

GAOZHONG★★★★★JI

TIKU

●上海科技教育出版社

星级题库

小学★★★★级 初中★★★★级 高中★★★★级

星级题库

本题库蓄纳了大量精心挑选的习题,每道习题

标明难度:用星级表示,星级越高题目越难。

标明时间:指中等程度学生解题所需的大致时间。

有了这两个标记,读者就能清楚地了解自己的
解题能力和熟练程度。

高中五星级

题库

数学

陈永明 等编

Shanghai KEJI JIAOYU Chubanshe

高中五星级题库

数 学

陈永明 等编

上海科技教育出版社

高中五星级题库

数 学

数学 题库

高中五星级题库

数 学

陈永明 等编

上海科技教育出版社出版发行

(上海冠生园路 393 号 邮政编码:200233)

各地新华书店经销 上海市印刷十二厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 22.75 字数 554000

1998 年 11 月第 3 版 1998 年 11 月第 13 次印刷

印数 331101—356100

ISBN 7-5428-0875-3/O·9

定价:20.10 元

目 录

一、函数	1
集合与映射	1
函数概念与性质	6
幂函数、指数函数和对数函数	11
指数方程和对数方程	16
综合练习	18
二、不等式	22
不等式性质与证明	22
解不等式	29
综合练习	32
三、数列与极限	34
数列	34
极限	40
综合练习	43
四、数学归纳法	47
五、复数	54
复数的基本概念	54
复数的代数式与三角式	55
复数的运算	59
综合练习	66
六、排列、组合、二项式定理	72
排列组合计算题	72
排列组合应用题	73
二项式定理	85
七、三角函数及其图象	90
任意角的三角函数	90
三角函数的图象和性质	99
综合练习	111
八、两角和与差的三角函数	114
两角和与差的三角函数	114
倍角与半角的三角函数	119
三角函数的积化和差与和差化积	128
综合练习	136
九、反三角函数	140

十、简单三角方程	151
十一、直线和平面	158
平面、空间两条直线	158
空间直线和平面	163
空间两个平面	174
综合练习	189
十二、多面体和旋转体	191
多面体	191
旋转体	202
多面体和旋转体的体积	208
十三、直线	218
坐标系、直线方程	218
两直线位置关系	222
十四、圆	228
曲线和方程	228
圆方程	233
综合练习	238
十五、圆锥曲线	240
椭圆	240
双曲线	248
抛物线	254
综合练习	258
十六、坐标变换	264
十七、参数方程	269
十八、极坐标	276
十九、向量、概率统计和微积分	282
向量	282
概率统计	284
微积分	286
二十、综合题	290
二十一、模拟试题	308
会考模拟试题(一)	308
会考模拟试题(二)	311
高考模拟试题(一)	312
高考模拟试题(二)	315
竞赛模拟试题	317
部分习题答案	319

一、函数

集合与映射

- *1. $x = \{(2n+1)\pi, n \in \mathbb{Z}\}$, $y = \{(4k \pm 1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$, 它们之间的关系是(). [0.5]
 (A) $x \subset y$ (B) $x \supset y$ (C) $x = y$ (D) $x \neq y$
- *2. 已知集合 $M = \{x | x \text{ 为不大于 3 的自然数}\}$, 全集 $I = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, 那么 $\bar{M} =$ (). [0.5]
 (A) $\{-1\}$ (B) $\{-1, 0\}$ (C) $\{-1, 3\}$ (D) $\{-1, 0, 3\}$
- *3. 已知集合 $M = \{x | x^2 > 4\}$, $N = \{x | x < 3\}$, 则下列选项中正确的是(). [0.5]
 (A) $M \cup N = \{x | x < 3\}$ (B) $M \cap N = \{x | 2 < |x| < 3\}$
 (C) $M \cap N = \{x | 2 < x < 3\}$ (D) $M \cap N = \emptyset$
- *4. 对于集合 M, N , 若 $M \subset N$, 则下面集合中表示空集的是(). [0.5]
 (A) $M \cap \bar{N}$ (B) $\bar{M} \cap N$ (C) $\bar{M} \cup \bar{N}$ (D) $M \cap N$
- *5. 在下列各组中, 两集合 P 与 Q 不相等的一组是(). [1]
 (A) $P = \{2k+1 | k \in \mathbb{Z}\}$, $Q = \{4k \pm 1 | k \in \mathbb{Z}\}$
 (B) $P = \{x | x = 2k+1, k \in \mathbb{Z}\}$, $Q = \{y | y = 2k-1, k \in \mathbb{Z}\}$
 (C) $P = \{x | x = 3k+1, k \in \mathbb{Z}\}$, $Q = \{x | x = 3k-1, k \in \mathbb{Z}\}$
 (D) $P = \{x | x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$, $Q = \left\{x \left| \frac{x}{2} \in \mathbb{Z} \right.\right\}$
- *6. 下列等式中不成立的是(). [1]
 (A) $\left\{n\pi + \frac{\pi}{2} \mid n \in \mathbb{Z}\right\} = \left\{2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$
 (B) $\left\{k + \frac{1}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \mathbb{Z} = \left\{\frac{k}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$
 (C) $\{x | x = 2k+1, k \in \mathbb{N}\} = \{x | x = 2k-1, k \in \mathbb{N}\}$
 (D) $\{x | x = 3k \text{ 或 } x = 3k-1 \text{ 或 } x = 3k-2, k \in \mathbb{N}\} = \mathbb{N}$
- *7. 已知六个关系式: (1) $\emptyset \subset \{\emptyset\}$, (2) $\emptyset \in \{\emptyset\}$, (3) $\{0\} \supset \emptyset$, (4) $0 \notin \emptyset$, (5) $\emptyset \neq \{0\}$, (6) $\emptyset \neq \{\emptyset\}$. 它们中正确的个数是(). [0.5]
 (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 小于 4
- *8. 四个命题 $A \cap B$, $A \cup B = B$, $A \cap \bar{B} = \emptyset$, $A \cup B = I$ 中, 与命题 $A \subset B$ 等价的共有 (). [0.5]
 (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个
- *9. 下列从集合 x 到集合 y 的对应中是映射者为(). [1]
 (A) $x = \mathbb{Z}, y = \mathbb{N}, f: x \rightarrow y = |x-2|$

