

德·克·法捷耶夫 著
伊·斯·索明斯基

代 數 学

上 册

人 民 教 育 出 版 社

代 數 學

上 冊

德·克·法捷耶夫 著
伊·斯·索明斯基
高 文 譯

人 民 教 育 出 版 社

這部書是蘇聯德·克·法捷耶夫和伊·斯·索明斯基為蘇聯中學教師作參考編的。全書分兩冊，上冊合於我國初中教學代數的參考，下冊合於高中教學代數的參考。在編製上和我們現在的教學大綱更接近。

*

Д. К. ФАДДЕЕВ и И. С. СОМИНСКИЙ

АЛГЕБРА

ЧАСТЬ I

ПОСОБИЕ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ

СЕМИЛЕТНЕЙ ШКОЛЫ

УТВЕРЖДЕНО

МИНИСТЕРСТВОМ ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР

УЧПЕДГИЗ * 1951

本書根據俄羅斯蘇維埃聯邦社會主義共和國教育部
教育出版社1951年莫斯科版譯出

*

代 數 學

上 冊

〔蘇聯〕 德·克·法捷耶夫 著
伊·斯·索明斯基

高 文 譯

北京市書刊出版業營業許可證出字第2號

人 民 教 育 出 版 社 出 版

北 京 景 山 東 街

新華書店發行 北京市印刷一廠印刷

書 號：50277 字 數：211千

開 本：850×1168 $\frac{1}{32}$ 印 張：9 $\frac{1}{8}$

1955年9月第一版

1956年2月第一次印刷

1—13,000冊

定 價 (5) 八 角 八 分

目 錄

前言	8
第一章 在解題中字母的使用	13
§ 1 字母的引進	13
§ 2 方程的概念,表示已知量間的關係的方程的佈列	16
§ 3 运算的順序	20
§ 4 係數	24
§ 5 冪,冪的展開	26
§ 6 算術运算的定律	29
§ 7 關於逆运算	34
§ 8 算術运算的性質	36
§ 9 一元一次方程	39
§ 10 恆等式的概念	41
§ 11 關於借助於方程來解問題的概念	42
§ 12 借助於方程來解問題	45
§ 13 帶有字母係數的方程	50
第二章 正數和負數	53
§ 1 負數的定義	53
§ 2 从較小的正數減去較大的數	57
§ 3 負數在變數變化中的應用	58
§ 4 運用負數到測量向着兩個相反方向變化的量	60
§ 5 把數用直線上的點來表示	62
§ 6 正數和負數的加法	63

§ 7	加法的性質	65
§ 8	減法	67
§ 9	代數和	68
§ 10	不等號的使用	69
§ 11	有向綫段	73
§ 12	正負數的乘法	75
§ 13	零的基本性質	79
§ 14	若干個數相乘和負數的冪的引入	80
§ 15	除法	82
§ 16	在解問題的時候負數解答的解釋	84
§ 17	兩個變量間相依關係的圖象表示	85
第三章	代數整式的變換	93
§ 1	代數變換的目的	93
§ 2	代數式的類型	94
§ 3	同類項的合併	96
§ 4	多項式的加法和減法	98
§ 5	一個字母的冪相乘和冪的乘冪	100
§ 6	單項式相乘	101
§ 7	單項式的乘冪	102
§ 8	多項式乘以單項式	102
§ 9	多項式乘以多項式	103
§ 10	幾個多項式的相乘	105
§ 11	含一個字母的多項式相乘	106
§ 12	用公式簡化乘法	109
§ 13	應用簡乘公式到口算	114
§ 14	一些結論	116

