21世纪高职高专规划教材

计算机专业基础系列

计算机数学

（第三版）

周忠荣 编著

清华大学出版社

21世纪高职高专规划教材

计算机专业基础系列

计算机数学

（第三版）

周忠荣 编著

清华大学出版社

北京

内 容 简 介

本书是为高职高专院校计算机类各专业开设"计算机数学"课程编写的。本书以高职教育突出"以应用为目的,以必需、够用为度"的原则,根据计算机类各专业的需要选择内容、把握尺度,尽可能将数学知识和计算机类的专业问题结合,尤其适合较少学时的需要。

本书包括一元函数微积分、线性代数、概率论、离散数学(集合论、数理逻辑、图论)、数学软件工具等方面的基础知识。书末附有公式表、综合习题答案和标准正态分布表。

本书突出数学概念的准确,运用典型实例和图形来说明数学概念及基本方法,尽可能联系数学知识在计算机领域的实际应用。本书既可作为高职高专院校计算机类各专业的教材,也可作为工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

计算机数学/周忠荣编著. --3 版. --北京: 清华大学出版社,2014
21 世纪高职高专规划教材. 计算机专业基础系列
ISBN 978-7-302-35855-8

Ⅰ. ①计… Ⅱ. ①周… Ⅲ. ①电子计算机—数学基础—高等职业教育—教材 Ⅳ. ①TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 060938 号

责任编辑: 孟毅新
封面设计: 常雪影
责任校对: 刘　静
责任印制: 李红英

出版发行: 清华大学出版社
网　　址: http://www.tup.com.cn, http://www.wqbook.com
地　　址: 北京清华大学学研大厦 A 座　　邮　　编: 100084
社 总 机: 010-62770175　　邮　　购: 010-62786544
投稿与读者服务: 010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质 量 反 馈: 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
课 件 下 载: http://www.tup.com.cn,010-62795764
印 装 者: 清华大学印刷厂
经　　销: 全国新华书店
开　　本: 185mm×260mm　　印　　张: 15.5　　字　　数: 351 千字
版　　次: 2006 年 8 月第 1 版　　2014 年 8 月第 3 版　　印　　次: 2014 年 8 月第1 次印刷
印　　数: 1～3000
定　　价: 32.00 元

产品编号: 059102-01

第三版前言

本书自2006年8月出版以来,受到了读者的普遍欢迎,有许多学校选它作为教材。本书2006年8月和2010年3月两次出版共11次印刷。

8年来,我和多所学校的老师进行了认真的沟通。他们需要电子课件和全书的习题解答,我都及时提供。他们对本书提出的许多修改意见,我也认真听取。也有读者询问具体问题,我都尽可能解答。这样有效的沟通促使本书很好地发挥了它的作用。

为了进一步对我国高职教育作出贡献,更好地为广大读者服务,周忠荣、黎银华、张华娟对原书认真地作了修订,出版了第三版。无锡南洋职业技术学院教师张华娟参与了第4章的第4.2节计数和附录A公式表的编写工作。在这次修订前,编者广泛地征求了大家的意见。这次修订后,本书介绍的知识系统性更强,并有利于学生复习巩固。

这本书很难完全满足不同的愿望。编者在主观上希望本书以浅显而精辟的叙述、典型而连贯的例题(及习题)、简洁而完整的风貌奉献给读者。

这次虽尽力进行了修改、补充,但还会有不尽如人意之处,恳请读者继续批评指正。

吉林工商学院信息工程分院杨明莉、柳州师范高等专科学校李靖云、无锡南洋职业技术学院张华娟等老师对本书提出了许多修改意见,编者在此向他们表示衷心感谢。编者的E-mail地址是:zzr@tsinghua.org.cn。

编　者

2014年6月

第一版前言

高职高专院校的计算机系各专业都需要一定的数学知识,包括一元微积分、线性代数、概率论、离散数学等方面的内容。根据高职高专教育的培养目标,不可能给数学课程安排较多的学时。因此,将这些数学知识整合为计算机数学一门课是恰当的。

2001年以来,陆续出版了一些计算机数学方面的教材。或许是因为各专业对数学知识有不同的要求,已经出版的不同版本的计算机数学教材不仅包含的数学分支内容不尽相同,而且各部分的广度差别较大,难度有显著区别。诚然,各种版本《计算机数学》的编者都为计算机数学的教学做出了有益的探索和贡献。本教材就是在已出版的同类教材的基础上继续进行的探索。所以,在此对这些作者表示真诚的感谢。

