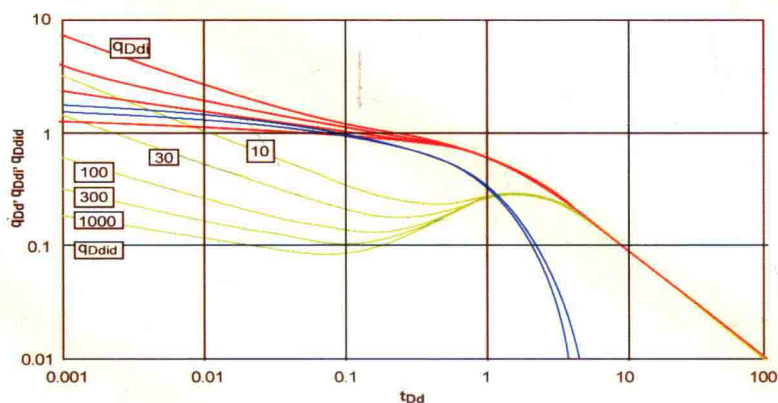




# ANALYSIS OF PRODUCTION DECLINE CURVES

## 产量递减曲线分析

[美] Steven W. Poston Bobby D. Poe Jr. 著  
李勇 李保柱 夏静 等译



国外油气勘探开发新进展丛书(十一)



中国石油勘探开发研究院出版物

# 产量递减曲线分析

[美] Steven W. Poston Bobby D. Poe Jr. 著

李 勇 李保柱 夏 静 等译

石油工业出版社

## 内 容 提 要

本书系统介绍了产量递减曲线的理论与方法,主要包括 Arps 三种递减曲线的理论及应用、产量不稳定分析典型曲线分析方法的理论及应用、生产动态曲线递减分析等。同时,书中给出了大量的产量递减分析实例。

本书适合石油开发专业相关动态分析人员、研究人员、管理人员及高等院校相关专业师生参考使用。

### 图书在版编目(CIP)数据

产量递减曲线分析/[美]波斯顿(Poston,S. W.),[美]坡二世(Poe,B. D.)著;李勇等译. —北京:石油工业出版社,2015. 11

(国外油气勘探开发新进展丛书. 第11辑)

书名原文:Analysis of Production Decline Curves.

ISBN 978 - 7 - 5183 - 0916 - 0

I. 产...

II. ①波... ②坡... ③李...

III. 油田开发 - 产量递减 - 技术培训 - 教材

IV. TE34

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 258174 号

Copyright © 2008 Society of Petroleum Engineers.

All Rights Reserved. Translated from the English by Petroleum Industry Press with permission of the Society of Petroleum Engineers. The Society of Petroleum Engineers is not responsible for, and does not certify, the accuracy of this translation.

本书经 Society of Petroleum Engineers 授权石油工业出版社有限公司翻译出版。版权所有,侵权必究。

北京市版权局著作权合同登记号:01 - 2014 - 0673

---

出版发行:石油工业出版社

(北京安定门外安华里 2 区 1 号 100011)

网 址:www. petropub. com

编辑部:(010)64523543 图书营销中心:(010)64523633

经 销:全国新华书店

印 刷:北京中石油彩色印刷有限责任公司

---

2015 年 11 月第 1 版 2015 年 11 月第 1 次印刷

787 × 1092 毫米 开本:1/16 印张:9. 5

字数:260 千字

---

定价:80. 00 元

(如出现印装质量问题,我社图书营销中心负责调换)

版权所有,翻印必究

# 《国外油气勘探开发新进展丛书(十一)》

## 编 委 会

主 任：赵政璋

副主任：赵文智 张卫国

编 委：(按姓氏笔画排序)

马 纪 冯 定 吕 鹏 刘玲莉

刘德来 李 勇 李洪波 何保生

周家尧 章卫兵

# 序

为了及时学习国外油气勘探开发新理论、新技术和新工艺,推动中国石油上游业务技术进步,本着先进、实用、有效的原则,中国石油勘探与生产分公司和石油工业出版社组织多方力量,对国外著名出版社和知名学者最新出版的、代表最先进理论和技术水平的著作进行了引进,并翻译和出版。