第四章	多項式的因式分解	119
§ 1	因式分解的概念	119
§ 2	提公因式	120
§ 3	运用提出公因式分解只含一个字母的多項式的因式	122
§ 4	分組法	124
§ 5	把多項式中个别的項分成同類項	126
§ 6	运用簡乘公式	127
§ 7	研究幾個更複雜的例題	128
§ 8	分解二次三項式的因式	131
第五章	分式的變換	134
§ 1	分式的性質	134
§ 2	分式的基本性質	137
§ 3	整式的除法	138
§ 4	同底冪的除法	139
§ 5	單項式的除法	141
§ 6	多項式除以單項式	143
§ 7	多項式除以多項式簡乘公式的應用	146
§ 8	關於多項式除以多項式一般的注意	148
§ 9	含一个字母的多項式的除法	149
§ 10	代數分式的化簡	154
§ 11	帶有分數係數的代數式的化簡	155
§ 12	代數分式的加法和減法	155
§ 13	代數分式的乘法	158
§ 14	代數分式的除法	159
§ 15	化簡分子和分母都是分式代數和的分式	161

§ 16	一般的結論	162
第六章	比例和比例關係	164
§ 1	定義	164
§ 2	比例的主要性質	164
§ 3	求比例的未知項	165
§ 4	比例各項的交換	166
§ 5	誘導比例	167
§ 6	一系列的等比	169
§ 7	比例關係	170
第七章	含一个未知數的一次方程和一次不等式	173
§ 1	方程的兩個性質	173
§ 2	方程等效的概念	179
§ 3	關於可以使方程失掉或者增加解的某些變換	180
§ 4	解方程	182
§ 5	一元一次方程的解的個數	185
§ 6	分母中含有未知數的方程	186
§ 7	用方程解問題。問題的分析	187
§ 8	應用方程解一般形式的問題	197
§ 9	不等式的概念	198
§ 10	不等式的性質	200
§ 11	解一元一次不等式	203
第八章	方程組	206
§ 1	兩個二元一次方程組的概念	206
§ 2	一個二元一次方程	209
§ 3	利用圖象解方程組	213

§ 4	二元一次方程的解的數目	215
§ 5	比較法	217
§ 6	導出方程的性質	223
§ 7	加減法	227
§ 8	代入法	232
§ 9	解帶有字母係數的二元一次方程組	235
§ 10	应用二元一次方程組解应用問題	236
§ 11	二元一次方程組解的組數的判定法	238
§ 12	三个三元一次方程的組	243
§ 13	解三元一次方程組	245
§ 14	三元一次方程組的解的組數	252
第九章	開平方	253
§ 1	開方运算的定义	253
§ 2	平方根的算術值	254
§ 3	根的近似計算問題的提出	255
§ 4	利用圖象開平方	258
§ 5	1和100中間的數目開平方, 精確到0.1	261
§ 6	1和100中間的數目開平方, 精確到0.01	265
§ 7	所給任何數開平方到任何指定的十進小數位	267
§ 8	解第一類型的二次方程	269
§ 9	解第二類型的不完全二次方程	271
§ 10	解完全二次方程	272
§ 11	运用圖象求兩個二元二次方程所 組成的組的近似解	276
補充教材		279

前 言

本書包含中學六、七年級教學大綱所含有的全部問題。其中還有一小部分是教學大綱的範圍以外的(二次方程、比較廣泛地提出圖象的問題，研究二元一次方程組)，這樣編寫是希望教師不僅只看到問題的一部分，而能看到它的整個面貌。

這本書有以下 15 個特點，現在我們按照它們的先後順序來講一講。

1. 一開始就引進方程的概念，並且利用方程來表明數量間的相依關係。
2. 在討論運算次序問題的時候，引用括弧來表明，例如： $a:(b \cdot c)$ 和 $(a:b):c$ 。
3. 從一開始就用圖表來表示函數的相依關係。
4. 專門有一節研究逆運算，在這節裏特別注意“用零除的除法”。
5. 第 2、9、11 和 12 各節的內容是關於利用方程來解答應用題的問題。

絕對不是要教師把這幾節的內容一下子都教給學生。在講後面各節以前，必須用些時間，用很多練習把每一個這樣的節裏的教材鞏固起來。在這段時間內主要將要講授研究課程裏的其他問題，而只是附帶用列方程來解答應用題。

為了保持講授的系統性，可以把這幾節放在一塊兒來進行。

在七年制學校的代數課程中，應當教會學生利用方程來解答應用題。為此，必須在全部課程的講授過程中都用列方程來解應用題，應用題的內容要逐步複雜，而且要跟過去所講過的其他問題

