

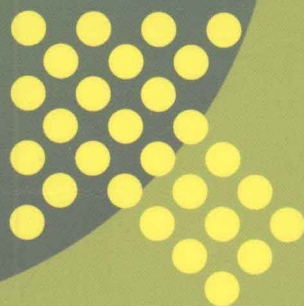
21世纪高等学校规划教材



DIANCIXUE GAILUN

电磁学概论

刘国昌 主 编
田俊梅 副主编



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

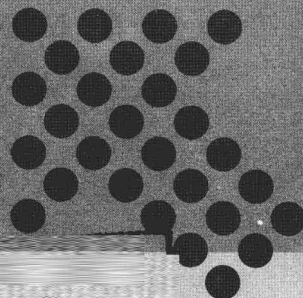
21世纪高等学校规划教材



DIANCIXUE GAILUN

电磁学概论

主 编	刘国昌	
副主编	田俊梅	
编 写	李锦蓉	柴大鹏
主 审	李临生	



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书根据高职高专院校电力技术类专业电磁场课程的教学大纲而编写。全书共10章,主要内容包括真空中的静电场、静电场中的导体和电介质、静电现象及其危害与应用、电流的磁场与电磁力、铁磁材料、直流磁路、电磁感应的基本定律、自感和互感、交流铁心线圈、电磁场。本书注重基本概念、基本规律和基本分析计算方法的介绍,并用大量实例分析了各原理在日常生活和工程生产中的应用。

本书可作为应用型本科院校相关课程教材,也可作为高职高专院校电力技术类、电子信息工程专业的教学用书,还可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

电磁学概论/刘国昌主编. —北京:中国电力出版社,2011.3
21世纪高等学校规划教材
ISBN 978-7-5123-1485-6

I. ①电… II. ①刘… III. ①电磁学—高等职业教育—教材 IV. ①0441

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第038253号

中国电力出版社出版、发行

(北京市东城区北京站西街19号 100005 http://www.cepp.sgcc.com.cn)

北京丰源印刷厂印刷

各地新华书店经售

*

2011年5月第一版 2011年5月北京第一次印刷

787毫米×1092毫米 16开本 9.25印张 223千字

定价 15.50元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签,加热后中心图案消失
本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换

版 权 专 有 翻 印 必 究

前言

电磁场是高职高专院校电力技术类专业的基础课之一。它所涉及的内容是电力技术类专业学生应具备基本知识。

本书是根据高职高专院校电力技术类专业电磁场课程的教学大纲而编写,建议授课时数为30学时。

本书旨在介绍电磁学理论的基本概念和基本规律,并介绍一定的分析计算方法,着重用大量篇幅举例说明了各原理在日常生活及工程生产中的应用;利用有限的教学课时将大学物理和电磁场这两门课适用于高职高专电力技术类专业的内容提取并加深,尽可能做到深入浅出;利用大量实例提高学生的学习兴趣,在为后续相关课程打下良好基础的前提下使读者发散思维,开拓电磁场工程应用的新思路。

全书共分10章,第1章介绍真空中的静电场,分析静电场时所得到的很多结论可以推广应用于整个电磁场中,为整个电磁场的学习打下良好的基础;第2章介绍静电场中的导体和电介质,对其典型应用电容作了详细分析,并列举出了大量实例来描述电容器在工程中的应用;第3章介绍静电现象及其危害与应用,重点对静电的利用和抑制作了详细分析,对静电的应用防治和危害进行了实例描述;第4章阐述电流的磁场与电磁力,分析了高斯定理和安培环路定理在磁场中的应用;第5章详细介绍了铁磁材料,有助于为机械设备选定制作材料;第6章分析了直流磁路,得出了直流电磁铁吸力的计算公式;第7章介绍了电磁感应的基本定律,介绍了可以产生感应电动势的两种方法(动生或感生),并介绍了电磁感应在工程中的一些应用;第8章介绍了自感和互感,对电感在工程上的应用作了一定的分析;第9章分析了交流铁心线圈,对交流电磁铁的特性的吸力亦作了一定的分析介绍;第10章简单介绍了电磁场,描述了麦克斯韦方程组和电磁波,并分析了针对不同电磁波的抑制方法。其中标有*的为选学内容。