(B) $x = R, y = R^+, f: x \rightarrow y = x^{-2}$

(C) $x = Q, y = Q, f: x \rightarrow x$ 的平方

(D) $x = \{0, 1\}, y = \{-1, 0, 1\}, f: x \rightarrow x$ 的平方根

*10. 设两集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{6, 7, 8\}$, 那么可建立从 A 到 B 的映射的个数是_____。 [2]

*11. 映射 $f: x \rightarrow y = x^4 (x \leq 0)$ 的逆映射 f^{-1} 是_____。 [1]

**12. 下列对应中, 从 A 到 B 的一一映射是()。 [2]

(A) $A = R^+, B = R^+, f: x \rightarrow y = \lg x$

(B) $A = R, B = R^+, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2}$

(C) $A = \{x | -2 < x < 2\}, B = \{y | y < \frac{1}{2}\}, f: x \rightarrow y = \frac{x}{x-2}$

(D) $A = \{x | 0^\circ \leq x \leq 180^\circ\}, B = \{y | 0 \leq y \leq 1\}, f: x \rightarrow y = \sin x$

**13. 满足关系式 $\{1, 2\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 A 的个数为()。 [1]

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 其他

**14. 已知集合 $A = \{(x, y) | |x| + |y| \leq 1\}, B = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}, C = \{(x, y) | |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$, 则 A, B, C 之间的包含关系是()。 [1]

(A) $C \subset A \subset B$

(B) $C \subset B \subset A$

(C) $A \subset B \subset C$

(D) $B \subset A \subset C$

**15. 若 $A = \{a | a = 3n + 1, n \in Z\}, B = \{b | b = 3n - 2, n \in Z\}, C = \{c | c = 6n + 1, n \in Z\}$, 则 A, B, C 的关系是()。 [3]

(A) $A \supset B \supset C$

(B) $A \subset B = C$

(C) $A = B \supset C$

(D) $A = D = C$

**16. 设全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且 $A \subset I, B \subset I$. 若 $A \cap B = \{2\}, \bar{A} \cap B = \{4\}, \bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 5\}$, 则下列结论中正确的是()。 [2]

(A) $3 \in A, 3 \in B$

(B) $3 \in A, 3 \notin B$

(C) $3 \notin A, 3 \in B$

(D) $3 \in A, 3 \in B$

**17. 已知集合 A, B, C 为全集 I 的子集, 那么图 1-1 中阴影部分所表示的集合为()。 [2]

(A) $\bar{C} \cap (A \cup B)$

(B) $(A \cup B) \cap (\bar{A} \cap \bar{B})$

(C) $(A \cup B) \cap (\bar{A} \cap B \cap \bar{C})$

(D) $[A \cap (\bar{B} \cup \bar{C})] \cup [B \cap (\bar{A} \cup \bar{C})]$

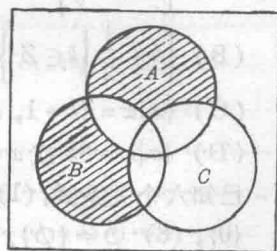


图 1-1

**18. 如果集合 I 的三个子集为 M, N 和 P , 且有 $M \cap \bar{N} \supseteq P$, 则下面关系中正确的是()。 [2]

(A) $\bar{M} \cup N \supseteq \bar{P}$

(B) 如果 $x \in N$, 则 $x \in P$

(C) 如果 $x \in M$, 则 $x \in P$

(D) 如果 $x \in I$, 但 $x \notin M$, 则 $x \notin P$

**19. 已知元素 (x, y) 在映射 f 下的象是 $(x+y, x-y)$, 那么 $(1, 2)$ 在 f 下的原象是 (). [2]

(A) $(1, 2)$ (B) $(3, -1)$

(C) $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$ (D) $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

**20. 设集合 $x = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $y = \{y | 0 \leq y \leq 1\}$, 那么下列各函数中是 $x \rightarrow y$ 的一一映射的是 (). [2]

(A) $f(x) = \frac{1}{2}x$

(B) $f(x) = \frac{1}{3}x$

(C) $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

(D) $f(x) = (x-1)^2$

**21. 若集合 $M = \{1992, 4, 5\}$, 集合 $N = \{x | x \in M\}$, 则集合 M 与 N 的关系是 (). [1]

(A) $M = N$ (B) $M \subset N$ (C) $M \supset N$ (D) $M \cap N = \emptyset$

**22. 一一映射 $f: A \rightarrow B$ 的逆映射是 (). [1]

(A) $f: B \rightarrow A$

(B) $f^{-1}: B \rightarrow A$

(C) $f: A \rightarrow B$

(D) $f^{-1}: A \rightarrow B$

**23. 已知一一映射 $f: [-\frac{5}{2}, 0] \rightarrow [0, 5]$, $y = \sqrt{25-4x^2}$, 那么它的逆映射是 (). [2]

(A) $f^{-1}: [0, 5] \rightarrow [-\frac{5}{2}, 0]$, $x = \frac{1}{2}\sqrt{25-y^2}$

(B) $f^{-1}: [0, 5] \rightarrow [-\frac{5}{2}, 0]$, $x = -\frac{1}{2}\sqrt{25-y^2}$

(C) $f^{-1}: [0, 5] \rightarrow [-\frac{5}{2}, 0]$, $y = \pm \frac{1}{2}\sqrt{25-x^2}$