从2001年起,在跟踪国外油气勘探、开发最新理论新技术发展和最新出版动态基础上,从生产需求出发,通过优中选优已经翻译出版了10辑50多本专著。在这套系列丛书中,有些代表了某一专业的最先进理论和技术水平,有些非常具有实用性,也是生产中所亟需。这些译著发行后,得到了企业和科研院校广大科研管理人员和师生的欢迎,并在实用中发挥了重要作用,达到了促进生产、更新知识、提高业务水平的目的。部分石油单位统一购买并配发到了相关的技术人员手中。同时中国石油天然气集团公司也筛选了部分适合基层员工学习参考的图书,列入“千万图书下基层,百万员工品书香”书目,配发到中国石油所属的4万余个基层站点。该套系列丛书也获得了我国出版界的认可,三次获得了中国出版工作者协会的“引进版科技类优秀图书奖”,形成了规模品牌,产生了很好的社会效益。

2014年,在前10辑出版的基础上,经过多次调研、筛选,又推选出了国外最新出版的6本专著,即《油气勘探与生产——储量、成本及合约》、《产量递减曲线分析》、《实用钻井循环系统——水力学模型和计算》、《管道风险管理指南——理念、技术及资源》、《管线规划及现场施工手册》、《泵和泵站实用技术指南》,以飨读者。

在本套丛书的引进、翻译和出版过程中,中国石油勘探与生产分公司和石油工业出版社组织了一批著名专家、教授和有丰富实践经验的工程技术人员担任翻译和审校人员,使得该套丛书能以较高的质量和效率翻译出版,并和广大读者见面。

希望该套丛书在相关企业、科研单位、院校的生产和科研中发挥应有的作用。

中国石油天然气集团公司副总经理

## 译者前言

任何一个油气田开发到一定程度以后,油气田产量都会进入递减阶段,只是不同油气田进入递减阶段的时间早晚以及递减特征不同。只要油气田进入递减期,便可以利用产量递减曲线分析法对历史产量进行拟合,从而评价相关递减参数及储层参数。而递减分析的更重要的目的,是为了对未来的产量进行预测,从而评价油气田或油气井的剩余可采储量,确定油气井达到经济极限产量之前的剩余生产时间等。

产量递减曲线分析方法是油气藏工程方法中使用最普遍的一种方法。不论是油气田现场动态分析人员,还是科研院校的研究人员,都会采用该方法进行油气藏生产动态的分析与评价。由于每种产量递减分析方法均有各自的适用条件及限制条件,如果研究人员对其假设条件、适用条件、理论基础等不清楚,可能会错误地使用产量递减曲线进行分析,势必得出错误的结果与认识。因此,掌握产量递减曲线分析方法理论基础非常必要。本书系统讲解各种产量递减曲线分析方法,并对各种递减分析方法的假设及限制条件、理论、应用等进行了详细介绍。同时通过实例对各种方法的具体应用进行了介绍,对不同递减分析方法的评价结果进行了对比分析。从而使读者对每种方法有清晰的概念与认识,并能熟练应用。本书既是对目前常用的产量递减曲线分析方法的系统梳理,也是作者工作多年来的经验与认识的总结,其中的理论、方法与经验值得我们学习与参考。这也正是翻译本书的初衷。

另外,由于本书对不同时期提出的主要产量递减曲线分析方法都进行了介绍,有的方法可能存在一定的局限性,在实际具体使用时要注意其适用性。

本书由李勇、张晶、彭晖、魏晨吉、王代刚、郑洁、钱其豪、刘双双翻译,李保柱、李勇和夏静校对统稿。由于译者水平有限,在翻译过程中难免有表达不当之处,敬请读者提出宝贵意见。

# 原书前言

在当今石油工业使用的产量预测技术中,递减曲线分析方法是一种被广泛应用却又未被深刻理解的方法。递减曲线分析是一种精简有效的油藏评价方法,并为一些重大的经济决策提供了依据。然而,对递减曲线分析过于简单化的认识经常会产生误区,从而导致其被广泛地滥用。

早期,油藏工程师认识到油井、气井产能的递减特征,并试图通过线性方程来拟合生产历史,从而确定动态数据的某些数学意义。但是,之前没有一本专门介绍产量递减曲线的意义、应用、使用正确与否的参考书,鉴于此,经过我们的不懈努力,这本书诞生了。