本书由山西大学工程学院刘国昌担任主编并统稿,田俊梅担任副主编,李锦蓉和柴大鹏参编。书稿编写内容分工为:田俊梅编写第1~4章,刘国昌编写第5、6章,李锦蓉编写第7~9章,柴大鹏编写第10章。书稿承蒙太原科技大学李临生教授主审,并提出了许多宝贵意见,编者在此表示衷心的感谢。

对于本书中的不妥之处,衷心欢迎使用本书的师生和读者批评指正。

编者

二〇一一年二月

目 录

前言

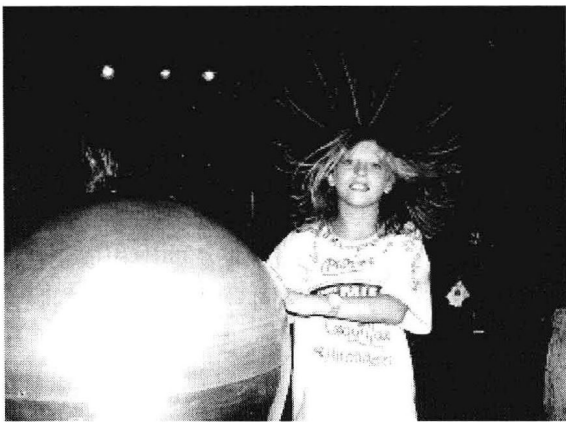
第1章 真空中的静电场	1
1.1 库仑定律	1
1.2 电场与电场强度	3
1.3 高斯定理	6
1.4 静电场的环路定理与电位能	10
习题	15
第2章 静电场中的导体和电介质	17
2.1 静电场中的导体	17
2.2 静电场中的介质与电介质的极化和介质中的高斯定理	20
2.3 电容与电容器	25
2.4 电容器的分类及在工程中的应用	31
2.5 铁电体和压电效应	41
习题	42
第3章 静电现象及其危害与应用	44
3.1 静电及其产生	44
3.2 静电干扰的危害与抑制	46
3.3 静电电位的测量	48
* 3.4 静电的应用	50
* 3.5 静电的危害与防治	54
习题	57
第4章 电流的磁场与电磁力	58
4.1 磁场与磁感应强度	58
4.2 比奥—萨伐尔定律	59
4.3 磁场的高斯定理	63
4.4 磁介质	65
4.5 磁场强度和安培环路定理	67
4.6 匀速运动点电荷的磁场、安培力和安培定律	68
习题	70
第5章 铁磁材料	72
5.1 铁磁物质与磁畴	72
5.2 铁磁质磁化与磁化曲线	73
5.3 铁磁质的分类和应用	76

习题	78
第 6 章 直流磁路	79
6.1 磁路定律	79
6.2 直流磁路的计算	82
6.3 直流电磁铁	85
习题	87
第 7 章 电磁感应的基本定律	88
7.1 电磁感应定律	88
7.2 动生电动势	92
7.3 感生电动势和涡旋电场	96
7.4 涡流和铁心损耗	100
7.5 电磁感应的应用	102
习题	104
第 8 章 自感和互感	107
8.1 自感	107
8.2 互感	115
8.3 理想变压器	119
习题	122
第 9 章 交流铁心线圈	124
9.1 交流铁心线圈中的电压、电流和磁通	124
9.2 交流电磁铁	127
习题	131
第 10 章 电磁场	133
10.1 涡旋电场、位移电流和全电流定律	133
10.2 电磁场与麦克斯韦方程组	135
10.3 电磁波简介	136
10.4 电磁干扰和电磁屏蔽	139
习题	141
参考文献	142