(D) $f^{-1}: [0, 5] \rightarrow [-\frac{5}{2}, 0]$, $y = \frac{1}{2}\sqrt{25-x^2}$

**24. 对于映射 $f: A \rightarrow B$, 下述判断中正确的是 (). [2]

(A) A 中某个元素的象可能不只一个

(B) B 中某个元素的原象可能不只一个

(C) B 中的每个元素都有原象

(D) B 中的两个不同元素的原象可能相同

**25. 已知 $A = \{x | x = 2k+1, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x | x = k+3, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ _____. [1]

**26. 设 $A = \{x | (x-1)(x+1)(x+2) > 0\}$, $B = \{x | x^2 + px + q \leq 0\}$, $A \cup B = \{x | x > -2\}$, $A \cap B = \{x | 1 < x \leq 3\}$, 则 $p =$ ____, $q =$ _____. [2]

***27. 已知四个从 A 到 B 的映射:

① $A = [0, 3]$, $B = [2, 5]$, $f: a \rightarrow b = a+2$;

② $A = B = \mathbb{Z}$, $f: a \rightarrow b = a^2$;

③ $A = B = \mathbb{R}^+$, $f: a \rightarrow b = \frac{1}{a}$

④ $A = \mathbb{N}$, $B = \mathbb{Q}$, $f: a \rightarrow b = \frac{1}{a}$.

其中是一一映射的有(). [2]

(A) ① (B) ①与② (C) ①与③ (D) 以上答案都不对

***28. 若 $\{(x, y) | ax + y - b = 0\} \cap \{(x, y) | x + ay + 1 = 0\} = \emptyset$, 则(). [2]

(A) $a = 1$ 且 $b \neq -1$

(B) $a = 1$ 且 $b \neq 1$

(C) $a = \pm 1$ 且 $b \neq \pm 1$

(D) $a = 1$ 且 $b \neq -1$ 或 $a = -1$ 且 $b \neq 1$

***29. 已知全集 $I = \{(x, y) | x, y \text{ 皆为实数}\}$, $M = \{(x, y) | \frac{y-4}{x-2} = 3\}$, $N = \{(x, y) | y = 3x - 2\}$, 则 $\bar{M} \cap N$ 是(). [4]

(A) $\{(x, y) | \frac{y-4}{x-2} = 3\}$

(B) $\{(x, y) | \frac{y-4}{x-2} \neq 3\}$

(C) $\emptyset$

(D) $\{(x, y) | (2, 4)\}$

***30. 设 $A = \{(x, y) | y = \sqrt{9 - x^2}\}$, $B = \{(x, y) | y = x + a\}$, 若 $A \cap B \supset \emptyset$, 则实数 a 满足的条件是(). [4]

(A) $|a| \leq 3\sqrt{2}$

(B) $|a| \leq 3$

(C) $-3 \leq a \leq 3\sqrt{2}$

(D) $3 \leq a \leq 3\sqrt{2}$

***31. 设 $A = \{x | x = 2n, n \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x | x = 3k, k \in \mathbb{Z}\}$, $C = \{x | |x| \leq 60, x \in \bar{\mathbb{R}}^+\}$, 则 $(A \cup B) \cap C$ 的元素个数是(). [4]

(A) 40

(B) 41

(C) 52

(D) 81

***32. 设 $I = \mathbb{R}$, $A = \{x | x = -t^2, t \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x | x = 3 + |t|, t \in \mathbb{R}\}$, 则 $\bar{A} \cap \bar{B} =$ _____. [4]

***33. 已知 $A = \{(x, y) | 2x + y - 2 = 0\}$, $B = \{(x, y) | 2x^2 - ay^2 + (2a - 1)xy + x + (3a + 1)y - 3 = 0\}$, 且 $A \subset B$, 则 $a =$ _____. [5]

***34. 设 $I = \{x | x^2 - 9 \leq 0\}$, $A = \{x | x^2 - 3x \leq 0\}$, $B = \{x | x^2 + 5x + 6 < 0\}$, $C = \{x | 4 < x^2 \leq 9\}$, 求 $A \cap B, A \cup B, \bar{A} \cup \bar{B}, (A \cap \bar{B}) \cup C$. [4]

***35. 设 $I = \{x | x \leq 8, x \in \mathbb{N}\}$, $A \cap \bar{B} = \{2, 8\}$, $\bar{A} \cap B = \{3, 7\}$, $\bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 5, 6\}$, 求 A, B . [3]

***36. 已知 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - ax + (a - 1) = 0\}$, $C = \{x | x^2 - mx + 2 = 0\}$, 且 $A \cup B = A, A \cap C = C$, 求 a, m . [5]

***37. 已知 $A = \{x | x^2 - 2x - 8 \leq 0\}$, $B = \{x | x - a < 0\}$,

(1) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求 a 的取值范围;

(2) 若 $A \subset B$, 求 a 的取值范围. [5]

***38. 设 $f(x) = x^2 + px + q$, $A = \{x | x = f(x)\}$, $B = \{x | x = f[f(x)]\}$,

(1) 求证 $A \subset B$;

(2) 已知 $A = \{-a, a + 2\}$, $a \in \mathbb{R}$, 试求 p 与 q 的值, 并且用列举法表示 B . [5]

***39. 设 $A = \{x | x^2 + x - 2 \leq 0\}$, $B = \{x | 1 < 2^x \leq 8\}$, $C = \{x | x^2 + px + q > 0\}$, $(A \cup B) \cap C = \emptyset$, $(A \cup B) \cup C = \mathbb{R}$, 求 p 与 q 的值. [8]

***40. 对于任意 $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$, 且 $xy \neq 0$, $\frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{xy}{|xy|}$ 所组成的集合所含元素的个数为(). [3]