Arps 收集了大量资料,首次提出了评价未来产量和预期采收率的经验分析理论。在产量下降阶段,可应用 Arps 方程直接分析得到指数递减曲线。而调和递减曲线和双曲递减曲线只有通过繁琐的试算法才能确定相关参数。在个人计算机出现之前,这项技术基本一直处于停滞状态,直到个人计算机的出现,使得统计的试算程序和 Arps 方程结合到一起,从而提供了一种近乎瞬时完成且可广泛使用的分析方法。在第 1 章“递减曲线简介”中介绍了所有的相关原理,在第 2 章“递减曲线应用”中深入探讨了递减分析技术在实际现场中的应用。

20 世纪 70 年代中期,Cox 在拟稳定状态下半可压缩流体扩散方程中得到了经验指数递减,并且将这些发现应用于解决现场问题当中。

第 3 章“典型递减曲线图版拟合”介绍了 Fetkovich 典型曲线,可提高大量油井生产数据的分析效率。该递减曲线包括不稳定流动和边界控制流动两个阶段,使用非常方便,只是有些方程形式略微繁琐。

第 4 章“指数递减曲线”介绍了等百分比和连续递减率两种方法的不同,以及生产速率与累积采出程度关系图的应用。指数递减通常代表均质油藏中半可压缩流体的开采,而产量和时间的对数图上直线关系的偏差表明油藏异常影响了油井生产动态。压缩性和黏度的改变以及分层开采和合采的影响是产生偏差的一些主要原因。在第 5 章“双曲递减曲线”和第 6 章“油田生产曲线分析”中讨论了这些变量对递减曲线形状的影响。在第 6 章中需要重点关注的是如何将已知现场产量递减与  $b$  大于或等于 1 的油井产能曲线进行实际耦合。这在理论上和实际上均是明显不合理的,但为了实现合理的油井产能预测必须做出一些调整。

第 7 章“生产动态曲线方法”建立了一种基于油水比和气油比曲线的简便且实用的解释方法。将这些图与现场地质和生产操作历史结合起来,可以提供一种直观的分析方法。

试井中应用的压力不稳定分析及产量不稳定分析的许多方法,目前也已引入油井、气井的

开采动态评价中。在第8章“递减曲线分析的新进展”中,总结了当今石油工业界最前沿的产量递减曲线分析技术。许多商业化现代产量递减曲线分析软件中的一些模型,均使用了第8章中介绍的油井动态分析和评价原理。在递减曲线分析方面,最新进展包括积分以及积分导数递减分析的引入,以及在生产动态评价中得到的等效时间函数的使用,有助于提高油井生产动态分析的准确性。

希望本书可以为产量递减曲线分析、解释及创造性的生产动态诊断与评价提供可靠实用的参考。在石油行业中,产量递减曲线分析具有悠久的历史,而真正创新实用的生产动态分析方法和技术也将会永远具有广阔的发展空间。



# 目 录

第1章 递减曲线简介 .....	(1)
1.1 对比预测模型 .....	(1)
1.2 容积法 .....	(1)
1.3 递减曲线法 .....	(2)
1.4 物质平衡法 .....	(2)
1.5 油藏数值模拟 .....	(2)
1.6 历史回顾 .....	(3)
1.7 Arps 经验公式 .....	(4)
1.8 指数递减方程 .....	(6)
1.9 双曲递减方程 .....	(7)
1.10 调和递减方程 .....	(7)
1.11 Arps 方程的适用范围 .....	(9)
1.12 无量纲变量 .....	(9)
1.13 曲线特征 .....	(9)
1.14 经济界限 .....	(12)
1.15 储采比 .....	(12)
1.16 扩散方程 .....	(14)
1.17 边界控制流动阶段的解 .....	(16)
1.18 达到边界控制流动阶段所需的时间 .....	(18)
1.19 典型曲线 .....	(19)
1.20 递减曲线分析的最新进展 .....	(19)
第2章 递减曲线应用 .....	(21)
2.1 基本假设条件 .....	(21)
2.2 油藏衰竭开采机理的影响 .....	(23)
2.3 生产阶段划分 .....	(27)
2.4 产量之间的关系 .....	(28)
2.5 数学关系 .....	(31)
2.6 统计学分析 .....	(32)