第1章 真空中的静电场

相信大家都在科技馆体验过或是在各媒体中见到过照片中的情形。那究竟是什么原因使得头发竖起？为何头顶竖起的头发比肩部竖起的头发更多？头发竖起的角度又和什么有关系呢？

相对于观察者静止的电荷 (Charge) 在其周围所激发的电场称之为静电场 (Electrostatic Field)。本章主要研究真空中静电场的基本性质和其相关物理量 (Physical Quantity) 的建立。1820年，丹麦科学家奥斯特在准备物理课的演示实验中发现了导线中电流会使得小磁针偏转的这个现象，此后电学和磁学就不再作为单独的现象，而统一为“电磁学”进行了研究。因此，本章中涉及到的处理问题的方法、适用的定理对研究电磁学中其他内容都有借鉴意义。本章内容是整个电磁场理论的重要基础。



1.1 库仑定律

1.1.1 电荷及其性质

在干燥的环境中，常常看到梳子梳头后可以吸引轻小的物体，如碎纸屑等。这就反应了带电体一个最基本的性质：可以吸引轻小物体。人们可以利用摩擦等其他方法令物体带电，这个过程称之为“起电” (Electrification)，并把带电体所带的电称之为电荷 (Electric Charge)。例如梳子本身在梳头前是“不带电”的，或者说梳子上正负电荷是均衡的，没有净电荷，呈电中性。但梳头后，梳子上会“起电”，电荷失衡。大量实验表明，自然界只存在两种电荷，一种是被丝绸摩擦过的玻璃棒所带的电荷，称为正电荷；一种是被毛皮摩擦过的橡胶棒所带的电荷，称为负电荷。虽然不同物质经过摩擦所带的电荷可能不一样，但其带电的本质都是当两种物质接触摩擦时所带电子发生了转移所致。得到电子的物质带负电荷，失去电子的物质带正电荷。摩擦时只有电子发生转移，而原子核是不容易转移的。另外，值得注意的是，此时梳子上摩擦后转移出现的净电荷和梳子本身所拥有的电荷相比，数

量是很少的。

带电物体区别于一般物体的基本属性是它带有电荷，而其所带电荷的数量称为电荷量 (Electric Quantity)，常用符号 Q 或 q 表示。在国际单位制中，电荷量的单位是库仑，符号为 C。

实验证明，自然界中带电体所带电荷量总是一个基本单元的整数倍，这一基本单元的电荷量是电子具有电荷量的绝对值，以 e 表示，称为元电荷 (Elementary Charge)。任意带电体所带电荷量可表示为

$$q = ne$$

其中， n 为整数。电荷的这一特性称为电荷量子化 (Charge Quantization)。经近代测定，元电荷的量值 $e = 1.602\,177\,33(49) \times 10^{-19} \text{C} \approx 1.602 \times 10^{-19} \text{C}$ 。

在物体带电的过程中，带电粒子会从一个物体迁移到另一个物体，但就其构成的整个系统来说，电荷总量不会增加也不会减少。实验证明，在一个孤立带电系统中（即没有净电荷通过系统界面），无论发生怎样的物理过程和化学过程，系统所具有的正负电荷的代数和总保持不变，这就是电荷守恒定律 (Law of Conservation of Charge)。电荷守恒定律在微观领域内也被证明是正确的。

此外，实验证明，物体所带电荷与它的运动状态无关。当质子和电子处在加速器中时，随着它们速度的变化其质量会显著变化，但其电荷却没有任何变化。电荷的这个性质表明系统所带电荷与参考系的选取无关，即电荷具有运动不变性或相对论不变性。

1.1.2 库仑定律

法国物理学家库仑在 1785 年通过实验得出结论：真空中两个相对静止的点电荷 (Point Charge) q_1 和 q_2 之间的相互作用力的大小与 q_1 和 q_2 的乘积成正比，与它们之间的距离 r 的平方成反比。作用力的方向沿着它们的连线，同号相斥，异号相吸。这就是著名的库仑定律 (Coulomb Law)。其数学表达式为

$$\mathbf{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r \quad (1-1)$$

式中： $\mathbf{F}$ 为两点电荷的相互作用力； q_1 和 q_2 为两个点电荷拥有的电荷量； r 为两点电荷之间的距离； $\mathbf{e}_r$ 是 r 方向的单位矢量； ϵ_0 为真空的介电常数，在国际单位制中， $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$ 。