(A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

****41. 集合 $M = \{y|y = x^2 - 4x + 1, x \in R\}$, $N = \{y||y + 6| > 1\}$, $P = \{y|y = \sqrt{x^2 - 1}, |x| \geq 1\}$. 那么 M, N, P 间的关系为(). [5]

(A) $P \subset M \subset N$ (B) $P = M = N$

(C) $P = M \supset N$ (D) $P = N \supset M$

****42. 从 $A \cup B = A \cup C$ 能够推出(). [3]

(A) $B = C$

(B) $A \cap B = A \cap C$

(C) $A \subset \bar{B} = A \cap \bar{C}$

(D) $\bar{A} \cap B = \bar{A} \cap C$

****43. 已知集合 A 和集合 B 各含有 12 个元素, $A \cap B$ 含有 4 个元素, 则同时满足条件:

(1) $C \subset A \cup B$, 且 C 中含有 3 个元素; (2) $C \cap A \neq \emptyset$ 的集合 C 的个数有().

[3]

(A) 56 个 (B) 1140 个 (C) 1084 个 (D) 864 个

****44. 设全集为 R , $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$, $M = \{x|f(x) \neq 0\}$, $N = \{x|g(x) \neq 0\}$,

那么集合 $\{x|f(x) \cdot g(x) = 0\}$ 等于(). [2]

(A) $\bar{M} \cap \bar{N}$ (B) $\bar{M} \cup N$ (C) $\bar{M} \cup \bar{N}$ (D) $\bar{M} \cap N$

****45. 已知 $M = \{(x, y)|y \geq x^2\}$, $N = \{(x, y)|x^2 + (y - a)^2 \leq 1\}$, 那么使 $M \cap N = N$ 成立

的充要条件是(). [3]

(A) $a \geq \frac{5}{4}$ (B) $a = \frac{5}{4}$ (C) $a \geq 1$ (D) $0 \leq a \leq \frac{1}{2}$

****46. 设两集合 $A = \{x|x = 12m + 8n, m, n \in Z\}$, $B = \{x|x = 20p + 16q, p, q \in Z\}$, 那么

下列关系中正确的是(). [3]

(A) $A \subset B$ (B) $A \supset B$ (C) $A = B$ (D) $A \neq B$

****47. 设 $A = \{1, 2, 3, m\}$, $B = \{4, 7, n^4, n^2 + 3n\}$, 对应法则 $f: a \rightarrow b = px + q$ 是从 A

到 B 上的一一映射. 已知 $m, n \in N$, 又知 1 的象是 4, 7 的原象是 2. 试求 p, q, m, n 的值.

****48. 设 $A = \{(x, y)|x, y \in R\}$,

(1) 在映射 $F: A \rightarrow A$, $(x, y) \rightarrow (x + 2, y + 3)$ 的作用下, 圆 $x^2 + y^2 = 1$ 与曲线 $y = f(x)$ 各变为什么?

(2) 在映射 $G: A \rightarrow A$, $(x, y) \rightarrow (y, x)$ 的作用下, 直线 $2x + 3y + 4 = 0$ 与曲线 $y = f(x)$ 各变为什么? [8]

****49. 若 $A = \{(x, y)|1 < x^2 + y^2 < 2\}$, 试在平面上表示 $B = \{(x + y, x - y)|(x, y) \in A\}$ 的图形. [5]

****50. 已知 $A = \{x|x^2 - 7x + 10 \leq 0\}$, $B = \{x|x^2 + ax + b < 0\}$, 且 $A \cap B \neq \emptyset$, $A \cup B = \{x|x - 3 < 4 \leq 2x\}$, 写出集合 $S = \{x|x = a + b\}$. [10]

****51. 设 $a, b \in R$, $A = \{(x, y)|x = n, y = na + b, n \in Z\}$, $B = \{(x, y)|x = m, y = 3m^2 + 15, m \in Z\}$, $C = \{(x, y)|x^2 + y^2 \leq 144, x, y \in R\}$, 试讨论是否存在 $(a, b) \in C$, 使 $A \cap B \neq \emptyset$. [10]

****52. 定义一个数集的和就是集合中所有元素的和. 设 S 是由一些不大于 15 的自然数组成的数集, 假定 S 的任意两个不相交(交集是空集)的子集有不同的和, 求具有

这种性质的 S 的和的最大值。 [15]

*****53. 在 1, 2, 3, ..., 10000 中计算:

- (1) 能被 2 整除或能被 3 整除的数的个数;
- (2) 能被 2 整除, 但不能被 3 整除的数的个数;
- (3) 不能被 2 整除, 且不能被 3 整除, 又不能被 5 整除的数的个数;
- (4) 能被 2 整除或不能被 3 整除的数的个数。 [15]

函数概念与性质

*54. 下列各组中, 表示同一个函数的是()。 [1]

- (A) $y = \sqrt[3]{x^3}$ 与 $y = \sqrt[4]{x^4}$
- (B) $y = f(x)$ 与 $y = f(x+1)$ ($f(x)$ 不是周期函数)
- (C) $f(x) = \ln e^x$ 与 $g(x) = e^{\ln x}$
- (D) $f(x) = \lg x^2$ 与 $g(t) = 2 \lg |t|$

*55. 下列各组中, 表示同一函数的是()。 [1]

- (A) $y = \frac{(x-1)(x+3)}{x-1}$ 与 $y = x+3$
- (B) $y = \sqrt{x^2-1}$ 与 $y = \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1}$
- (C) $y = \sqrt{(x-1)^2}$ 与 $y = |x-1|$
- (D) $y = \lg a^2$ 与 $y = 2 \lg x$

*56. 下列各组函数中, 不表示同一函数的是()。 [1]

