全国高等农林院校"十二五"规划教材

GAILÜLUN XUEXIZHIDAO

概率论学习指导

刘金山 赵立新 主编

中国农业出版社

全国高等农林院校“十二五”规划教材

概率论学习指导

刘金山　赵立新　主编

中国农业出版社

图书在版编目（CIP）数据

概率论学习指导 / 刘金山，赵立新主编．—北京：中国农业出版社，2014.6
全国高等农林院校“十二五”规划教材
ISBN 978-7-109-19048-1

Ⅰ.①概…　Ⅱ.①刘…　②赵…　Ⅲ.①概率论-高等学校-教学参考资料　Ⅳ.①O211

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 064656 号

中国农业出版社出版
（北京市朝阳区麦子店街 18 号楼）
（邮政编码 100125）
策划编辑　朱　雷　魏明龙
文字编辑　魏明龙

北京中科印刷有限公司印刷　　新华书店北京发行所发行
2014 年 7 月第 1 版　　2014 年 7 月北京第 1 次印刷

开本：720mm×960mm　1/16　　印张：8.25
字数：140 千字
定价：15.00 元

内容提要

本书根据非数学类专业概率论知识基本要求编写，其内容与一般非数学类专业概率论课程教学内容一致。因此，不管读者使用什么样的非数学类专业《概率论》或《概率论与数理统计》教材，都可使用本书。

本书的目的是为工科、经济、管理和农林类等专业大学生学习概率论课程提供一些辅导，以帮助他们减轻学习负担。

本书与刘金山主编的《概率论》教材配套，该教材作为全国高等农林院校“十二五”规划教材，已于 2011 年 8 月在中国农业出版社出版。本书内容包括随机事件及其概率、一维随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、极限定理五章内容，各章由基本要求、知识要点、典型例题、疑难解析、习题选解、自测题及其参考答案七个部分组成。

编写人员名单

主　编　刘金山　赵立新

副主编　肖　莉

参　编　郑国庆　李泽华　杨志程

前　言

本书根据非数学类专业概率论知识基本要求编写，其内容与一般非数学类专业概率论课程教学内容一致。因此，不管读者使用什么样的非数学类专业《概率论》或《概率论与数理统计》教材，都能使用本书。

本书的编写目的是为高等学校、中等专业学校及各类职业技术学校的工科、经济、管理和农林类各专业的在校大学生学习概率论课程提供一些辅导，以帮助他们减轻学习负担。

概率论课程有着与其他数学类课程不同的特点，在很多场合下，求解概率论问题非常类似于分析解决来自实际问题的数学模型，初学者往往对概念的理解、方法的掌握和应用感到困难，特别是在把所学概念和方法应用到各种具体问题上时感到难以下手，因此，迫切需要得到一些有益的指导和帮助。本书就是为了解决这些问题而编写的。

本书内容的编排与刘金山主编的《概率论》教材配套，该教材作为全国高等农林院校“十二五”规划教材，已于2011年8月在中国农业出版社出版。本书内容包括：第1章：随机事件及其概率；第2章：一维随机变量及其分布；第3章：多维随机变量及其分布；第4章：随机变量的数字特征；第5章：极限定理。各章由以下七个部分组成：

1. 基本要求　提出对相应章节基本概念、基本内容和方法的学习要求。

2. 知识要点　对相应章节基本内容的知识要点的归纳和总结，包括基本定义、定理、公式、法则和结论等。

3. 典型例题 精选了一些有代表性的典型例题，通过对典型例题的解题分析，使学生学习掌握概率论中各类问题的解题方法和技巧，以期起到举一反三、触类旁通的作用。

4. 疑难解析 对概率论中容易混淆的一些概念及部分复杂的习题进行分析。

5. 习题选解 选择刘金山主编的《概率论》教材中相应章节的一些典型习题，特别是有一定难度的习题进行解答。

6. 自测题 相当于模拟考试或测验题。通过这些自测题，学生可检验自己对《概率论》主要内容和方法的学习掌握情况。

7. 自测题参考答案 给出每个自测题的答案或题解。因为解题方法未必唯一，因此所给解法未必是最好的，仅供参考。

本书第1、2、3、4、5章初稿分别由李泽华、肖莉、郑国庆、杨志程、赵立新执笔，刘金山和赵立新负责全书的统稿和定稿。由于编者水平有限，书中难免有疏漏和错误，希望读者给予指正，以便做进一步修改。