由式 (1-1) 可以看出，当 q_1 和 q_2 同号时， $\mathbf{F}$ 与 $\mathbf{e}_r$ 同向，两电荷之间的力为斥力；当 q_1 和 q_2 异号时， $\mathbf{F}$ 与 $\mathbf{e}_r$ 反向，两电荷之间的力为引力。点电荷 q_1 对点电荷 q_2 的作用力如图 1-1 所示。

注意，库仑定律只适用于点电荷，即当带电体的几何线度远小于带电体之间的距离时，带电体的大小、形状及电荷在带电体上的分布对它们之间的相互作用力的影响非常小，可以忽略不计，此时的带电体可以等效被看作集中在一个“点”上。

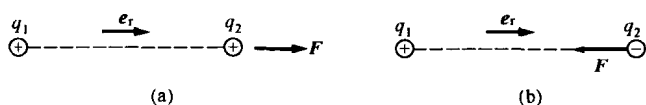


图 1-1 点电荷 q_1 对点电荷 q_2 的作用力

(a) q_1 与 q_2 同号，斥力；(b) q_1 与 q_2 异号，引力

两个带电物体之间互相吸引或是排斥的这种影响我们的生产和生活的。例如若精密仪器（如手表、测量仪器）的生产车间布满灰尘，机器运作时

产生的静电就会吸引这些轻小的灰尘从而影响产品的精密程度。但是反过来,利用静电的这个特性制作静电除尘设备来预先对车间除尘,生产出的产品就可以保证质量,具体内容将在第3章中详细介绍。

另外,实验证明,点电荷在空气中的作用力和在真空中的作用力相差很小,即空气和真空的介电常数相差不大,因此式(1-1)同样适用于空气中的静止点电荷。

1.2 电场与电场强度

1.2.1 电场

库仑定律让我们知道了静止的点电荷之间是存在相互的作用力的,即如果在某处放置一个点电荷 $+q_1$,再拿一个点电荷 $-q_2$ 靠近它,则会明显地感觉到这个 $-q_2$ 会受到 $+q_1$ 的吸引,也就是 $+q_1$ 会使劲儿拉 $-q_2$ 到一起。但这个拉力是从哪里来的呢?这两个电荷并没有接触啊! $+q_1$ 将如何判别 $-q_2$ 的存在并施力?这与在高中物理里面已经学习到的两个接触物体之间施力受力的情况似乎有些不同。早期的电磁理论是超距作用理论,认为相隔一定距离的两个物体之间所存在的相互作用,既不需要介质传递也不需要时间。

19世纪初,英国物理学家法拉第(Faraday)在经过大量试验后,提出了以近距作用观点为基础的场线和场的概念,从此场的概念成为近代物理学中最重要的基本概念之一。

法拉第认为,电荷间的相互作用力也是一种物质间的相互作用。也就是认为在带电体周围空间,因带电体的出现而产生出一种特殊形式的物质,称为电场。任何电荷都在其周围空间激发起电场;电场不仅存在于带电体内,也存在于带电体外,以至充斥在整个空间。

相对于观察者静止的电荷在其周围所激发的电场称之为静电场,该电荷称为场源电荷。静电场只是电磁场的一种特殊形态。电磁场和实物物质一样具有质量、动量和能量,电磁场一经产生就能单独存在,即使产生它的电荷已经消失。电磁场和实物物质不同的是,电磁场具有空间叠加性,而实物物质是不具有的。因此,场和实物虽然都是物质,但又有区别,是物质存在的两种不同形式。从近代的观点看,两个点电荷是通过交换场量子而相互作用的,电磁场的量子就是光子。

静电场是电荷间相互作用力的传递者,因此可以根据静电场对场中的电荷所施的力来研究电场中各点的性质。

1.2.2 电场强度

设在一个静止的点电荷 q 产生的电场中某点 P (某场点)放置一个静止的测试电荷 q_0 ,要求测试电荷的电荷量和几何线度足够小,不影响原有电场的分布。此时,测试电荷 q_0 在电场中会受到原有电场施加的电场力 F 的作用。