第 3 章 典型递减曲线图版拟合 .....	(37)
3.1 Jacob - Lohman 典型曲线 .....	(37)
3.2 Fetkovich 典型曲线 .....	(41)
第 4 章 指数递减曲线 .....	(52)
4.1 等百分比递减分析法 .....	(53)
4.2 连续型指数递减模型 .....	(56)
4.3 不同指数递减方法的对比 .....	(59)
4.4 产量—累计产量曲线 .....	(60)
4.5 扩散方程的解 .....	(62)
第 5 章 双曲递减曲线 .....	(67)
5.1 Arps 双曲递减方程 .....	(69)
5.2 调和方程 .....	(75)
第 6 章 油田生产曲线分析 .....	(81)
6.1 非稳态流和过渡流 .....	(81)
6.2 油藏特征对递减曲线的影响 .....	(86)
6.3 典型曲线初始化 .....	(87)
6.4 当 $b > 1$ 时 .....	(91)
第 7 章 生产动态曲线方法 .....	(98)
7.1 含水率曲线 .....	(98)
7.2 曲线形状的影响因素 .....	(102)
7.3 “X”图法 .....	(105)
7.4 产量比作图法 .....	(112)
第 8 章 递减曲线分析的新进展 .....	(115)
8.1 拟生产时间的 Horner 近似 .....	(115)
8.2 递减曲线分析中物质平衡时间的校正 .....	(118)
8.3 复合产量递减曲线分析模型 .....	(119)
8.4 产量导数和积分递减曲线分析 .....	(124)
8.5 封闭油藏未压裂井的产量递减特征 .....	(126)
8.6 其他类型井的递减曲线分析 .....	(127)
8.7 压力数据不完整时的产量递减曲线分析 .....	(133)
符号说明 .....	(135)

# 第1章 递减曲线简介

单井或区块的石油和天然气的产量递减通常为时间的函数,而油气藏压力下降或产出流体比例的变化是产量递减的主要原因。递减曲线分析方法是通过对实际递减生产历史数据进行曲线拟合,然后假设未来的生产具有相同的变化趋势,从而进行预测的一种分析方法。

在资料较少的情况下,递减曲线分析方法可用来评价油气井的潜在产能。而对于其他的高级分析技术来说,如果没有足够的测井、取心、流体分析、关井压力监测、试井测试等数据,这些方法的使用将会受到较大限制。因此,通常利用霍布森(Hobson)方法和产量递减曲线分析方法来预测边际效益油藏的剩余潜力。

然而,其他的分析方法也可用于研究油气井的产量变化特征。下述章节对比了4类预测模型的主要特征,目的是让读者明确递减分析方法在储层评价中的作用。

## 1.1 对比预测模型

复杂的数学模型在预测时考虑了流体和岩石性质的变化、压力历史数据、井生产特征以及储层参数空间变化的影响。采用这些模型可以计算出不同井网和开发方式情况下油藏一维、二维或三维空间的结果。与递减曲线分析方法相比,这些研究需要耗费更多的时间和成本,并需要有相当多的基础资料支持。

油藏的研究主要受3个因素影响:研究可支配的时间和人力、可采用数据的数量和质量以及结果的应用。相比对整个油田水驱开发潜力的深入评价研究来说,根据相关操作公司记录的生产历史进行的勘查研究时间要明显短,但同时获取的信息却也明显少。

数据的类型和质量与一系列变量有关,如油田地理位置和所属国家、油田是单独经营或合作经营、净产值等均影响数据的质量和数量。是否需要高质量的数据必须综合考虑油田、区块、井的经济价值和研究计划所需时间。一般来说,边缘开发井获取的数据通常较少,而优质储层油田的开发井却有可能录取较多的数据。由于实际情况千差万别,因此制定研究计划的第一步就是要如何平衡研究时间、可用的油田数据和研究目标之间的关系。

因此,进行产量预测和储层评价大致可划分为4个部分,即研究可支配的时间、投入人力、研究采用数据的数量和质量。

## 1.2 容积法

计算石油或天然气原始地质储量的基础数据包括静态测井数据和岩心分析数据。可通过经验方法确定采收率或根据某特定区块的“经验法则”来确定储量。但这些静态参数不能用于生产动态的预测。