高职高专院校的专科与普通高校的本科培养目标不同。计算机系各专业(包括不同的高职高专院校间和同一所院校)对数学知识的要求不尽相同,有的差别还较大。因此,编写一本完全适合各专业需要的《计算机数学》几乎是不可能的。本教材作者对计算机系各专业所需数学知识进行了广泛的调查,对高职高专院校学生的数学基础和认知能力比较了解。在此基础上确定了本教材的下列编写原则:

(1) 根据计算机系各专业对数学知识的基本要求确定内容以及广度和深度。

本教材中,线性代数、集合论、数理逻辑是重点;概率论和图论只作一般要求;一元微积分仅作简单介绍。每个分支,包括重点分支,都严格确定其广度和深度。凡是要求学生掌握的知识则一定讲透彻,不要求掌握的知识则一定不涉及。

为了满足对数学知识有较高要求的部分学生的需要,本教材在满足最基本要求的基础上编入了一些拓宽的内容。不同的专业有不同的要求,教师应根据实际需要选定讲授内容。

正如本教材书名所体现的,高职高专院校的专科生所需的数学知识,无论哪个分支,都只是该分支最基本的内容。因此,每一章本应该是“……基础”或“……初步”。为了避免累赘,本教材各章的标题一概省略“基础”或“初步”字样。

(2) 便于专科学生阅读理解。

针对专科学生的实际水平和认知能力,本教材采取了以下一些措施帮助阅读理解:①尽可能先通过实例提出问题,再介绍有关定义、定理和概念;或者随后补充实例对有关概念的各个方面进行补充说明。②对较难理解的概念,充分利用图形、图像和通俗的文字予以说明。③弱化定理的证明和公式的推导;但对基本概念和重要公式、解题方法,则不惜篇幅,叙述清楚。

本教材力求做到：深入浅出、概念准确、知识结构完整。

(3) 所授内容尽量与专业知识相结合。

尽可能在各章节介绍与计算机专业相关的实例，编写与计算机专业有关的例题和习题，使数学亲近专业，突出培养学生运用数学知识解决有关计算机专业实际问题的能力。

本教材的前3章中采用了周忠荣主编、清华大学出版社出版的《应用数学》中的有关内容，特此说明。

为了便于读者理解和注意，本教材使用了一些特殊的表达方式：

(1) 重要数学名词都在第一次出现时以黑体字标出，如，**集合**。

(2) 重要的问题以【**说明**】的方式给出。

(3) 定理、推论、说明和重要概念都用楷体字表述。*如，一个关系可以既不是对称的，也不是反对称的。*

本教材的编写得到了广州大学华软软件学院邹婉玲副院长、徐祥副院长的全力支持。基础部主任林伟初副教授、各系领导和多位专业老师、数学教研室全体老师对教材的框架结构、各章节的内容安排提出了许多宝贵意见。林伟初副教授、数学教研室多位老师提供了许多资料并对初稿提出修改意见。黎永浩老师绘制了大部分插图。作者对他们表示感谢。

黎银华老师对书稿的结构、各章的内容安排提出了许多宝贵意见，对初稿作了许多修改，并认真演算了初稿的例题，是本书实际上的第二作者。

作者在主观上期望本教材能得到广大教师和学生的欢迎，对计算机数学课程的改革做点贡献。本教材虽经多次修改，但因编写时间紧迫、编者水平有限，书中疏漏、差错难免，恳请读者批评指正。作者将衷心感谢，并在再版时采纳致谢。希望本教材在广大教师和学生的建议和帮助下得到不断的改进和完善。编者的 E-mail 地址是 zzr@tsinghua.org.cn。

作　者

2006年1月

目 录

第 1 章

微 分 学

本章要点

(1) 函数、反函数、复合函数、函数的定义域和值域等概念。

(2) 数列的极限和函数的极限的概念,极限的四则运算法则;自变量趋向无穷大或有限值时函数极限存在的条件。

(3) 函数连续的概念、连续函数的性质。

(4) 导数的概念及其几何意义,微分的概念。

(5) 函数可导的充分必要条件、函数可导与连续的关系。

(6) 导数的四则运算法则、复合函数的求导法则、隐函数求导法。

(7) 基本初等函数的导数公式和微分公式。

(8) 利用微分进行近似计算。

1.1 函数

1.1.1 函数概念

1. 区间和邻域

在介绍函数概念以前,有必要先介绍区间和邻域的概念。

在数学中,某些指定的数集在一起就成为一个**数集**。显然,数集是关于数的集合。常用的数集及其代号是:**自然数集 N**(包括 0 和所有正整数)、**整数集 Z**、**有理数集 Q** 和**实数集 R**。其中,涉及最多的是实数集 **R**。