编　者

2014年1月

目　　录

第 1 章 随机事件及其概率

本章是概率论的第 1 章，是后续各章节学习的基础．主要介绍随机事件及其关系与运算、概率的定义及其计算等相关内容．重点内容主要包括事件、概率和独立性三个概念．难点内容主要有：(1) 随机事件之间关系的一些基本概念，包括互斥、对立和独立等．(2) 事件概率的计算，包括古典概率、几何概率、全概率公式和贝叶斯公式等．

一、基本要求

1. 了解随机现象与随机试验、样本空间的概念，理解随机事件的概念，掌握事件之间的关系与运算．

2. 了解事件频率的概念及概率的统计定义，理解概率的公理化定义及概率的基本性质，会应用乘法原理、排列、组合等方法计算古典概型下的一些简单事件的概率，理解几何概率．

3. 理解条件概率的概念，会应用乘法公式、全概率公式、贝叶斯(Bayes)公式解决基本的概率计算问题．

4. 理解事件的独立性概念．

二、知识要点

1. 常见的排列组合公式

(1) $A_n^m=n\times(n-1)\times\cdots\times(n-m+1)=\dfrac{n!}{(n-m)!}$；

(2) $C_n^m=\dfrac{A_n^m}{m!}=\dfrac{n\times(n-1)\times\cdots\times(n-m+1)}{m!}=\dfrac{n!}{m!(n-m)!}$；

(3) $C_n^m=C_n^{n-m}$；

(4) $C_n^m+C_n^{m-1}=C_{n+1}^m$；

(5) $\sum\limits_{k=0}^{m} C_{n_1}^k C_{n_2}^{m-k}=C_{n_1+n_2}^m$；

(6) $C_n^0+C_n^1+\cdots+C_n^n=2^n$.

2. 事件的基本概念与运算

(1) **随机现象**：在相同的条件下，每次出现的结果未必相同的现象称为随机现象.

(2) **随机试验**：在相同的条件下可以重复进行，且每次试验结果事先不可预知，但所有可能的试验结果事先知道，这样的试验称为随机试验.

(3) **样本空间**：随机试验所有可能的试验结果组成的集合称为该试验的样本空间，记为 $\Omega=\{\omega\}$，其中 ω 表示基本结果，又称为样本点.

(4) **随机事件**：样本空间的任意一个子集称为一个随机事件，简称为事件.常用大写字母 A，B，C，…表示事件，Ω 表示必然事件，$\varnothing$ 表示不可能事件.

(5) **事件的关系与运算**：

包含关系 若事件 A 发生必然导致事件 B 发生，则称事件 B 包含事件 A 或称 A 是 B 的子事件，记为 $B\supseteq A$ 或者 $A\subseteq B$.

相等关系 若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，则称事件 A 与事件 B 相等，记作 $A=B$.

事件的和 对两个事件 A 和 B，$C=\{A$ 发生或 B 发生$\}$称为事件 A 与事件 B 的和事件或并事件，记为 $C=A\cup B$. 事件 $A\cup B$ 发生意味着事件 A 与事件 B 至少有一个发生.事件的和可以推广到有限个或可数多个事件的情形.

事件的积 对两个事件 A 和 B，$C=\{A$ 和 B 都发生$\}$称为事件 A 与事件 B 的积事件或交事件，记为 $C=A\cap B$(或 $C=AB$). 事件 $A\cap B$(或 AB)发生意味着事件 A 发生且事件 B 也发生，即 A 与 B 同时发生.事件的积也可以推广到有限个或可列个事件的情形.

事件的差 对两个事件 A 和 B，$C=\{A$ 发生，B 不发生$\}$称为事件 A 与事件 B 的差事件，记为 $C=A\setminus B$. 即事件 A 发生而事件 B 不发生的事件.