相呼應。

利用方程來解答應用題的教學，最好對應於書上所分的四節的內容分成四步來進行。

第一步 列出表示各數間相依關係的方程（第一章，§2）。

這一部分的教學在引用字母以後就應當立刻開始，並且要在六和七年級的全部代數課程的講授過程中有系統地進行。可以先用一、兩堂課的時間來專講這部分，然後就與課程中的其他問題結合在一塊兒繼續進行。

教師從最簡單的应用題講起，以後就可以引用任何學生所能理解的教材。在第一步裏主要的只要求列出方程，並不要求解方程。因此，在選擇練習的時候，教師只要注意使練習的內容基本上是學生所能解答的算術应用題就行了。這樣，“列出表明各數間相依關係的方程”的這種应用題就比一般的算術应用題還要簡單。

事情是這樣：學生為了解答一般的算術应用題，自然就要列出方程來表明应用題中各數的相依關係。此外，這個方程一定要是未知數有解的，而不是無論什麼樣的都可以。這後一個要求在第一步講解应用題的時候並不存在。

實際上，在數學解答应用題上，在算術課程和代數課程中間存在着不啣接的現象，這是很明顯的。

在算術課程中，學生解答過相當困難的應用題，而以後學習代數的時候，他們在很長的一段時間內卻只解答非常簡單的應用題。這樣一來，在六和七年級就使得繼續進行有益的解答應用題的作業中斷了。系統地解答本書所提供的應用題，就可以彌補這個缺點。

列方程來表示各數間的相依關係的這種应用題的所以有益，還因為它們能使學生得出各種不同形式的方程，這樣就能發揮學

生的主動性，使班內討論各種解題方法的時候有了材料，使學生有了方程可以變形的這種觀念。

第二步 解出表明各數間相依關係的方程，這種方程只帶有一個未知數，其餘各數或是特定的數值，或是一般的數值 (§9)。

開始進行這部分的教学是在講完了（正確地說，是在復習了）算術运算中的各項和得數間的關係以後，可以單獨講授兩三堂，然後就和負數同時進行講授。這部分取材於以前所列的方程（就是根據列寧格勒第 221 學校的女教師 M. A. 絲克良爾的建議，單寫在一個練習本上的那部分）。

按照 §9 的指示，應當讓學生解答第一步和第二步混合的應用題。因此，學生就應當先學習 §9 的內容，然後再學習 §10。

第三步 用以前所列的方程來解答應用題 (§11)。這部分大約可以開始於第二學季的起頭，繼續到第一學期的末了。

在第一學期結束的時候，應當讓學生解答這樣的應用題：要求列出表明各數間相依關係的方程（也就是做出第一步），然後解出這個方程中的某一個未知數（第二步），最後還要利用所列的方程來解答具體的應用題（第三步）。

第四步 用方程來解答應用題 (§12)。

§12 的內容不要急於講授。教師自己覺得什麼時候在班內講授這部分的條件已經成熟，就什麼時候開始。可以這樣設想：到第三學季的中期，學生還作第三步的練習。總而言之，在第六學年結束以前，學生應當在用方程來解答應用題這方面得到認真的培養，如果在七年級又有條件來系統講授這方面的教材，那麼教師就一定會得到良好的教學效果。

6. 結合着解帶有數字係數的方程來解帶有字母係數的方程。從課程一開始就對於方程和應用題進行分析 (§13)。必須使學生

感到分析問題的必要性，並且要逐漸培養他們分析問題的必要的熟練技巧。

7. 本書給出下面一個關於負數的定義，每個正數都有一個相應的負數。同時要注意，加上某一個負數就等於減去相應的那個正數（第二章，§1）。

這個定義處於純粹形式公理和完備公理的中間地位，其中也包括運算的法則。它更近似於在古代頭一個引用到數學中來的“減數”概念的定義。在這個定義裏除了形式上的敘述（敘述的第一部分），同時還包含最重要的——很自然地論證了從小的數裏減去大數的運算的可能性，依照編者的意見，這是把負數引用到數學中來的最重要的時機。也正因为存在着這種可能性，才給代數以簡單的和完整的，能够在加入以後起巨大作用的工具，而這種可能性若是不存在，那末代數就完全沒有用了。