容积法是一项低成本且简单的烃类原始地质储量评价方法,该方法通过与等厚图和构造

图的结合,能够对油藏或油田给出全面的评价。

容积法的局限性包括:评价结果受井距、孔隙度及饱和度等因素影响;评价结果无法预测未来的生产能力和泄油区域内储层的非均质程度;同时,该方法也难以预测层状油藏、裂缝性油藏或分层合采油藏的采收率。

### 1.3 递减曲线法

通过实际生产历史递减曲线的拟合,可确定递减曲线方程,从而求解产量、时间或累计产量,最后预测油藏未来的生产动态;同时,还可利用生产动态的预测结果进行储量计算。

产量递减曲线分析的优势在于油田均普遍有大量可用的生产历史数据,而且该方法成本低、耗时短;另外,通过简单的编程便可实现在计算机上操作。

产量递减曲线分析方法的局限性如下:对生产历史数据进行拟合确定的方程仅代表一种数学关系(多数情况下,递减曲线形态难以定量体现出油藏特征);生产制度的改变通常会改变递减曲线的形态;对低渗透、多层或裂缝性油藏而言,由于窜流的高度变化及其不确定性影响,可能会导致该方法难以预测未来产量。因此,在对生产历史数据进行拟合以确定产量递减曲线方程,尤其是进行产量预测时,需要考虑相关生产制度以及所有潜在条件的变化,这是因为产量递减曲线不一定满足该类油藏的物质平衡条件。

### 1.4 物质平衡法

油藏物质平衡方程中考虑了岩石和流体性质随压力的变化。物质平衡储罐模型基于质量守恒,但模型中并未考虑不同的流动条件。

物质平衡法的优势如下:模型考虑了岩石和流体性质随压力的变化情况以及油藏的生产历史;成本低、耗时短,且在计算机上通过简单编程便实现相应操作;该方法还可应用于中高渗油藏采收率的确定。

物质平衡法的主要局限性在于需要一个采收率值用来计算可采储量。储量计算需要考虑储层性质在垂向和平面上的变化。采用采收率评价可采储量仅适用于油藏渗透率大于100mD或气藏渗透率大于1mD的相对均质、中型的油气藏。

### 1.5 油藏数值模拟

油藏数值模拟将整个油藏划分为网格系统,并综合物质平衡方程、扩散方程和状态方程进行迭代求解计算生产历史对每个网格的影响。

油藏数值模拟的优势如下:可用于考虑流体属性大范围变化的二维或三维模型;能够考虑所有可能的影响参数;便于研究储层非均质性和储层变化对油藏未来生产动态的影响。

油藏数值模拟的局限如下:模拟通常需要熟练掌握模型基本原理的专业人员完成;模型高度复杂,模拟运行需要大量的时间、人力和成本;建立模型需要综合油田的各类数据;油藏模型中的储层非均质性和地质特征通常需要进行简化以适应计算机模型。因此,油藏数值模拟结果的精确度取决于输入数据的精确度。正如“种瓜得瓜,种豆得豆”,若输入的参数不精确,输出的结果也将不精确。

## 1.6 历史回顾

Arps 和 Fetkovich 两位学者开创性的研究成果为采用递减曲线进行生产历史分析奠定了基础。Arps (1945, 1956) 通过归纳整理前人的所有研究成果, 得出了一套系统且具有广泛适用性的经验方程。根据递减曲线的本质差别, 将其划分为指数递减、双曲递减和调和递减。产量递减方程是同时考虑了产量、时间和累计产量之间关系的通用表达式。Fetkovich 等 (1987) 将产量递减曲线划分为不稳定流动段和边界控制流动段, 并提供了一系列典型曲线以进行递减分析。Fetkovich (Fetkovich 等, 1987; Fetkovich, 1980), Camacho - Velazquez 和 Raghavan (1989) 等人的研究表明, 产量递减曲线的形态一般都能够反映出油藏的开发模式。