互斥事件(互不相容事件) 若事件 A 与事件 B 不能同时发生，即 $AB=\varnothing$，则称事件 A 与事件 B 是互斥的，或称它们是互不相容的.

对立事件(互逆事件) A 不发生的事件称为事件 A 的对立事件或 A 的补事件，记为$\overline{A}$. A 和 $\overline{A}$ 满足：$A\cup\overline{A}=\Omega$，$A\overline{A}=\varnothing$，$\overline{\overline{A}}=A$.

(6) **事件运算的性质**：

设 A、B、C 为事件，则有

交换律 $A\cup B=B\cup A$；$AB=BA$.

结合律 $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$；$(AB)C=A(BC)$.

分配律 $(A\cup B)C=(AC)\cup(BC)$；$(AB)\cup C=(A\cup C)(B\cup C)$.

对偶律(德·摩根律) $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

对于多个事件，上述运算规律仍然成立，例如，

$$A(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = (AA_1) \cup (AA_2) \cup \cdots \cup (AA_n);$$

$$\overline{\bigcup_{k=1}^{n} A_k} = \bigcap_{k=1}^{n} \overline{A}_k,$$

即“A_1，A_2，…，A_n 至少有一个发生”的对立事件是“A_1，A_2，…，A_n 都不发生”；

$$\overline{\bigcap_{k=1}^{n} A_k} = \bigcup_{k=1}^{n} \overline{A}_k,$$

即“A_1，A_2，…，A_n 都发生”的对立事件是“A_1，A_2，…，A_n 至少有一个不发生”．

注：由于随机事件是样本空间的子集，故事件的关系、运算及其运算律，与集合的关系、运算及其运算律相似，可以完全“迁移”．

3. 有关概率的定义、性质与计算

（1）**事件的频率**：在相同条件下，重复进行 n 次试验，事件 A 发生的次数 n_A 称为事件 A 发生的频数，比值$\frac{n_A}{n}$称为事件 A 发生的频率，记为 $f_n(A)$.

（2）**概率的统计定义**：在相同条件下，独立进行 n 次试验，当试验次数 n 很大时，如果某事件 A 发生的频率 $f_n(A)$稳定地在$[0, 1]$上的某一数值 p 附近摆动，且随着试验次数的增大，摆动的幅度越来越小，则称数值 p 为事件 A 发生的概率，记为 $P(A)=p$.

注：根据概率的统计定义，实际中的频率一般可理解为概率的近似或估计.

（3）**古典概型**：若一个随机试验的样本空间只有有限个样本点，且每个样本点出现的可能性相等(称为等可能性)，则称该概率模型为古典概型．

若样本空间含有 n 个样本点，事件 A 含有 k 个样本点，则事件 A 的概率定义为

$$P(A) = \frac{\text{事件 } A \text{ 包含的基本事件数}}{\text{样本空间 } \Omega \text{ 包含的基本事件数}} = \frac{k}{n}.$$

（4）**几何概型**：如果一个随机试验的样本空间 Ω 充满某个几何区域，其度量(长度、面积或体积等)大小可用 $\mu(\Omega)$表示，且任意一点落在度量相同的子区域内是等可能的，若事件 A 为 Ω 中的某个子区域，且其度量为 $\mu(A)$，则事件 A 的概率为

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}.$$

（5）**概率的公理化定义**：设随机试验 E 的样本空间为 Ω，对每一个事件 $A \subseteq \Omega$，定义一个实数 $P(A)$与之对应，称集合函数 $P(A)$为事件 A 的概率，如

果它满足下列三条公理:

公理一(非负性):对任意事件 A,有 $P(A)\geqslant 0$;

公理二(规范性):对必然事件 Ω,有 $P(\Omega)=1$;

公理三(可列可加性或称完全可加性):对任意可数个两两互斥的事件 A_1,A_2,…,A_n,…,有 $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right)=\sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$.