8. 第二章到第十七節結束，這節講的是關於用圖象來表示兩個變數間的相依關係。我們認為，從這個時候起學生將系統學習圖象，並且用圖象來研究數量間的相依關係。以後不論學生是掌握函數關係的概念，還是用圖象來解答各種問題，都會從這方面得到巨大的幫助。

9. 在關於恆等變換的那幾節裏，不僅導出和表述了一般法則，而且还指出了在解答具體問題的時候，應當怎樣利用應用題獨具的特點，應當怎樣培養學生根據所規定要達到的目的來選擇法則和方法的技能。

10. 整數代數式的除法列入分數代數式變換一章內。

11. 開始講方程的主要特點時（第七章，§1）不要使用“方程等效”這術語。一般也不要證明相應的定理。可以用實例來解釋為什麼方程在這種變換時，並不失掉也不增加解。以後（§2）再引用

“方程等效”這術語，並且用它把已經講清楚的特點重新敘述一遍。

實際上在這裏解釋問題的實質比形式上的死記證明要好得多。如果學生能解釋為什麼在這種具體變換時，方程不失掉或增加解，或者相反，能夠失掉或增加解，那麼就可以認為達到了目的。

12. 在書裏分析了很多列方程的應用題，其中不僅說明了一般的列方程的方法，而且還舉了應用題的例子，這種應用題要求根據題意來檢查解 (§7)。

13. 解那些跟圖表、圖象密切結合着的二元一次方程組 (第八章)。這樣首先就要講述比較法 (§5)。這種方法很容易講述。

必須先把關於導出的方程式的性質那節 (§6) 講清楚了，才可以講用加減法解方程組 (§7)。

14. 在關於解方程組的各種方法和用方程組解應用題的那部分以後，有一節包括着二元一次方程組的一般理論 (§11)。

一般都把這部分教材列在十年級課程中，並在“二元綫性方程的研究”這一課題內講授。在這裏把理論與實際運用分開講授，是因為二元綫性方程組的一般理論太深，七年級的學生不能理解。

在本書裏這部分理論講得非常淺，七年級的學生完全可以理解。因此，這樣講述，就不需要把分析方程組和解方程組分割開來進行了。本書裏定理證明得也很簡單。到十年級只要把我們現在所講的內容在字面上改變一下，就可以得到十年級教學大綱裏所規定的那個定理。

15. 在書的末尾附有很短的一章“補充教材”。在這章裏解釋了一些在數學中有用途的邏輯學的基本理論，此外還有幾部分教材的示範練習。不用說在這很短的一章裏是不可能全面說明所觸及的問題的，它的目的僅僅是提出在教學實踐中如何選擇一些練習的問題。

——編者

第一章 在解題中字母的使用

§1 字母的引進

問題 1. 若一隻汽船在靜水中每小時行 16 公里, 而河水每小時流 4 公里, 這隻汽船在河中上行 900 公里需要多少時間?

解這個問題的時候我們不作完全的計算, 只列出必要的運算。

解。(1) 汽船每小時行多少公里呢?

$$(16-4) \text{ 公里。}$$

(2) 汽船行 900 公里需要多少小時呢?

$$\frac{900}{16-4}.$$

這個式子 $\frac{900}{16-4}$ 叫做解問題的公式。在這個公式中已經說明了, 怎樣運算以及按照怎樣的順序來使用已知數而得到未知數。

在解題的公式已經建立起來的時候, 最後的解答就不難得出來。只要作公式中所表明的計算就可以了。

答: 75 小時。

現在我們還來討論兩個同樣形式的問題。

問題 2. 若一隻汽船在靜水中每小時行 15 公里, 而河水每小時流 3 公里, 這隻汽船在河中上行 300 公里需要多少時間?

這個問題不同於前面一個的只是已知數的值, 因而可以和前面一樣地來解。

這裏它的解答公式是 $\frac{300}{15-3}.$

答: 25 小時。

問題 3. 若一隻汽船在靜水中每小時行 14 公里, 而河水每小時流 3.5 公里, 這隻汽船在河中上行 350 公里需要多少時間?

這個問題和前面的兩個問題是同樣的形式。

這裏它的解答公式是 $\frac{350}{14-3.5}$ 。

答: $33\frac{1}{3}$ 小時。

我們已經討論過三個問題, 並且對於每一個都作出了它的解答的公式。比較這些公式就可以看出來, 它們具有同一的形式, 彼此之間不同的只是已知數。

具有同樣條件而只是已知數不同的一些問題, 它們就具有同樣構造的解答公式。

所討論過的問題可以用這樣的規則來解:

為了要知道汽船逆着河流行過所給的距離需要多少小時, 從汽船在靜水中的速度(公里/小時)減去河流的速度(公里/小時), 然後以所得的差去除距離(公里), 這就夠了。

為了要把這個規則化簡而且將它表示成更明白清楚的形式, 我們可以這樣來建立解答的公式: 在條件中所給的數的位置用詞句把這些數表示的意義寫下來。

所討論過的問題的解答可以寫成這樣:

$$\frac{\text{距離}}{\text{汽船在靜水中的速度} - \text{水流的速度}} \cdot$$

更好一些, 是用字母 S 來表示汽船所行的距離(公里), 字母 V 表示汽船在靜水中的速度(公里/小時), 字母 v 表示水流的速度(公里/小時)。

字母的式子

$$\frac{S}{V-v}$$

就是所說过的形式的那种問題的解答的通式。

在所說过的形式的那种問題的解答的通式已經建立以後，要解答任何一个這類形式的問題（就是說，在条件中所給的不是字母而是數目）那就容易了。

为了这样，我們只須把已知數代替通式中对应的字母然後進行計算就可以了。

每次，在我們想要得到某一類型問題的通解的時候，只須把問題寫成一般的形式，就是在条件中不寫數目而寫字母，这就行了。

例如，我們所討論过的問題的一般形式是：

若一隻汽船在靜水中每小時行 V 公里，而河水每小時流 v 公里，這隻汽船在河中上行 S 公里需要多少時間？

因為我們有了字母來表示數目，問題的解答的一般形式看起來正好和特殊形式的問題的解答一樣。

1. 汽船在一小時內行多少公里呢？

$(V-v)$ 公里。

2. 在多少小時內行 S 公里呢？

$$\frac{S}{V-v} \text{ 小時。}$$

答： $\frac{S}{V-v}$ 小時。

用字母來表示數目就使得我們可以得到問題的一般形式的解答。

定义。指出怎样运算以及依照怎样的順序在已知數中進行計算，這樣的式子叫做代數式。這裏面的數可以用字母或者單獨用數字表示。

例如， $\frac{S}{V-v}$ ， $a+3$ ， $11-5$ 都是代數式。

在代數中表示運算的符號和在算術中的一樣：加法用符號 $+$ 表示；減法用符號 $-$ 表示；乘法用符號 $\times$ 或者 $\cdot$ 或者就完全不寫乘號來表示；除法用符號 $:$ 或者橫綫表示。

即如 $a+b$ 表示數目 a 和 b 的和；

$a \times b; a \cdot b; ab$ 同樣表示數目 a 和 b 的積；

$a:b; \frac{a}{b}$ 同樣表示數目 a 除以數目 b 的商。

練習

1. 當 $S=100, V=10, v=2.5$ 的時候，計算式子 $\frac{S}{V-v}$ 。

2. 填寫下面的表：

S	V	v	$\frac{S}{V-v}$
900	16	4	
300	15	3	
350	14	3.5	
210	12	3.1	
120	13.5	$3\frac{1}{3}$	

3. 若一隻汽船在靜水中每小時行 V 公里，而河水每小時流 v 公里，這隻汽船在河中下行 S 公里需要多少小時？

4. 若一隻汽船在靜水中每小時行 15 公里，而河水每小時流 3 公里，試利用上題的解答求這隻汽船在河中下行 250 公里所需要的小時數。

字母式子的數值由代替字母的數值來決定。

§2 方程的概念。表示已知量間的關係的方程的佈列

問題 1. 在一個書架上有 m 本書，在另一個書架上有 n 本書，