- (A) $y = |x|$ 与 $y = \sqrt{x^2}$
- (B) $y = |x|$ 与 $y = \begin{cases} x, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$
- (C) $y = \frac{1+x}{1-x}$ 与 $x = \frac{1-y}{1+y}$
- (D) $y = x^0$ 与 $y = \frac{1}{x^0}$

*57. 函数 $y = \lg(4-2x) + \sqrt{5-|x-2|}$ 的定义域是()。 [1]

- (A) $x \in [-3, 2)$
- (B) $x \in (-3, 2)$
- (C) $x \in (-3, 2]$
- (D) $x \in (-3, -2)$

*58. 若 $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$, 则下列等式中成立的是()。 [2]

- (A) $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$
- (B) $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(-x)$
- (C) $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{f(x)}$
- (D) $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$

*59. 已知 $f(x) = \log_2 x$, 则不等式 $[f(x)]^2 > f(x^2)$ 的解集是()。 [2]

- (A) $\{x | 0 < x < \frac{1}{4}\}$
- (B) $\{x | x > 1\}$
- (C) $\{x | \frac{1}{4} < x < 1\}$
- (D) $\{x | x > 4 \text{ 或 } 0 < x < 1\}$

*60. 设 $f(x) = 10^x$, 下列等式中, 对于 $x_1, x_2 \in R$ 不恒成立的是()。 [2]

- (A) $f(x_1 + x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$
- (B) $f(x+1) = 10 \cdot 10^x$
- (C) $f\left(\frac{1}{x_1}\right) = \left(\frac{1}{10}\right)^{x_1}$
- (D) $f(-x) = 0.1^x$

*61. 设 $f(x+x^{-1})=x^3+x^{-3}$, $g(x+x^{-1})=x^2+x^{-2}$, 则 $f[g(x)]$ 是(). [2]

(A) 5次多项式 (B) 6次多项式

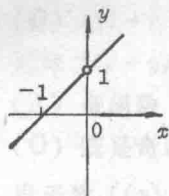
(C) 分式 (D) 无理式

*62. 函数 $y=|f(|x|)|$ 的图象是(). [1]

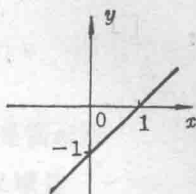
(A) 关于 x 轴对称 (B) 关于 y 轴对称

(C) 关于原点对称 (D) 关于直线 $y=x$ 对称

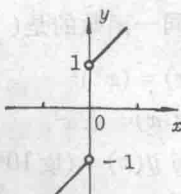
*63. 函数 $f(x)=x+\frac{|x|}{x}$ 的图象是图 1-2 中的(). [1]



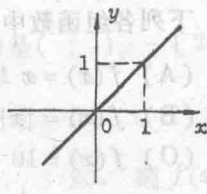
(A)



(B)



(C)



(D)

图 1-2

*64. 已知 $f(\ln x)=3x+4$, 则 $f(x)=$. [1]

*65. 如果 $f(xy)=f(x) \cdot f(y)$ 对一切实数 x 与 y 都成立, 并且 $f(0) \neq 0$, 则 $f(1990)=$. [2]

*66. 设 $f(x)=3x+1$, $g(x)=x^2$, 则满足 $g(f(x))=f(g(x))$ 的 x 是 , 满足 $f[h(x)+1]=g(x)$ 的函数 $h(x)$ 是 . [3]

**67. 函数 $y=\sqrt{x^2-1}$, $x \in (-\infty, -1)$, 它的反函数是(). [2]

(A) $y=\sqrt{x^2+1}$, $x \in (0, +\infty)$

(B) $y=\sqrt{x^2+1}$, $x \in (-\infty, 0)$

(C) $y=-\sqrt{x^2+1}$, $x \in (0, +\infty)$

(D) $y=-\sqrt{x^2+1}$, $x \in (-\infty, 0)$

**68. 已知函数 $f(x)$ 在 $x \in (-\infty, +\infty)$ 上是奇函数, 且在 $x \in (0, +\infty)$ 上是增函数, 则 $f(x)$ 在 $x \in (-\infty, 0)$ 上是(). [2]

(A) 增函数 (B) 减函数 (C) 常数函数 (D) 不能确定增减性

**69. 已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上单调递增, 那么 $f(-\pi)$, $f(-\frac{\pi}{2})$, $f(\log_2 \frac{1}{4})$ 之间的大小关系是(). [2]

(A) $f(-\pi) > f(-\frac{\pi}{2}) > f(\log_2 \frac{1}{4})$

(B) $f(-\pi) > f(\log_2 \frac{1}{4}) > f(-\frac{\pi}{2})$

(C) $f(-\frac{\pi}{2}) > f(\log_2 \frac{1}{4}) > f(-\pi)$

(D) $f(\log_2 \frac{1}{4}) > f(-\frac{\pi}{2}) > f(-\pi)$

**70. 已知函数 $y=f(x)$ 是偶函数, $x \in \mathbb{R}$. 在 $x < 0$ 时, y 是增函数. 若 $x_1 < 0$, $x_2 > 0$, 且 $|x_1| < |x_2|$, 则(). [1]

(A) $f(-x_1) > f(-x_2)$ (B) $f(-x_1) < f(-x_2)$

(C) $f(-x_1) = f(-x_2)$ (D) 无法确定

**71. 若 $y = f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, 则函数 $f(x+a) + f(2x+a)$ ($0 < a < 1$) 的定义域是 (). [1]

(A) $\left[-\frac{a}{2}, \frac{1-a}{2}\right]$ (B) $\left[-\frac{a}{2}, 1-a\right]$

(C) $[-a, 1-a]$ (D) $\left[-a, \frac{1-a}{2}\right]$

**72. 下列各组函数中表示同一函数的是 (). [1]

(A) $f(x) = x$ 与 $g(x) = (x^{\frac{1}{2}})^2$

(B) $f(x) = |x|$ 与 $g(x) = \sqrt[3]{x^3}$

(C) $f(x) = 10^{-2\lg x}$ 与 $g(x) = (\lg 10^x)^{-2}$

(D) $f(x) = \left| \lg\left(\frac{1}{2}\right)^x \right|$ 与 $g(x) = |x| \lg 2$

**73. 如果当 $x \in R$ 时恒有 $f(a-x) = f(a+x)$, 那么函数 $y = f(x)$ 的图象是 (). [1]

(A) 关于直线 $y=0$ 对称 (B) 关于直线 $x=0$ 对称

(C) 关于直线 $x=a$ 对称 (D) 关于直线 $x=-a$ 对称

**74. 设 $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx + 1$, 若 $f(-\pi) = 3$, 则 $f(\pi)$ 等于 (). [2]

(A) -1 (B) -3 (C) $3+\pi$ (D) $3-\pi$

**75. 已知 $f(x^n) = \ln x$, 则 $f(2)$ 的值是 (). [2]

(A) $\ln 2$ (B) $\frac{1}{n} \ln 2$ (C) $n \ln 2$ (D) $2^n \ln 2$

**76. 已知 $y = -\sqrt{1-x^2}$ 的反函数是 $y = -\sqrt{1-x^2}$, 则原函数的定义域为 (). [2]

(A) $(-1, 0)$ (B) $[-1, 1]$ (C) $[-1, 0]$ (D) $[0, 1]$

**77. 函数 $y = -(x-1)^2$ ($x \leq 0$) 的反函数是 (). [2]

(A) $y = -\sqrt{x} + 1$ ($x \leq -1$) (B) $y = \sqrt{-x} + 1$ ($x \leq 0$)

(C) $y = -\sqrt{-x} + 1$ ($x \leq -1$) (D) $y = -\sqrt{-x} + 1$ ($x \leq 0$)

**78. 设函数 $y = f(x)$ ($x \in A, y \in B$) 有反函数 $y = f^{-1}(x)$, 则方程 $f^{-1}[f(x)] = f[f^{-1}(x)]$ 的解集是 (). [2]

(A) A (B) B (C) $A \cap B$ (D) $A \cup B$

**79. 设三个函数 $f(x)$ ($x \in F$), $g(x)$, $h(x)$ ($x \in H$) 都有反函数, $\{g[h(x)] | x \in H\} \cap F \supset \emptyset$, 则 $f\{g[h(x)]\}$ 的反函数的表达式是 (). [3]

(A) $f^{-1}\{g^{-1}[h^{-1}(x)]\}$ (B) $h^{-1}\{g^{-1}[f^{-1}(x)]\}$

(C) $h^{-1}\{g[f^{-1}(x)]\}$ (D) $f\{g[h(x)]\}$

**80. 已知 $f(x)$ 是奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x(1-x)$, 则当 $x < 0$ 时, $f(x)$ 的解析式是 (). [2]

(A) $f(x) = -x(1-x)$ (B) $f(x) = x(1+x)$

(C) $f(x) = -x(1+x)$ (D) $f(x) = x(x-1)$

**81. 已知 $f(x)$ 为偶函数, 且 $x > 0$ 时, $f(x) = x(1-x)$, 则 $x < 0$ 时, $f(x)$ 的表达式为 (). [2]

(A) $x(1+x)$ (B) $-x(1+x)$ (C) $-x(1-x)$ (D) $x(x-1)$

**82. 设 $f(x)$ 是 R 上的奇函数, 且当 $x \in [0, +\infty)$ 时, $f(x) = x(1 + \sqrt[5]{x})$, 那么当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, $f(x)$ 的表达式是 (). [2]

(A) $x(1 - \sqrt[5]{x})$ (B) $-x(1 - \sqrt[5]{x})$
(C) $x(1 + \sqrt[5]{x})$ (D) $-x(1 + \sqrt[5]{x})$

**83. 已知 $f(x+y) = f(x) + f(y)$ 对于全体实数 x, y 都成立, 则 $f(x)$ 是 (). [2]

(A) 奇函数 (B) 偶函数
(C) 既是奇函数又是偶函数 (D) 非奇非偶函数

**84. 设函数 $f(x)$ 的定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 且 $f(x+y) = f(x) - f(y)$, 则 $f(x)$ 是 (). [2]

(A) 奇函数 (B) 既是奇函数又是偶函数
(C) 偶函数 (D) 既非奇函数又非偶函数

**85. 对于任意实数 x , 设函数 $f(x)$ 是 $2-x^2$ 和 x 中的较小者, 那么 $f(x)$ 的最大值是 (). [3]

(A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

**86. 若函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, 则函数 $y = f(x^2 - 1)$ 的定义域是 _____. [2]

**87. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AC = b$, 高 $BD = h$, $MNPQ$ 为它的内接矩形. 设 MN 为 x , 则矩形的周长 p 和面积 S 均可表示成 x 的函数式, 它们分别为 $p =$ _____, $S =$ _____. [3]

**88. 如图 1-3 所示, $\triangle ABC$ 是边长为 1 的正三角形, AD 为 BC 边上的高, 动点 P 由 A 出发按逆时针方向在 $\triangle ABC$ 边上移动一周. 设 $AP = x$, P 到 AD 的垂线段 $PQ = y$, 则 y 与 x 间的函数关系是 _____. [5]

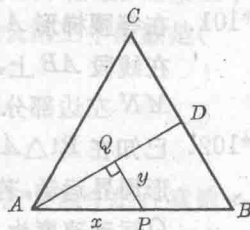


图 1-3

**89. 已知 $M = N = \{5, 6, 7, 8, 9\}$, 规定 M 到 N 的一个映射为

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & x \neq 9 \\ 5, & x = 9 \end{cases}, \text{ 如果 } \underbrace{f\{f[\dots f(a)]\}}_{10 \text{ 个 } f} = 6, \text{ 则 } a = \text{_____}. [4]$$

**90. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x}{1-x^2}$, 求 $f(x+1)$ 的表达式及 $f(x+1)$ 的定义域. [3]

**91. 设 $f^{-1}[f^{-1}(x)] = \frac{1}{25}x - 24$, 求一次函数 $f(x)$. [3]

**92. 作出函数 $y = 2^{\log_4 x^2}$ 的图象. [3]

**93. 已知函数 $f(x)$ 对一切实数 x 均满足 $f(2-x) = f(2+x)$, 并且方程 $f(x) = 0$ 有五个实根.

(1) 求证: 五个实根中, 必有一根是 2;

(2) 求 2 以外的四个实根的和. [5]

- ***94. 已知 $f(x)$ 是偶函数, $g(x)$ 为奇函数, 且 $F(x) = f(x) + g(x) = \frac{1}{x-1} \quad (x \neq \pm 1)$, 试求 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的表达式. [5]
- ***95. 设 $f(x)$ 是定义在 R 上的任意一个增函数, $F(x) = f(x) - f(-x)$, 那么 $F^{-1}(x)$ 必为(). [2]
 (A) 增函数且奇函数 (B) 增函数且偶函数
 (C) 减函数且奇函数 (D) 减函数且偶函数
- ***96. 设函数 $f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right) \lg x + 1$, 则 $f(10)$ 的值是(). [2]
 (A) 1 (B) -1 (C) 10 (D) $\frac{1}{10}$
- ***97. 设 $f(x)$ 是在 R 上以 2 为周期的偶函数, 在 $[0, 1]$ 上是增函数, 则 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上是(). [2]
 (A) 增函数 (B) 减函数 (C) 先增后减 (D) 先减后增
- ***98. 函数 $f(x) = \sin \frac{\pi}{1993}$ 是(). [2]
 (A) 奇函数 (B) 偶函数
 (C) 既是奇函数又是偶函数 (D) 既不是奇函数也不是偶函数
- ***99. 设 $f(x)$ 是周期为 4 的奇函数, 且 $f\left(\sin \frac{11\pi}{2}\right) = 1$, 则 $f(5) = \underline{\hspace{1cm}}$. [4]
- ***100. 设函数 $f_0(x) = |x|$, $f_1(x) = |f_0(x) - 1|$, $f_2(x) = |f_1(x) - 2|$, 则函数 $y = f_2(x)$ 的图象与 x 轴所围成图形中的封闭部分的面积是____. [4]
- ***101. 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = 4$, $CD = 2$, 梯形高为 3, $MN \perp AB$, M 在线段 AB 上, N 是 MN 与 AD 或 DC 或 BC 的交点, AM 长为 x , 试将梯形在 MN 左边部分的面积 y 表示为 x 的函数解析式. [8]
- ***102. 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle B = 30^\circ$, $AC = a$. 有动点 P 、 Q 同时从点 A 出发, 沿三角形周界运动, 若 P 沿 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 方向、 Q 沿 $A \rightarrow C \rightarrow B$ 方向运动到相遇为止, 且点 Q 运动速度为点 P 运动速度的 3 倍, 设 x 为 AP 长度, y 为 $\triangle APQ$ 面积, 试把 y 表示成 x 的函数解析式. [10]
- ***103. 在直角坐标系中, $\triangle OBC$ 为直角三角形, O 为坐标原点, $B(2, 0)$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle COB = 30^\circ$, 点 E 、 F 在斜边 OB 上移动, 且 E 为 $(t, 0)$, F 为 $(t+1, 0)$. 记 $\triangle OBC$ 夹在两直线 $x = t$ 与 $x = t+1$ 之间部分的面积为 y . (1) 用解析式将 y 表示成 t 的函数; (2) 求 y 的最大值. [10]
- ****104. 与函数 $y = f(x-a) + b$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称的图象所对应的函数是(). [2]
 (A) $y = f^{-1}(x-a) + b$ (B) $y = f^{-1}(x+a) - b$
 (C) $y = f^{-1}(x-b) + a$ (D) $y = f^{-1}(x-b) - a$
- ****105. 设 $f(x)$ 是定义在实数集 R 上的函数, 且满足下列关系: $f(10+x) = f(10-x)$, $f(20-x) = -f(20+x)$, 则 $f(x)$ 是(). [2]
 (A) 偶函数, 又是周期函数 (B) 偶函数, 但不是周期函数

(C) 奇函数, 又是周期函数 (D) 奇函数, 但不是周期函数

****106. 设 $f(x)$ 是定义在实数集上的周期为 2 的周期函数, 且是偶函数, 已知当 $x \in [2, 3]$ 时, $f(x) = x$, 则当 $x \in [-2, 0]$ 时, $f(x)$ 的解析式是(). [3]

(A) $f(x) = x + 4$ (B) $f(x) = 2 - x$
(C) $f(x) = 3 - |x + 1|$ (D) $f(x) = 2 + |x + 1|$

****107. 已知函数 $f(x)$ 的定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 在定义域上, $f(x)$ 满足 $f(1+x) = f(1-x)$ 和 $f(3+x) = f(3-x)$, 且 $f(0) = 0$, 在区间 $[3, 6]$ 上, $f_{\max} = f(3.1) = 1.5$.