研究人员在早期便认识到, 油藏压力的下降会导致油井或气井产量的下降。递减率可由任意两个产量点之间所画的直线斜率来表示, 或者将整个生产历史划分为一系列相同时间间隔的近似直线段。如图 1.1 所示, 产量—时间曲线被划分为一系列斜率不断减小的直线段; 另一种方式是利用差分方程及瞬时递减率来描述直线方程。直线方程的起点对应于某一初期产量  $q_i$  和递减率  $D_i$ , 该数据不需要与历史数据完全一致。

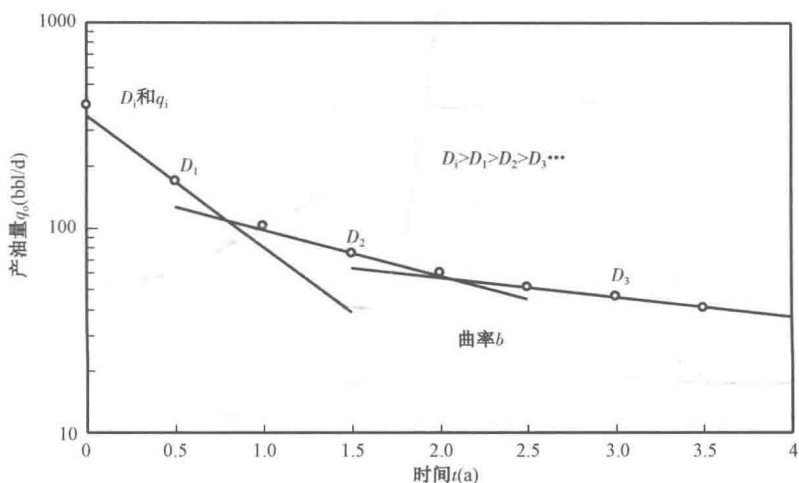


图 1.1 产量—时间曲线

将产量—时间曲线划分为一系列斜率不断减小的直线段, 拟合曲线的起点对应于某一初期产量和递减率, 该数据不需要与历史数据完全一致。生产历史曲线的曲率是指数项  $b$  的函数。连续直线的情况表明  $b = 0$

Arnold 和 Anderson (1908) 在研究加利福尼亚州多个油田时首次指出产量递减可与产量呈恒定比例。某一特定时间段内的产量减少即定义为递减率。

后来, 产量递减分析的关键在于建立某一初期产量  $q_1$  和随后某一时间产量  $q_2$  的关系, 由此推导出相关的产量递减方程。实际上, 可选取曲线上的任意一点作为初始产量, 该数据点通常表示为  $q_1$ 。只要计算过程中的第一个产量和最后一个产量之间的时间间隔合适, 就可以选择任何一个产量作为初期产量。

Day (1909) 首次在坐标纸上绘制了生产曲线, 并在文中阐述了油井泄油面积的相关概念。该研究在纽约和宾夕法尼亚州油田的应用结果表明, 提高油井数量并不一定能够提高整个油

田的产量。Vance(1961)研究表明,油藏产量可以用以前某一年产量的不同百分比来表示。式(1.1)中定义了初期产量为 $q_1$ ,后期产量为 $q_2$ ,利用数学表达式可给出产量变化的表达式,单位时间的倒数反映了任意两个产量对应的时间间隔。按照惯例,产量间隔时间段一般为一年。通常,将该小数乘以100并添加一个负号(-),从而能够以正数的百分比形式即“%/a”表示递减率。

$$D = \frac{\frac{q_1 - q_2}{\Delta t}}{q_1} = \frac{\Delta q}{q_1 \Delta t} \quad (1.1)$$

Lewis 和 Beal(1918)指出,产量递减曲线通常遵循双曲递减规律。Cutler(1924)指出,常数或指数递减曲线并不适用于所有油田。综合14个国家149个油田的产量拟合分析发现,双曲递减曲线比指数递减曲线效果更好。

Johnson 和 Bollens(1927)提出了产量损失率的概念。式(1.2)给出了产量损失率的增量形式和微分形式。产量损失率定义为产量与某段时间内的产量损失的比值。两个产量之间的时间间隔定义为产量损失率所对应的时间段。

$$R = \frac{q_2}{\frac{q_1 - q_2}{\Delta t}} = \frac{q_2}{\frac{\Delta q}{\Delta t}} = \frac{q_2}{\frac{dq}{dt}} \quad (1.2)$$