(6) **概率的性质**:

① $P(\varnothing)=0$;

② 有限可加性:若 A_1,A_2,…,A_n 两两互不相容,即 $A_iA_j=\varnothing(i\neq j)$,则 $P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right)=\sum_{i=1}^{n} P(A_i)$.

特别地,若 $AB=\varnothing$,则 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

③ 对任意事件 A,$P(\overline{A})=1-P(A)$.

④ 对任意事件 A,B,$P(A\setminus B)=P(A\overline{B})=P(A)-P(AB)$.

特别地,若$B\subseteq A$,则 $P(A\setminus B)=P(A)-P(B)$.

⑤ 对任意事件 A,$0\leqslant P(A)\leqslant 1$.

⑥ 加法公式:对任意事件 A,B,

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB).$$

特别地,若 A 与 B 互斥,则 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

该性质可以推广到多个事件.设 A_1,A_2,…,A_n 是任意 n 个事件,则

$$P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n)=\sum_{i=1}^{n} P(A_i)-\sum_{1\leqslant i<j\leqslant n} P(A_iA_j)+\sum_{1\leqslant i<j<k\leqslant n} P(A_iA_jA_k)+\cdots+(-1)^{n+1}P(A_1A_2\cdots A_n).$$

特别地,

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC).$$

(7) **条件概率的定义**:设 A,B 是两个事件,且 $P(B)>0$,则事件 B 发生的条件下事件 A 发生的条件概率为

$$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}.$$

(8) **条件概率的性质**:条件概率符合概率定义中的三条公理,即

① 对于每一个事件 A,有 $P(A|B)\geqslant 0$;

② $P(\Omega|B)=1$;

③ 若 A_1,A_2,…是可数个两两互斥事件,则

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty}A_i \mid B\right)=\sum_{i=1}^{\infty}P(A_i \mid B).$$

由于条件概率满足概率的公理化定义中的三个条件，故它也是概率，因此它具有与无条件概率完全类似的性质，如 $P(A|B)=1-P(\overline{A}|B)$.

(9) **条件概率的计算方法**：计算条件概率通常有如下两种方法：

① 在原样本空间 Ω 中，先计算 $P(AB)$，$P(B)$，再按公式 $P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}$ 计算条件概率；

② 由于事件 B 已经出现，可以将其视为新的样本空间，并在该样本空间下计算事件 A 发生的概率 $P(A|B)$.

(10) **乘法公式**：设 A、B 为两个事件，且 $P(A)>0$，$P(B)>0$，由条件概率的定义可得概率的乘法公式

$$P(AB)=P(A)P(B|A)=P(B)P(A|B).$$

该乘法公式可以推广到多个事件的情形：若 $n\geqslant 2$ 且 $P(A_1A_2\cdots A_{n-1})>0$，则

$$\begin{aligned}P(A_1A_2\cdots A_n)&=P(A_1)\cdot\frac{P(A_1A_2)}{P(A_1)}\cdot\frac{P(A_1A_2A_3)}{P(A_1A_2)}\cdot\cdots\cdot\frac{P(A_1A_2\cdots A_n)}{P(A_1A_2\cdots A_{n-1})}\\&=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdots P(A_n|A_1\cdots A_{n-1}).\end{aligned}$$

(11) **完备事件组的概念**：设 Ω 是随机试验 E 的样本空间，A_1，A_2，…，A_n 是 E 的一组事件．若满足下列条件：

① 两两互斥，即 $A_iA_j=\varnothing$，$i\neq j$，i，$j=1$，2，…，n；

② $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n=\Omega$，

则称 A_1，A_2，…，A_n 为样本空间 Ω 的一个划分，也称 A_1，A_2，…，A_n 构成一个完备事件组．

(12) **全概率公式**：设 B 是随机试验 E 的任意一个事件，A_1，A_2，…，A_n 是 E 的一个完备事件组，则

$$P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(A_iB)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P(B|A_i).$$