(1) 求 $f(x)$ 在区间 $[0, 3]$ 上的最大值及相应的 x 值;
(2) 求方程 $f(x) = 0$ 在区间 $[0, 10]$ 上的根. [15]

****108. 已知 $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$), $g(x) = \frac{2}{cx + d}$ ($c \neq 0$), 且 $f[g(x)] = \frac{x}{x-2}$, $g[f(x)] = \frac{1}{2x-1}$, 求 $abcd$ 的值. [15]

****109. 已知函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, 求函数 $\varphi(x) = f(x+a) + f(x-a)$ 的定义域. [10]

****110. 函数 $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上有定义, 满足: (1) $f(x)$ 是偶函数, 且 $f(0) = 993$; (2) $g(x) = f(x-1)$ 是奇函数. 试求 $f(1992)$ 的值. [10]

*****111. 设函数 $y = f(x)$ 对一切实数 x 都满足 $f(3+x) = f(3-x)$, 且方程 $f(x) = 0$ 恰有 6 个不同的实根, 则这 6 个实根的和为(). [3]

(A) 18 (B) 12 (C) 9 (D) 0

*****112. 设有三个函数, 第一个是 $y = \varphi(x)$, 它的反函数就是第二个函数, 而第三个函数图象与第二个函数的图象关于直线 $x + y = 0$ 对称, 那么第三个函数是(). [3]

(A) $y = -\varphi(x)$ (B) $y = -\varphi(-x)$
(C) $y = -\varphi^{-1}(x)$ (D) $y = -\varphi^{-1}(-x)$

*****113. 函数 $f(x)$ 的定义域关于原点对称, 但不包括数 0. 对定义域中的任意数 x , 在定义域中存在 x_1, x_2 , 使 $x = x_1 - x_2$, $f(x_1) \neq f(x_2)$, 且满足以下三个条件:

(1) 若 x_1, x_2 是 $f(x)$ 定义域中的数, $f(x_1) \neq f(x_2)$, 或 $0 < |x_1 - x_2| < 2a$, 则

$$f(x_1 - x_2) = \frac{f(x_1)f(x_2) + 1}{f(x_2) - f(x_1)};$$

(2) $f(a) = 1$ (a 是一个正常数);

(3) 当 $0 < x < 2a$ 时, $f(x) > 0$.

试证:

(1) $f(x)$ 是奇函数;

(2) $f(x)$ 是周期函数, 并求出其周期;

(3) $f(x)$ 在 $(0, 4a)$ 内为减函数. [15]

幂函数、指数函数和对数函数

*114. 关于函数 $y = ax^2 - 3x + 1$ 的图象, 以下判断中正确的是(). [1]

(A) 图象为开口向上的抛物线

(B) 该函数图象是轴对称图形

(C) 该函数一定有最值

(D) 该函数可能没有最值

*115. 已知 $f(x) = -x^2 + 4x - 3$, 则以下判断中错误的是(). [2]

(A) $f\left(\frac{1}{2}\right) < f(\sqrt{2})$

(B) $f(4) < f(3)$

(C) $f(\sqrt{2}) = f(4 - \sqrt{2})$

(D) $f(\sqrt{2}) < f(4 - \sqrt{2})$

*116. 将抛物线 $y = 2x^2 - 4x$ 图象的顶点、对称轴保持不变, 开口反向, 则所得的新的抛物线的方程是(). [2]

(A) $y = -2x^2 + x - 2$

(B) $y = -2x^2 + 4x$

(C) $y = -2x^2 - 4x$

(D) $y = -2x^2 + 4x - 4$

*117. 若 $f(x)$ 的定义域是 $\frac{1}{2} < x < 2$, 则 $f(\lg x)$ 的定义域是(). [2]

(A) $(0, +\infty)$

(B) $(\sqrt{10}, +\infty)$

(C) $(\sqrt{10}, 100)$

(D) $(100, +\infty)$

*118. 设 $A = \{x | \lg[f(x)] = \lg[g(x)]\}$, $B = \{x | f(x) = g(x)\}$, 则下列关系中正确的是(). [2]

(A) $A = B$

(B) $A \subseteq B$

(C) $A \supseteq B$

(D) $A \cup B \neq A$ 且 $A \cup B \neq B$

*119. 已知幂函数 $y = x^n$ ($n \in \mathbb{Z}$) 的图象不通过原点, 且关于直线 $x = y$ 对称, 那么这个 n 的集合是(). [2]

(A) $\{n | n \text{ 是负整数}\}$

(B) $\{n | n \text{ 是负奇数}\}$

(C) $\{n | n \text{ 是负偶数}\}$

(D) $\{-1\}$

*120. 已知函数 $y = x^a$, $y = x^b$, $y = x^c$ 的图象如图 1-4 所示, 则实数 a, b, c 的大小关系为(). [2]

(A) $c < b < a$

(B) $a < b < c$

(C) $b < c < a$

(D) $c < a < b$

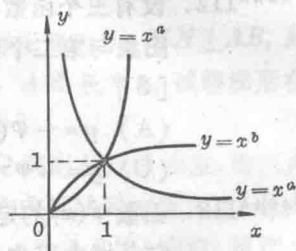


图 1-4

*121. 设 $x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$, 下面关系式中正确的是(). [2]

(A) $\left(\frac{1}{2}\right)^{1+x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$

(B) $(1+x)^{\frac{3}{2}} < (1-x)^{\frac{3}{2}}$

(C) $\left(\frac{3}{2}\right)^{1+x} > \left(\frac{3}{2}\right)^{1-x}$

(D) $(1+x)^{\frac{1}{2}} < (1-x)^{\frac{1}{2}}$

*122. 已知 $\log_m 2 < \log_n 2 < 0$, 其中 m, n 为不等于 1 的正数, 则下列关系式中成立的是(). [2]

(A) $1 < n < m$

(B) $m < n < 1$

(C) $1 < m < n$

(D) $n < m < 1$

*123. 设 $x = 0.8^{0.2}$, $y = 0.8^{0.5}$, $z = \log_6 0.8$, 则下列关系式中成立的是(). [2]

(A) $z < y < x$

(B) $z < x < y$

(C) $x < y < z$

(D) $y < x < z$

*124. 设 k 是非零的实常数, 下列命题中正确的是(). [2]

(A) $f(x) = k^2 x$ 是偶函数