区间是 **R** 的一个连续子集。中学阶段已经学过区间及其表示方法,例如,$[a,b]=\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$、$(a,b)=\{x|a<x<b\}$、$(-\infty,+\infty)=\mathbf{R}$、$[a,+\infty)=\{x|x\geqslant a\}$和$(-\infty,b)=\{x|x<b\}$等。本书将用字母 I 泛指任何一种区间。

【说明】 在无穷区间表示方法中,$-\infty$和$+\infty$都不是数。它们的实际含义将在 1.2.2 小节介绍,现在仅把它们当做符号,而且在它们的两侧只能用圆括号,不能用方括号。$-\infty$和$+\infty$分别读做“负无穷大”和“正无穷大”。有时,$-\infty$和$+\infty$统一记为∞。

设 x_0 与 δ 是两个实数,且 $\delta>0$,数集$\{x\,\big|\,|x-x_0|<\delta\}$称为点 x_0 的**δ 邻域**,记作

$U(x_0,\delta)$；点 x_0 和数 δ 分别称为这个邻域的**中心**和**半径**。数集$\{x \mid 0<|x-x_0|<\delta\}$称为点 x_0 的**空心δ邻域**，记作$\mathring{U}(x_0,\delta)$；点 x_0 和 δ 也分别称为$\mathring{U}(x_0,\delta)$的中心和半径。δ邻域和空心 δ 邻域在数轴上的表示，如图 1-1 所示。

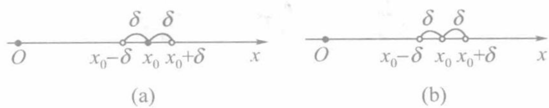

图 1-1

2. 函数

在一个实际问题中，往往同时存在着几个变量。一般情况下它们之间有确定的相依关系，即一个变量的变化受其他变量变化的影响。先看两个实例。

实例 1-1 圆面积 A 与它的半径 r 之间的相依关系。

根据几何学知识，圆面积 A 与它的半径 r 之间的关系是

$$A=\pi r^2$$

当半径 r 在区间$(0,+\infty)$内任意取定一个数值时，由上式就可以确定圆的面积 A。

实例 1-2 某地一昼夜时间内温度 T 与时间 t 之间的相依关系。

图 1-2 是某地气象站自动记录仪记录的该地某日一昼夜时间内温度 T(℃)随时间t(h)变化的曲线。对于这个时间范围内的每一时刻 t，都可以在图 1-2 中量出对应的温度 T 的值。

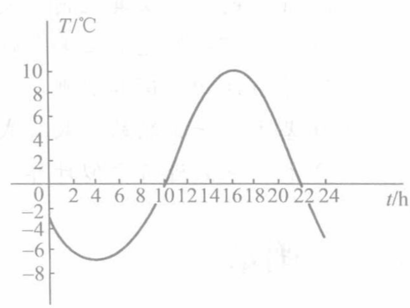

图 1-2

虽然上面两个实例中变量的实际含义不一样，相互的依赖关系也不同。但从纯粹的变量关系看，这两个实例有这样的共同之处：当一个变量取定某一值时，另一变量就按某种对应法则有确定的值与之对应。两个变量间这种对应关系就是数学上的函数概念。

定义 1-1 设 x 和 y 是两个变量，D 是 $\mathbf{R}$ 的非空子集，如果对于每一个数 $x\in D$，变量 y 按照某种对应法则有唯一确定的数值和它对应，则称 y 是 x 的**函数**，记作

$$y=f(x)$$

并称变量 x 为该函数的**自变量**，变量 y 为**因变量**，f 是函数中表示对应法则的记号，D 是函数的**定义域**，也可以记作 $D(f)$，数集

$$W=\{y \mid y=f(x),x\in D\}$$

为函数的**值域**，也可以记作 R_f 或 $f(D)$。

对于自变量 x 取定义域中某一定值 x_0，函数 $y=f(x)$的相应值叫做当 $x=x_0$ 时的函数值，通常用记号 $f(x_0)$或 $f(x)\Big|_{x=x_0}$，或 $y\Big|_{x=x_0}$，或 $y(x_0)$等表示。