(13) **贝叶斯公式**：设 A_1，A_2，…，A_n 为试验 E 的样本空间 Ω 的一个划分，且 $P(A_i)>0(i=1,2,\cdots,n)$，B 为一个事件，且 $P(B)>0$，则有

$$P(A_i|B)=\frac{P(A_iB)}{P(B)}=\frac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum\limits_{j=1}^{n}P(A_j)P(B|A_j)}.$$

4. 事件的独立性

(1) **两个事件的独立性**：

定义 1　若两个事件 A，B 满足 $P(A)=P(A|B)$，则称 A 与 B 独立，或称 A，B 相互独立．

定义 2　若两个事件 A，B 满足 $P(AB)=P(A)P(B)$，则称 A 与 B 独立，或称 A，B 相互独立．

定义 1 从互不影响的角度出发表述事件的独立性概念，易于直观理解，但不便于推广应用．定义 2 以严密的数学形式刻画了独立性概念，不仅应用方便，且可将两个事件的独立性概念推广到多个事件的独立性．

（2）**多个事件的独立性**：

① 两两独立：

若事件 A，B，C 满足：

$$\begin{cases}P(AB)=P(A)P(B),\\P(BC)=P(B)P(C),\\P(AC)=P(A)P(C),\end{cases}$$

则称事件 A，B，C 两两独立．

② 三个事件相互独立：

若事件 A，B，C 满足：

$$\begin{cases}P(AB)=P(A)P(B),\\P(BC)=P(B)P(C),\\P(AC)=P(A)P(C),\\P(ABC)=P(A)P(B)P(C),\end{cases}$$

则称事件 A，B，C 相互独立．

③ 多个事件的独立性：

若事件 A_1，A_2，$\cdots$，A_n 满足：

$$\begin{cases}P(A_iA_j)=P(A_i)P(A_j),\ \forall i\neq j,\\P(A_iA_jA_k)=P(A_i)P(A_j)P(A_k),\ \forall i\neq j\neq k,\\\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2)\cdots P(A_n),\end{cases}$$

则称这 n 个事件 A_1，A_2，$\cdots$，A_n 相互独立．

（3）**有关结论**：

① 必然事件 Ω 和不可能事件 $\varnothing$ 与任何事件都相互独立．

② 事件的独立性与事件互斥是两个不同的概念，它们之间没有必然联系．

③ 多个事件相互独立一定是两两独立的，但两两独立未必相互独立．

④ 两个事件独立与两个事件对立也是不同的概念．两个事件对立是指它们互为逆事件，但它们不一定独立；反之，两个相互独立的事件不一定是对立

事件．

⑤ 若四对事件 A 与 B，$\overline{A}$ 与 B，A 与 $\overline{B}$，$\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 中有一对相互独立，则另外三对也相互独立．

⑥ 若事件 A_1，A_2，…，A_n 相互独立，则其中任意 $k(2\leqslant k\leqslant n)$个事件也相互独立．

⑦ 若事件 A_1，A_2，…，A_n 相互独立，则将 A_1，A_2，…，A_n 中任意多个事件换成它们各自的对立事件，所得的 n 个事件仍相互独立．

三、典型例题

例 1.1　设 A，B，C 为三个事件，试表示下列事件：

(1) A，B，C 都发生或都不发生；

(2) A，B，C 中不多于一个发生；

(3) A，B，C 中不多于两个发生；

(4) A，B，C 中至少有两个发生．

解　(1) $ABC\cup\overline{A}\overline{B}\overline{C}$；

(2) $\overline{A}\overline{B}\overline{C}\cup A\overline{B}\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\overline{B}C$；

(3) $\Omega\setminus ABC=\overline{ABC}=\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C}$；

(4) $AB\cup AC\cup BC$.

例 1.2　试问下列命题是否成立？

(1) $A\setminus(B\setminus C)=(A\setminus B)\cup C$.

(2) 若 $AB=\varnothing$ 且 $C\subseteq A$，则 $BC=\varnothing$.

(3) $(A\cup B)\setminus B=A$.

(4) $(A\setminus B)\cup B=A$.

解　(2)成立．理由是：互不相容两个事件的子事件当然也互不相容．

(1)、(3)、(4)不成立．为了说明理由，我们利用事件差的一个性质：$A\setminus B=A\overline{B}$ 来简化事件．

对(1)的左端，有

$$\begin{aligned}A\setminus(B\setminus C)&=A\setminus B\overline{C}=A\,\overline{B\overline{C}}=A(\overline{B}\cup C)=A\overline{B}\cup AC\\&=(A\setminus B)\cup AC\neq(A\setminus B)\cup C,\end{aligned}$$

故(1)不成立．

对(3)的左端，有$(A\cup B)\setminus B=(A\cup B)\overline{B}=A\overline{B}\neq A$，故(3)不成立．

对(4)的左端，有$(A\setminus B)\cup B=A\overline{B}\cup B=(A\cup B)\cap(\overline{B}\cup B)=A\cup B\neq A$，故(4)不成立．

例 1.3 设 A, B, C 是三个随机事件，则以下命题中正确的是(　　).

A. $(A\cup B)\setminus B=A\setminus B$;　　B. $(A\setminus B)\cup B=A$;

C. $(A\cup B)\setminus C=A\cup(B\setminus C)$;　　D. $A\setminus(B\setminus C)=(A\setminus B)\cup C$.

解 A 正确，因为 $(A\cup B)\setminus B=(A\cup B)\cap\overline{B}=A\overline{B}\cup B\overline{B}=A\overline{B}\cup\varnothing=A\overline{B}=A\setminus B$.

B 不正确，因为 $(A\setminus B)\cup B=(A\cap\overline{B})\cup B=(A\cup B)\cap\Omega=A\cup B\neq A$.

C 不正确，因为左边 $=(A\cup B)\cap\overline{C}=A\overline{C}\cup B\overline{C}$，右边 $=A\cup B\overline{C}$，二者一般不相等.

D 不正确，因为左边 $=A\cap\overline{B\cap\overline{C}}=A\cap(\overline{B}\cup C)=A\overline{B}\cup AC$，右边 $=A\overline{B}\cup C$，二者一般不相等.

例 1.4 设 A, B 是两个事件，已知 $P(A)=0.7$, $P(A\setminus B)=0.3$，求 $P(\overline{AB})$.

解 由 $P(A\setminus B)=P(A)-P(AB)$，得 $P(AB)=0.4$，因此，

$$P(\overline{AB})=1-P(AB)=0.6.$$

例 1.5 设 A, B, C 满足

$$P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4},\ P(AB)=P(BC)=0,\ P(AC)=\frac{1}{8},$$

求 A, B, C 至少有一个发生的概率.

解 由于 $ABC\subseteq AB$，故 $P(ABC)\leqslant P(AB)=0$，所以 $P(ABC)=0$，因此 A, B, C 至少发生一个的概率为

$$\begin{aligned}P(A\cup B\cup C)&=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC)\\&=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-0-\frac{1}{8}-0+0=\frac{5}{8}.\end{aligned}$$

例 1.6 若 $P(A)=0.5$, $P(B)=0.3$, $P(A\cup B)=0.6$，求 $P(\overline{AB})$, $P(A\setminus B)$, $P(\overline{A}\setminus\overline{B})$.

解 由于 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$，得 $P(AB)=0.2$，故

$$P(\overline{AB})=1-P(AB)=0.8,$$

$$P(A\setminus B)=P(A)-P(AB)=0.3,$$

$$P(\overline{A}\setminus\overline{B})=P(\overline{A}\cap B)=P(B\setminus A)=P(B)-P(BA)=0.1.$$

例 1.7 设 A, B 是两个事件，且 $P(A)=0.6$, $P(B)=0.7$，问：

(1) 在什么条件下，$P(AB)$ 取得最大值，最大值是多少？

(2) 在什么条件下，$P(AB)$ 取得最小值，最小值是多少？

解 (1) 因为 $P(AB)\leqslant P(A)=0.6$, $P(AB)\leqslant P(B)=0.7$，所以当 $P(AB)=P(A)$ 时，$P(AB)$ 最大，而当 $A\subseteq B$ 时，$P(AB)=P(A)$. 故当 $A\subseteq B$