注意:式(1.1)和式(1.2)之间存在倒数关系,只是其中的参考产量由式(1.1)中的初期产量 $q_1$ 变化为式(1.2)中的后期产量 $q_2$ 。Johnson 和 Bollens(1927)的研究表明,常数产量损失率与常数产量递减率相对应,而恒定的产量损失率差值则与双曲递减方程或其他一些幂函数形式的方程相对应。在每个时间步长内计算产量损失比,然后利用式(1.2)的变形表达式来计算产量。

Marsh(1928)提出了产量和累计产量呈直线关系的观念。在生产制度不变的条件下,上述理论等效于指数递减理论。Pirson(1935)利用产量损失率的方法建立了描述指数递减和双曲递减规律的基础方程。

## 1.7 Arps 经验公式

Arps 将这些前期的产量递减研究成果统一处理为产量、时间、累计产量之间的数学关系,从而表示产量递减曲线的特征(Arps,1945,1946)。

利用递减率 $D$ 表示产量的变化率,式(1.3a)给出了方程的通用形式,添加负号将负值的递减率转化为正值。

$$D = - \frac{1}{q} \frac{dq}{dt} \quad (1.3a)$$

上述方程的微分形式为:

$$D = - \frac{d(\ln q)}{dt} \quad (1.3b)$$

定义指数  $b$  为递减率倒数随时间的变化率, 即:

$$b = \frac{d(1/D)}{dt} = \text{常数} \quad (1.4a)$$

式(1.4b)给出了式(1.3a)的一阶导数:

$$b = -\frac{d}{dt}\left(\frac{q}{dq/dt}\right) = \text{常数} \quad (1.4b)$$

当产量由初期产量递减至后期产量的过程中, 指数  $b$  保持恒定。然而在多数情况下, 油藏生产周期内生产制度的变化会导致  $b$  值也发生变化。通常需要将生产历史划分为多个生产阶段以表征这种变化特征, 且每个阶段具有相同的生产特征和指数值。

指数递减方程、双曲递减方程和调和递减方程均由式(1.3)和式(1.4)的基本定义演变而来。对式(1.4a)在时间  $0 \sim t$  内进行积分, 并定义  $t=0$  时刻的初始递减率为  $D_i$ , 可得到如下关系式:

$$D = \frac{D_i}{1 + bD_it} \quad (1.5)$$

将式(1.5)代入式(1.3b)得:

$$-\frac{d(\ln q)}{dt} = \frac{D_i}{1 + bD_it} \quad (1.6)$$

在  $b=0$  和  $b \neq 0$  两种情况下都应考虑指数项。下面章节将给出适用于这两种条件的产量和产量—时间方程。

### 1.7.1 $b=0$ 情况

当指数项  $b=0$  时, 式(1.5)简化为  $D = D_i$ 。此时, 递减率在整个时间段内保持恒定, 不再随时间发生变化。由于  $D = D_i$ , 可用递减率  $D$  替换  $D_i$ 。当递减率为常数时, 式(1.6)可简化为:

$$D = -\frac{d(\ln q)}{dt} \quad (1.7)$$

在时间段  $0 \sim t$  内对式(1.7)积分可得产量的表达式:

$$q_2 = q_1 \exp(-Dt) \quad (1.8)$$

### 1.7.2 $b \neq 0$ 情况

在时间段  $0 \sim t$  内对式(1.6)积分, 结合初期产量的定义可推导  $b \neq 0$  情况下适用于所有递减直线的产量方程:

$$q_2 = \frac{q_1}{(1 + bD_it)^{1/b}} \quad (1.9)$$

整理式(1.3a)、式(1.6)和式(1.9)可得产量与递减率的关系式[式(1.10)]。该关系式同样也适用于常数递减率(即  $b=0$ )的情况, 即  $D = D_i$  时的情况。

$$D = -\frac{1}{q} \frac{dq}{dt} = D_i \left( \frac{q}{q_i} \right)^b \quad (1.10)$$

下面应用前期推导的通用方程式来定义指数递减方程、双曲递减方程以及特殊情形下的调和递减方程。Arps(1945)定义指数项  $b=0$  时对应指数递减,  $0 < b < 1$  时对应双曲递减,  $b=1$  时对应调和递减。同时,利用产量、时间和累计产量之间的关系式定义了这3种递减方程。

