质，再根据几个非负数为零，则每个非负数均必同时为零，列出方程组而解之．

例9 (1)已知$\sqrt[4-x]{x-1}$是$x-1$的算术平方根，求$\sqrt[4-x]{1-x}$的值；

(2)已知$\sqrt[3-x]{x+1}$是$x+1$的算术方根，求$\sqrt[3-x]{x+1}$的值．

【分析】 (1)由算术平方根的概念知其根指数必须为2，被开方数必须为非负数，从而求出x，进而求$\sqrt[4-x]{x-1}$的值．

(2)由算术方根的概念知其根指数必须为大于1的整数，被开方数必须为非负数，先求满足条件的整数x，进而求出$\sqrt[3-x]{x+1}$的值．

【解】(1)根据题意，得

$$\begin{cases}4-x=2,\\ x-1\geqslant 0.\end{cases}\quad 解得\begin{cases}x=2,\\ x\geqslant 1.\end{cases}$$

$\therefore\ x=2$，于是$\sqrt[4-x]{x-1}=\sqrt{1}=1$.

(2)由题意，得

$$\begin{cases}3-x>1\text{的整数},\\ x+1\geqslant 0.\end{cases}\quad 解之，得\begin{cases}x<2\text{的整数},\\ x\geqslant -1.\end{cases}$$

即$-1\leqslant x<2$的整数. $\therefore\ x=-1$、0、1.

当$x=-1$时，$\sqrt[3-x]{x+1}=\sqrt[4]{0}=0$;

当$x=0$时，$\sqrt[3-x]{x+1}=\sqrt[3]{1}=1$;

当$x=1$时，$\sqrt[3-x]{x+1}=\sqrt{2}$.

【评注】解这类题，必须考虑到算术平方根或算术方根的根指数和被开方数所满足的条件，并把它们联立起来解之.

例10 已知a是不为零的有理数，b是无理数. 求证：

(1)$a+b$一定是无理数;

(2)$a\cdot b$一定是无理数.

【证明】(用反证法)

(1)假设$a+b$是有理数，则可设

$$a+b=\frac{m}{n}(m、n\text{为互质的整数}).$$

$$\therefore\ b=\frac{m}{n}-a=\frac{m-an}{n}.$$

从而得出b是有理数，这显然与题设矛盾.

$\therefore$ 假设$a+b$是有理数是错误的，故$a+b$是无理数.

(2)假设$a \cdot b$是有理数，则可设

$$a \cdot b=\frac{m}{n}(m、n\text{为互质的整数}).$$

$\therefore\ b=\frac{m}{an}(a\neq 0)$.

从而得出b是有理数，这显然与题设矛盾.

$\therefore\ a \cdot b$是无理数.

【评注】 反证法是一种间接证法，在证明一个数是无理数时经常用这种证法.

单元检测题 A

一、选择题

1．196的平方根是(   ).

(A)14； (B)±14； (C)16； (D)±16.

2.下列语句中正确的是(   ).

(A)任何实数都有两个互为相反数的平方根；

(B)零的立方根就是零；

(C)无理数就是带根号的数；

(D)$\frac{9}{16}$的平方根就是$\sqrt{\frac{9}{16}}$.

3.在$\sqrt{9}$、$\sqrt[3]{9}$、$\frac{\pi}{9}$、0.9090090009……中，无理数的个数是(   ).

(A)1；(B)2；(C)3；(D)4.

4.已知正数的小数点向右移动两位，查得平方根的小数点相应地(   ).

(A)向左移动两位；(B)向右移动两位；

(C)向左移动一位；(D)向右移动一位.

5.若$\sqrt{(x-7)^2}=7-x$，则(　　).

(A)$x>7$；(B)$x<7$；(C)$x=7$；(D)以上都不对.

6.实数x能使$\sqrt{-(x+1)^2}$有意义的个数有(　　).

(A)0；(B)1；(C)2；(D)无穷多.

7.下列四个命题中，正确的是(　　).

(A)若$x^2>4$，则$x>2$；(B)若$x^2>4$，则$x>\pm2$；

(C)若$x^2>4$，则$x<-2$；(D)若$x^2>4$，则$|x|>2$.

8.已知实数x、y满足$|x-1|+(3x+y-1)^2=0$，则$\sqrt{5x+y^2}$的值等于(　　).

(A)0；(B)1；(C)2；(D)3.

9.当$x=\sqrt{2}$时，代数式$\dfrac{\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{1}{x+1}}{x+\dfrac{x}{x^2+1}}$的值等于(　　).

(A)$-\dfrac{3}{2}$；(B)$\dfrac{3}{2}$；(C)$-\dfrac{2}{3}$；(D)$\dfrac{2}{3}$.

二、填空题

1.$(\sqrt{2})^2$的平方根是____.

2.若$0<a<1$，则$\sqrt{(a-2)^2}+|a+1|=$____.

3.若$\sqrt[3]{0.572}=0.8301$，$\sqrt[3]{5.72}=1.788$，$\sqrt[3]{57.2}\approx3.853$，则$\sqrt[3]{57200}=$______.

4.有理数和无理数的区别在于________________.

5.若$\sqrt{1402}=37.42$，$\sqrt{x}=0.3742$，则$x=$____.

三、判断题(对的在题后的括号内打“√”，错的打“×”)

1.若a为实数，则$-a$表示负实数或零.　（　）

2.若$\sqrt{x^2}=x$，则x必是正实数.　（　）

3.1992^2的算术平方根是±1992.　（　）

4.$-a^2-1$没有算术平方根.　（　）

5.因为任何分数都是有理数，所以任何小数也一定是有理数.　（　）

四、综合题

1.化简$\sqrt{\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}}$ $(b<a<0)$.

2.已知$a^2+b^2-4a-2b+5=0$，求$\frac{\sqrt{a}+b}{\sqrt{3b-2\sqrt{a}}}$的值.

3.已知a、b为实数，且$b=\frac{\sqrt{a^2-3}+\sqrt{3-a^2}}{a^2+2a-1}$，求$3a+2a^2b+5ab^2+7b^5$的值.

4.已知$x=\sqrt[a+b-1]{a-1}$是$a-1$的算术平方根，$y=\sqrt[3a-b+2]{a-1}$是$b-2$的立方根，求$x+y$的n次方根.

单元检测题B

一、选择题

1.$(-\sqrt{2})^2$的平方根是（　）.

(A)-1.42；(B)±1.42；(C)$-\sqrt{2}$；(D)$\pm\sqrt{2}$。

2.$\sqrt[3]{343}$的值是（　）.

(A)7；(B)-7；(C)±7；(D)无理数.

3.圆周率π是（　）.

(A)小数3.14；(B)自然数；(C)无理数；(D)分数$\frac{22}{7}$.

4.下列命题正确的是(　　).

(A)任何有理数都可以表示成$\frac{n}{m}$的形式(其中m、n是互质的整数，且$m\neq0$)；

(B)自然数可以分成质数和合数两类；

(C)正整数包括自然数和零；

(D)无限小数都是无理数.

5.已知$\sqrt[3]{68.8}=4.098$，$\sqrt[3]{x}=40.98$，则x约等于(　).

(A)688；(B)6880；(C)68800；(D)688000.

6.当$\sqrt{2-a}$有意义时，下列各式中恒成立的是(　　).

(A) $\sqrt{2-a}\geqslant0$；(B) $\sqrt{2-a}>0$；(C) $\sqrt{2-a}=0$；

(D) $\sqrt{2-a}=|2-a|$.

7.$\sqrt{3}+\sqrt{2}$与$\sqrt{3}-\sqrt{2}$的关系为(　　).

(A)相等；(B)互为相反数；(C)互为倒数；

(D)以上都不对.

8.若m为一个完全平方数，那么与它相邻且比它大的一个完全平方数是(　　).

(A)$m+1$；(B)m^2+1；(C)m^2+2m+1；

(D)$m+2\sqrt{m}+1$.

二、填空题

1.____的立方根是它本身.

2.若$\sqrt{1-3x}$表示$1-3x$的算术平方根，则x的取值范围是________.