表示函数的方法有**解析法**(也称**公式法**)、**图像法**、**表格法**等。实例 1-1 用的是解析法，实例 1-2 用的是图像法，诸如三角函数表就是表格法。

还需要指出的是，函数可以含有一个或多个自变量。含有一个自变量的函数称为一

元函数。含有多个自变量的函数称为**多元函数**。本书只介绍一元函数。

通过下面的实例 1-3 和例 1-1、例 1-2 可以加深对函数的理解。

实例 1-3　分析由方程 $x^2+y^2=r^2$ 确定的两个变量 x 和 y 之间的相依关系。

该方程与直角坐标系中圆心在原点、半径为 r 的圆相对应。如果把 x、y 分别看成自变量和因变量，则该函数的定义域是 $[-r,r]$。当 x 取 r 或 $-r$ 时，对应的函数值都只有一个，但当 x 取开区间 $(-r,r)$ 内任一数值时，对应的函数值都是两个。

如果对于自变量取定义域内某些值时，对应的函数值是多个，这样的函数称为**多值函数**。如果对于自变量取定义域内任何值时，对应的函数值都只有一个，这样的函数称为**单值函数**。以后凡没有特别说明时，函数都是指单值函数。

例 1-1　某汽车公司规定从甲地运货至乙地的收费标准是：如果货物质量不超过 30 千克，则每千克收费 1.5 元；如果货物质量超过 30 千克，则超出部分每千克收费增至 2.5 元。试写出货物运费 F 与货物质量 m 之间的函数关系。

解　按题意，当 $m>30$ 时，运费的计算方法是 $F=1.5\times30+2.5(m-30)$，化简后为 $F=2.5m-30$。于是，本题的函数关系为

$$F=f(m)=\begin{cases}1.5m & (0<m\leqslant 30)\\ 2.5m-30 & (m>30)\end{cases}$$

像例 1-1 这样，在定义域的不同子集(也是区间)用不同的表达式表示的函数称为**分段函数**。在实际问题中分段函数是很常见的。

例 1-2　已知因变量 y 取自变量 x 的绝对值，建立该函数表达式并画出它的图像。

解　按题意，该函数表达式为

$$y=|x|=\begin{cases}x & (x\geqslant 0)\\ -x & (x<0)\end{cases}$$

它的图像如图 1-3 所示。

例 1-3　求下列函数的定义域：(1) $y=\sqrt{3-x}+\dfrac{1}{x}$；(2) $y=\lg(x^2-4)$。

解　(1) 只有当 $3-x\geqslant0$ 且 $x\neq0$ 时函数表达式才有意义，所以该函数的定义域是 $(-\infty,0)\cup(0,3]$。

(2) 只有当 $x^2-4>0$ 时函数表达式才有意义，所以该函数的定义域是 $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$。

下面简单介绍函数的几种特性。

定义 1-2　设函数 $y=f(x)$ 在区间 I 内有定义。如果存在正数 M，使得对任意的 $x\in I$，均有

$$|f(x)|\leqslant M$$

则称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 内是**有界**的。M 为 $y=f(x)$ 在区间 I 内的一个**界**。如果不存在这样的常数 M，则称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 内是**无界**的。

有界函数的图像在区间 I 内被限制在 $y=-M$ 和 $y=M$ 两条直线之间。

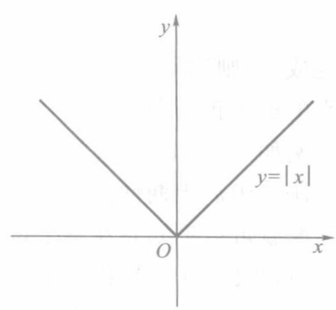

图　1-3

显然,函数是否有界、界的大小取决于函数和区间两个因素。对于有界函数,界不是唯一的。例如,函数 $y=\sin x$ 在 $\mathbf{R}$ 上有界,它的最小的界是 1;但是在区间 $\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$ 上,函数 $y=\sin x$ 的最小的界是 $\frac{1}{2}$。再看函数 $y=\tan x$,它在 $\mathbf{R}$ 上无界;但是在区间 $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ 上有界,最小的界是 1。

定义 1-3 设函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称(即若 $x\in D$,则必定 $-x\in D$)。

如果对任意的 $x\in D$,均有

$$f(-x)=f(x)$$

则称函数 $y=f(x)$ 是**偶函数**。

如果对任意的 $x\in D$,均有

$$f(-x)=-f(x)$$

则称函数 $y=f(x)$ 是**奇函数**。

奇函数的图像关于坐标原点对称;偶函数的图像关于 y 轴对称。

中学阶段学过的函数中,奇函数有 $y=x$、$y=\sin x$、$y=\tan x$ 等,偶函数有 $y=x^2$、$y=\cos x$ 等。而 $y=2^x$、$y=\lg x$ 和 $y=\sqrt{x}$ 既不是奇函数,也不是偶函数。

研究函数奇偶性的好处在于,如果一个函数是奇函数(或偶函数),则只要研究自变量大于等于零的这一半就可以推知全貌。

由定义 1-3 不难推出如下结论。

(1) 若干个奇函数的和(或差)是奇函数;

(2) 若干个偶函数的和(或差)是偶函数;

(3) 两个奇函数(或偶函数)的积(或商)是偶函数;

(4) 一个奇函数与一个偶函数的积(或商)是奇函数。

(5) 一个奇函数与一个偶函数的和(或差)既不是偶函数,也不是奇函数。

例如,$y=x+\tan x$、$y=x^2\sin x$ 都是奇函数;而 $y=\frac{\sin x}{x}$,$y=(x^2-2)x^2\cos x$ 都是偶函数;但是,$y=x^2+\sin x$ 既不是偶函数,也不是奇函数。

定义 1-4 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D。如果存在常数 $T>0$,使得对任一 $x\in D$,都有 $x\pm T\in D$,且等式

$$f(x\pm T)=f(x)$$

一定成立,则称函数 $y=f(x)$ 是**周期函数**,T 称为该函数的**周期**。周期函数的周期通常是指它的最小正周期。

例如,$y=\sin x$ 和 $y=\tan x$ 都是周期函数,前者的周期是 2π,后者的周期是 π。

研究函数周期性的好处在于,如果一个函数是周期函数,则只要知道它在某个周期内的情况就可以推知它在整个定义域的情况了。

由定义 1-4 不难推出如下结论。

(1) 如果两个函数的周期有最小公倍数,则这两个函数的和(或差、或积、或商)也是周期函数,其周期就是这个最小公倍数。

(2) 周期函数与常数的和、差、积还是周期函数，并且周期不变。

例如，$\sin x$ 和 $\tan x$ 的周期分别是 2π 和 π，则 $\sin x+\tan x$ 的周期是 2π；$u_1=\sin 20t$ 和 $u_2=\sin 30t$ 的周期分别是$\frac{\pi}{10}$和$\frac{\pi}{15}$，则 $u=u_1+u_2=\sin 20t+\sin 30t$ 的周期就是$\frac{\pi}{5}$；而 $\sin x+5$，$2\sin x$ 和 $\sin x$ 的周期相同，都是 2π。

定义 1-5　设函数 $y=f(x)$在区间 I 内有定义。如果对任意的 $x_1, x_2\in I$，且 $x_1<x_2$ 时，恒有

$$f(x_1)<f(x_2)$$

则称函数 $y=f(x)$在区间 I 内是**单调增加**的。如果在同样条件下恒有

$$f(x_1)>f(x_2)$$

则称函数 $y=f(x)$在区间 I 内是**单调减少**的。单调增加或单调减少的函数统称为**单调函数**。

显然，函数单调增加还是单调减少取决于函数和区间两个因素。例如，2^x 在区间 $\mathbf{R}$ 上和 $\tan x$ 在区间$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$上都是单调增加的；而 $\sin x$ 在区间$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上是单调增加的，在区间$\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$上是单调减少的。

3. 反函数

在研究两个变量之间的函数关系时，往往根据问题的需要选定其中一个为自变量，另一个为因变量。然而，考虑问题的角度不同，对同一个问题可以选择不同的变量为自变量。例如，在实例 1-1 中，也可以把圆面积 A 取做自变量，则圆的半径 r 就是 A 的函数，并且有 $r=\sqrt{\frac{A}{\pi}}$。

定义 1-6　设有函数 $y=f(x)$的定义域为 D，值域为 R_f。若对每一个 $y\in R_f$，都有唯一确定的 $x\in D$ 满足 $f(x)=y$，那么就可以把 y 作为自变量，而 x 是 y 的函数。这个新的函数称为 $y=f(x)$的**反函数**，记作

$$x=f^{-1}(y)$$

这个函数的定义域为 R_f，值域为 D。相应地，函数 $y=f(x)$称为**直接函数**。

从定义 1-6 可知，$x=f^{-1}(y)$和 $y=f(x)$互为反函数。习惯上往往用字母 x 表示自变量，用字母 y 表示因变量。因此，函数 $y=f(x)$的反函数通常表示成 $y=f^{-1}(x)$。

显然，如果把反函数的图像和它的直接函数的图像画在同一个坐标系中，则它们的图形是关于直线 $y=x$ 对称的。

例 1-4　求 $y=\log_3(2x-3)$的反函数。

解　从方程 $y=\log_3(2x-3)$中解出 x 为

$$x=\frac{1}{2}(3^y+3)$$

则所求的反函数为

$$y=\frac{1}{2}(3^x+3)$$

实际上,并不是任何函数都有反函数的。那么,什么样的函数存在反函数呢?下面对 $y=x^2$ 进行讨论,并得出一般的结论。

由 $y=x^2(-\infty<x<+\infty)$ 可解得 $x=\pm\sqrt{y}(y\geqslant 0)$。这表明,对于每一个 $y>0$,x 有两个不同的对应值 $\pm\sqrt{y}$。因此,按定义 1-6,$y=x^2$ 不存在反函数。

下面,换一个方式研究这个问题:将 $y=x^2$ 在两个定义区间($x\geqslant 0$)和($x<0$)分别进行讨论。

对于 $y=x^2(x\geqslant 0)$,可解得 $x=\sqrt{y}(y\geqslant 0)$。这表明,对于每一个 $y>0$,x 有唯一确定的值 $\sqrt{y}$,因此 $y=x^2(x\geqslant 0)$ 存在反函数 $y=\sqrt{x}(x\geqslant 0)$。

对于 $y=x^2(x<0)$,可解得 $x=-\sqrt{y}(y>0)$。这表明,对于每一个 $y>0$,x 有唯一确定的值 $-\sqrt{y}$,因此 $y=x^2(x<0)$ 存在反函数 $y=-\sqrt{x}(x>0)$。

从上面的讨论可以得到一般结论:*若函数 $y=f(x)$ 在某个定义区间上单调增加或单调减少,则它在该区间上必定存在反函数。*

1.1.2 复合函数与初等函数

在大量的函数中,常值函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数 6 类是最常见的和最基本的,这些函数称为**基本初等函数**。基本初等函数是构建复杂函数的基础。

1. 复合函数

对于函数 $y=\sin x$,如果令 $x=\omega t$,并将它代入 $y=\sin x$,就可以得到函数 $y=\sin\omega t$。$y=\sin\omega t$ 可以看成由 $y=\sin x$ 和 $x=\omega t$ 复合而成。

定义 1-7 设函数 $y=f(u)$ 的定义域是 D_1,函数 $u=\varphi(x)$ 的定义域是 D_2,当 x 在 $u=\varphi(x)$ 的定义域 D_2 或其中一部分取值时,$u=\varphi(x)$ 的函数值均在 $y=f(u)$ 的定义域 D_1 内。对于这样取定的 x 的值,通过 u 有确定的值 y 与之对应,从而可以得到一个以 x 为自变量,y 为因变量的函数,这个函数称为由函数 $y=f(u)$ 及 $u=\varphi(x)$ 复合而成的**复合函数**,记作

$$y=f[\varphi(x)]$$

而 u 称为**中间变量**。

例如,$y=\cos^2 x$ 是由 $y=u^2$ 及 $u=\cos x$ 复合而成的复合函数,其定义域是 $(-\infty,+\infty)$。

关于复合函数,需要说明一点:*不是任何两个函数都可以复合成一个函数的。*例如,$y=\arcsin u$ 与 $u=x^2+8$ 就不能复合成一个函数。因为由函数 $u=x^2+8$ 确定的 u 的值域是 $[8,+\infty)$,不在函数 $y=\arcsin u$ 的定义域内。因此,*求复合函数的定义域时,要考虑构成复合函数的所有基本初等函数都有意义。*

复合函数的概念在微积分中非常重要,读者务必准确理解。复合函数也可以由三个或更多个函数复合而成。

例 1-5 指出下列各函数的复合过程。

(1) $T=\ln(\tan\alpha)$ (2) $y=\sqrt{\lg x}$

(3) $p=e^{x^2}$ (4) $y=\sin^3\left(10t+\frac{\pi}{6}\right)$