## 1.8 指数递减方程

将式(1.8)转化为对数形式并整理为直线方程可得到式(1.11)。直线坐标定义如下:  $y$  轴为  $\ln q_2$ ,  $x$  轴为  $t$ 。结果参数包括  $y$  轴截距  $\ln q_i$ , 以及直线斜率  $-D$ 。

$$\ln q_2 = -Dt + \ln q_i \quad (1.11)$$

式(1.8)重新整理后可用于求解连续递减率。指数递减情况下递减率为常数,可选取曲线上任意点作为初期产量,该产量通常表示为  $q_1$ 。由此可得:

$$D = \frac{\ln\left(\frac{q_1}{q_2}\right)}{t} \quad (1.12)$$

将式(1.12)整理为某一时间段内两个产量与时间之间的关系式:

$$t = \frac{\ln\left(\frac{q_1}{q_2}\right)}{D} \quad (1.13)$$

将公式进一步推广可得累计产量预测方程:

$$Q_p = \int_0^t q dt \quad (1.14)$$

将式(1.8)代入式(1.14)中,得到表示指数递减规律的表达式。在  $t > 0$  范围内对方程积分,可得到指数递减条件下累计产量的计算方程:

$$Q_p = \frac{q_i}{D} [1 - \exp(-Dt)] \quad (1.15)$$

将式(1.8)的产量项代入式(1.15)中,可得到累计产量计算公式的简化形式:

$$Q_p = \frac{q_i - q_2}{D} \quad (1.16)$$

将式(1.16)重新整理为直线方程形式。直线坐标定义如下: $y$  轴为  $q_2$ ,  $x$  轴为  $Q_p$ 。结果参数包括  $y$  轴截距  $q_i$ , 直线斜率  $-D$ 。

$$q_2 = -DQ_p + q_i \quad (1.17)$$



假设产量由初期产量  $q_i$  递减至零,可计算指数递减曲线对应的最大理论累计产量。式(1.16)简化为:

$$Q_{p \max} = \frac{q_i}{D} \quad (1.18)$$

## 1.9 双曲递减方程

Arps 定义双曲递减的条件为  $0 < b < 1$ 。将式(1.9)重新整理,可转换为计算双曲递减规律下初期产量和最终产量所对应时间间隔的方程:

$$t = \frac{\left(\frac{q_i}{q_2}\right)^b - 1}{bD_i} \quad (1.19)$$

将式(1.10)重新整理后可得双曲递减规律下产量与递减率的关系式:

$$\frac{D_i}{D_2} = \left(\frac{q_i}{q_2}\right)^b \quad (1.20)$$

当  $b=1$  时式(1.20)变为调和递减方程,而当  $b=0$  时则变为指数递减方程。将式(1.9)的产量项代入式(1.14)中,并将初期产量和后期产量在时间间隔  $0 \sim t$  范围内进行积分,可得累计产量的计算表达式:

$$Q_p = \frac{q_i}{D_i(1-b)} \left[ 1 - \frac{1}{(1+bD_it)^{(1-b)/b}} \right] \quad (1.21)$$

将式(1.9)中的产量项再回代至上述方程可得:

$$Q_p = \frac{q_i}{D_i(1-b)} \left[ 1 - \left(\frac{q_2}{q_i}\right)^{1-b} \right] \quad (1.22)$$

假设后期产量  $q_2=0$ ,可将式(1.22)转换为理论最大累计产量的计算方程:

$$Q_{p \max} = \frac{q_i}{D_i(1-b)} \quad (1.23)$$

注意:双曲递减规律下的产量预测较为复杂,每个递减阶段研究都需要先确定指数项、初期递减率和产量。

## 1.10 调和递减方程

调和递减是双曲递减的一种特殊形式,即 Arps(1945)定义的指数  $b=1$  的情况。当指数项  $b=1$  时,通用的递减率与产量关系式(1.20)可变为如下的调和递减形式:

$$\frac{D_i}{D_2} = \frac{q_i}{q_2} \quad (1.24)$$

在调和递减规律下,式(1.9)中的产量项变为如下形式: