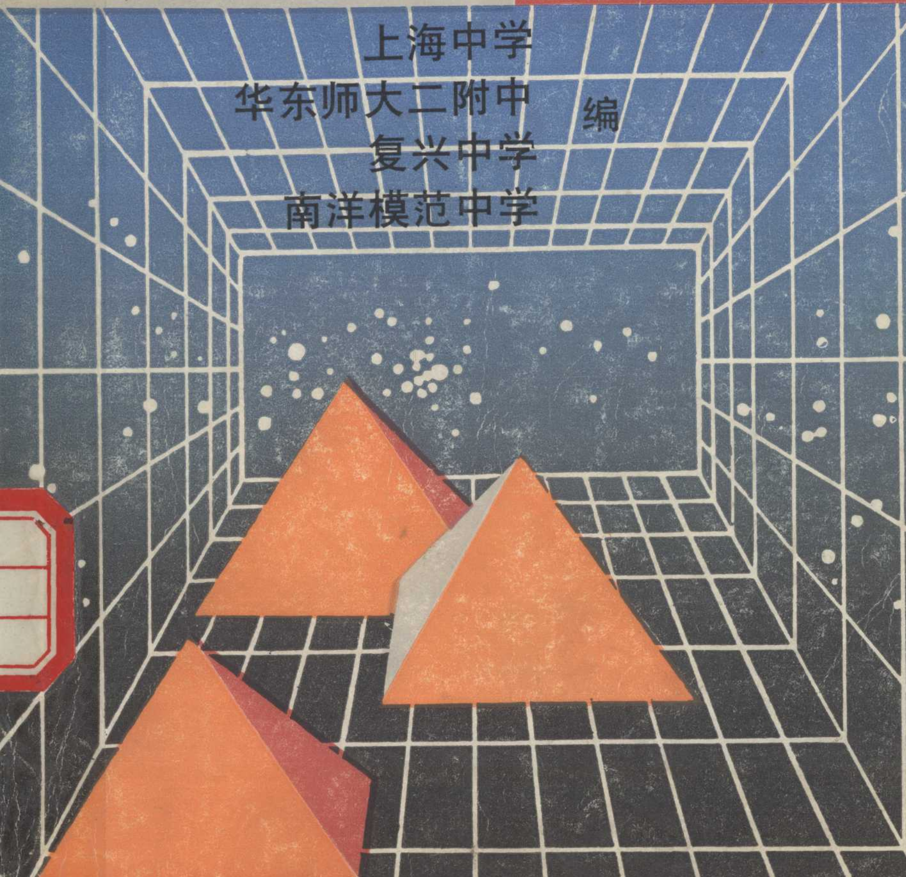
初中学习提高丛书

刘佛年题

数学

上海中学
华东师大二附中
复兴中学
南洋模范中学
编



上海科学技术出版社

·初中学习提高丛书·

数　　学

上海中学　　华东师大二附中
复兴中学　　南洋模范中学
编

上海科学技术出版社

内 容 提 要

本书是初中数学的辅导与补充读物。全书分为三部分:(一)论丛:将初中代数与平面几何的主要内容写成了21个专题，密切结合教材,以丰富的例题与习题对知识要点、关键内容、解题技能技巧等作了深入浅出的阐述与探讨。题目都有代表性、典型性。(二)延伸与拓广:对教材有关内容作了适当的拓广与补充,分5个专题，讲了重要与有趣的课外知识。对学有余力的学生会有启发与提高，激发学习的兴趣与积极性,学到更多的知识。(三)自测与练习:除提供了一定数量的综合练习题外,还按教材选配了8份自测试卷与3份模拟试卷。可以培养与加强学生的解题技能与技巧,帮助学生检查自己的学习水平与状况。

·初中学习提高丛书·

数　学

上海中学　华东师大二附中
复兴中学　南洋模范中学　编

上海科学技术出版社出版、发行
(上海瑞金二路450号)
新华书店上海发行所经销　上海市印刷三厂印刷
开本787×1092　1/32　印张11　字数242,000
1993年6月第1版　1993年6月第1次印刷
印数　1—10,000
ISBN 7-5323-3136-9/G·532
定价:4.80元

(沪)新登字108号

编委会成员

彭文怡　唐盛昌　张济正　张茂昌
过传忠　顾朝晶　许镇国　陈国强

为了高高的金字塔

——寄语初中生(代序)

校长的话:

每个人一生的学习好比是建造一座金字塔。塔尖代表着你学业上的最高成就,塔基就是你学业的基础。塔基宽厚,塔身才能稳固,塔尖才能高耸入云。而在初中阶段的学习,正是重要的打基础时期。

在这个阶段,同学们应扎实学好基础知识,掌握基本技能,努力提高思维能力和自学能力,培养良好的科学文化素质。根深才能叶茂,见多方能识广,我希望同学们经过自己的努力,在原有的基础上有所提高,有所前进,去争取更加光辉的未来。

前进要有正确的方向;提高需要高明的指导。编写本丛书的作者都是各门学科的行家里手,他们集多年教学之经验而编写的这套丛书,可以引导大家去汲取知识的精华,体会方法的奥妙,发展应用的能力。高格调的立意,高品位的选材,能给同学们带来高质量的效益,高层次的收获。我期待你们不断努力,永远前进,在一块块厚实的基础上,去建造你们成功的金字塔!

——上海中学校长、特级教师　唐盛昌

教师的话:

是的,一座金字塔有多高的塔尖,相应地就有多宽多厚的

基础。如果你不想把塔尖送入云端，那么捧着学校发的教科书也许就够了；如果你想让塔尖与彩云作伴，同霞光争辉，那么仅靠必读的教科书就远远不够了。为此，基础就需要拓宽，需要加厚。

这套丛书正是为了满足渴望建造高高的金字塔的学子们的求知欲而编写的。它不仅有助于初中学生疏理从教科书所取得的基础知识，使之系统化，而且把他们的目光引向更高阶段将要涉及的更为广阔的知识领域，让他们跳出狭小的课堂知识范围，站到知识海洋的彼岸，回顾、环视先前所学，则必将有更深刻的领悟和更全面的认识。

让我们都来为营造高高的学业金字塔而努力拓宽，打实脚下的基础吧。

——复兴中学副校长、特级教师　杨墨秋

学生的话：

我一直记得巴斯德说过的名言："字典里最重要的三个词：就是意志、工作、等待。我将要在这三块基石上建立我成功的金字塔。"这次我能荣获奥林匹克化学竞赛金牌，是我向成功的金字塔所作的一次攀登。

在我荣获金牌的时候，我不会忘记所有帮助过我的老师，在小学、初中给我打下了扎实的基础，使我在高中才有进一步提高的可能。当我知道老师们编写了一套紧密配合初中学习的课外读物时，感到十分高兴。这对广大初中生来说，真是一个福音。我们早就渴望能有这样一套丛书了，我想，它一定会成为我们的良师益友。

我时刻记着我的老师写给我们的赠言："人生永远是一个'；'，人生要不断提出'？'，人生要永远追求'！'。"这次我得了金牌，可以算作一个小小的感叹号，但它也是分号，我要把

它看作新的起点，不断努力，勇于进取，去争取下一个'1'。

为了建造基础厚实、塔身稳固、高耸入云的金字塔，我愿与我的初中朋友们共勉。

——第24届国际化学奥林匹克竞赛金牌得主
华东师大二附中学生　沈　珺

前　言

对大多数初中学生来讲，学习数学往往只是停留在机械模仿的状况之中，难以把握住初中数学知识的要点、关键及技能技巧，不易提高数学水平。本书就是力图对初中数学知识的要点、关键内容、主要的技能技巧进行深入浅出的阐述及探讨，期望广大初中同学通过阅读本书能达到激发兴趣，抓住关键，把握实质，扩大眼界，有助于提高读者的数学学习水平。

本书由论丛、延伸与拓广、自测与练习三部分组成。论丛部分密切结合教材，对初中数学知识的要点分专题进行了讲解与探讨。延伸与拓广部分对教材有关内容作了适当的加深，对部分学有余力的同学会有所启发与帮助。自测与练习部分除提供了一定数量的综合练习题外，还按教材选配了八份自测试卷和三份模拟综合试卷。可帮助同学检查自己学习的水平与状况。本书所附练习题及试卷均在最后附有答案、略解或提示。

参加本书编写的有：马惠生、蒋坤玉、甄正规、李承信、陈双双、朱良等六位老师，由马惠生老师统稿。

编　者

目　录

论丛

论　　丛

代数部分

巧　　算

公元1787年，高斯*) 上四年级时，有一次数学教师布德勒(Bütter) 给学生出了一道算术题：从1加到100的和是多少?”教师刚说完题目，高斯即刻把答案写出来了，起初并没有引起教师的注意，心想这个小家伙不知道瞎写了些什么，但当教师发现全班唯一正确答案是属于高斯时，才大吃一惊.而更使他吃惊的是，高斯是用了教师未曾讲过的方法计算的. 而其余的学生都是硬算的. 高斯的才华使教师十分激动，感到高斯超过了自己. 高斯后来成为被誉为与阿基米德、牛顿并列的最伟大的数学家之一.

学数学是离不开计算的，谁都希望自己能算得快一些。要训练自己的计算能力，一定要对所给的题目特点、数的性质、运算性质等有很好的掌握和理解，才能既算得好又算得巧.

以下介绍几种方法：

一、利用凑整、拆项、添项及运算律等进行计算

［例1］　计算　$\frac{7}{15}+\frac{4}{15}+\frac{19}{75}+\frac{2}{15}$.

---

*) 高斯(1777～1855)德国著名数学家.

分析：观察分数和$\frac{7}{15}+\frac{4}{15}+\frac{2}{15}$利用添加项凑整为1.

解 原式$=\left(\frac{7}{15}+\frac{4}{15}+\frac{2}{15}+\frac{2}{15}\right)-\frac{2}{15}+\frac{19}{75}$

$$=1+\frac{19-10}{75}=1\frac{9}{75}.$$

［例2］ 计算 $999\frac{744}{745}\times241.$

分析：利用运算律、凑整数.

解 原式$=\left(999+1-\frac{1}{745}\right)\times241=\left(1000-\frac{1}{745}\right)\times241$

$$=241000-\frac{241}{745}=240999\frac{504}{745}.$$

［例3］ 求和 $9+99+999+9999+99999.$

解 原式$=(10-1)+(100-1)+(1000-1)$

$$+(10000-1)+(100000-1)$$

$$=10+100+1000+10000+100000-5$$

$$=111110-5=111105。$$

［例4］ 计算 $56886\div57$。

解 原式$=(57000-114)\div57=57000\times\frac{1}{57}-114\times\frac{1}{57}$

$$=1000-2=998.$$

二、合理使用运算律

常常利用加法、乘法运算律，改变式子的顺序，可以较快地算出结果.

［例5］ 计算 $100+99-98-97+96+95-\cdots\cdots$

$$+4+3-2-1。$$

分析：观察 $100-98=2,99-97=2,\cdots\cdots$等，利用交换律、结合律可计算出结果来.

解 原式 $=(100-98)+(99-97)+(96-94)+(95-93+\cdots+(4-2)+(3-1)=2\times50=100$。

[例6] 计算 $724\times125\times4\times40$。

分析：$\because$ $125\times8=1000$

可将40分解因数得：$40=5\times8$。

解 原式 $=724\times125\times4\times5\times8$

$=724\times(125\times8)\times(4\times5)$

$=724\times1000\times20=14480000$。

[例7] 计算 $10138\times5\div37\times407\div137$。

分析：可将原式除法都化成乘法后计算。

解 原式 $=10138\times5\times\frac{1}{37}\times407\times\frac{1}{137}$

$=\left(10138\times\frac{1}{137}\right)\times\left(407\times\frac{1}{37}\right)\times5$

$=74\times11\times5=37\times11\times(2\times5)$

$=407\times10=4070$。

[例8] 计算 $13\times\frac{5}{12}+4\frac{3}{5}\times10$。

分析：计算这题可按一般方法。但还有没有其他的方法呢？请看如下解法：

解 原式 $=(12+1)\times\frac{5}{12}+\left(4+\frac{3}{5}\right)\times10$。

$=5+\frac{5}{12}+40+6=51\frac{5}{12}$。

[例9] 计算 33333^2。

解 原式 $=33333\times3\times11111=99999\times11111$

$=(100000-1)\times11111=1111100000-11111$

$=1111088889$。

三、利用乘法公式，总结规律，进行巧算

我们已学过的乘法公式有：

$$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2, \quad (1)$$

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2, \quad (2)$$

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab \quad (3)$$

[例 10] 计算 $123456789^2-123456788^2$。

解 原式 $=(123456789+123456788)(123456789-123456788)=246913577$。

[例 11] 计算 5001^2。

解 原式 $=(5000+1)^2=5000^2+2\times 5000+1=25010001$。

1. 将公式(2)变形

如果 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$，

则有

$$a^2=(a+b)(a-b)+b^2。 \quad (4)$$

[例12] 计算 198^2。

利用公式(4)

解 原式 $=(198+2)(198-2)+4=200\times 196+4=39200+4=39204$。

[例13] 计算 1992^2。

解 原式 $=(1992+8)(1992-8)+64=2000\times 1984+64=3968064$。

[例14] 计算 295^2。

分析：末位为 5 的数可以写 $10a+5$ 的形式

$\because$ $(10a+5)^2=100a^2+100a+25=100a(a+1)+25$。

$\therefore$ 如果末位数字为 5 的数的平方，可用 $a(a+1)$ 再添

写25。

解 原式$=29\times30\times100+25=87025$。

2．将公式(1)变形

由$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$与$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

将两式相减得

$$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab \tag{5}$$

[例15] 计算 $(\sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{2}-1)^2$

$-(\sqrt{6}+\sqrt{3}-\sqrt{2}+1)^2$.

分析：将$\sqrt{6}+\sqrt{3}$看成a，将$\sqrt{2}-1$看成b。

解
$$\begin{aligned}原式&=[(\sqrt{6}+\sqrt{3})+(\sqrt{2}-1)]^2\\&\quad-[(\sqrt{6}+\sqrt{3})-(\sqrt{2}-1)]^2\\&=4(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-1)\\&=4\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)\\&=4\sqrt{3}.\end{aligned}$$

[例16] 计算 1035×1006.

分析：注意到公式 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$\because$ $(10^3+a)(10^3+b)=(10^3)^2+(a+b)10^3+ab$

$=10^3(10^3+a+b)+ab$

$\therefore$ $1035=10^3+35$；$1006=10^3+6$。

令 $35=a$； $b=6$。

则 $10^3(10^3+a+b)=1041000$；$ab=210$。

解 原式$=1041000+210=1041210$。

说明 注意规律：末两位数字之和加上10^3的和添上三个0，再加上末两位数之积。

[例17] 计算下式的值：

$$\frac{(10^4+324)(22^4+324)(34^4+324)(46^4+324)(58^4+324)}{(4^4+324)(16^4+324)(28^4+324)(40^4+324)(52^4+324)}$$