实验中可以看到,不同测试电荷在电场中同一点、同一测试电荷在电场中不同点,其受力的大小和方向都不相同。因此,对于一个固定的测试点来说,若用 F 除以 q_0 所得到的比值与 q_0 的大小和性质无关,而仅与 q_0 所在点的电场性质有关,于是就可以用它来描述静电场中给定点的客观性质,即电场强度(简称场强),用符号 E 表示。其表达式为

$$E = \frac{F}{q_0} \quad (1-2)$$

由式(1-2)可以看出,电场中某点的电场强度在量值上等于放在该点的单位正电荷所

受电场力的大小,其方向与单位正电荷的受力方向一致。在国际单位制中,电场强度的单位是 N/C (牛/库),也可写为 V/m (伏/米)。例如邻近带电梳子的电场大约是 10^3N/C ,而闪电时发生的空气被击穿的场强约为 $3 \times 10^6 \text{N/C}$ 。

若电场中某点 P 的电场强度已知,就可以很容易的利用式 (1-2) 的推导得出该点 P 处试验电荷所含电量为 q_0 的时候,其所受的静电力为

$$\mathbf{F} = q_0 \mathbf{E} \quad (1-3)$$

在上述设定条件下,电场中某点的电场强度可由库仑定律和电场强度的定义式得出,即

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} = \frac{\frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r \quad (1-4)$$

式 (1-4) 表明,真空中点电荷所产生的电场中任一点的电场强度与该点电荷的电量成正比,与它到场源点的距离的平方成反比,方向则由场源电荷的符号所决定,如图 1-2 所示。

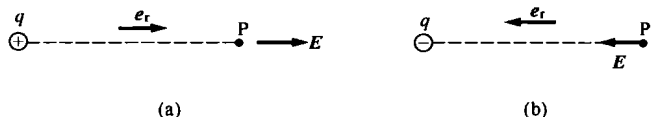


图 1-2 点电荷周围产生的场强

(a) 正点电荷周围产生的场强; (b) 负点电荷周围产生的场强

由式 (1-4) 可知,点电荷的电场具有球对称分布的特点。也就是说,在以该点电荷为中心的球面上,各点电场强度的大小相等,方向都与球面垂直。

离 q 越远的场点,电场强度越小,当 $r \rightarrow \infty$ 时, $E=0$; 但当 $r=0$ 时,不能由式 (1-4) 得出 E 为无穷大,因为此时任何一个带电体都不能再认为是一个点电荷,基于库仑定律的场强公式不再适用。

1.2.3 场强叠加原理

在中学物理中已经知道,力具有可叠加性。因此,在 n 个点电荷所组成的点电荷系的电场中,根据式 (1-4) 可知,电场强度也具有叠加性,即

$$\mathbf{E} = \frac{1}{q_0} \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \mathbf{e}_{ri} \quad (1-5)$$

从式 (1-5) 可以看出,若若干个点电荷在空间某点的合成场强,就等于各个点电荷单独存在时,在该点电场强度的矢量和。这就是电场强度的叠加原理,也是电场的基本性质之一。利用此定理,还可以计算把任意带电体看作由许多点电荷组成的一个整体在周围所产生的电场强度。

【例 1-1】 如图 1-3 (a) 所示,真空中有两个半径为 r_0 电量相等的正、负电荷 q_1 和 q_2 ,带电量分别为 $+q$ 和 $-q$,两电荷之间的距离为 R 。求: (1) q_2 作用于 q_1 的静电力的大小和方向; (2) 若 q_1 和 q_2 之间又出现了一个点电荷 q_3 ,带电量为 $+\frac{1}{2}q$,位置如图 1-3 (b) 所示,则 q_1 所受的静电力又为多少? q_1 处的场强呢?

解: (1) 当 $r_0 \ll R$ 时,由 q_1 和 q_2 形成的点电荷系统叫做电偶极子。从 $-q$ 指向 $+q$ 的矢径 $\mathbf{R}$ 称为电偶极子的轴线。电荷 q 和 $\mathbf{R}$ 的乘积称为是电偶极矩,方向从负电荷指向正电荷。

坐标系如图 1-3 所示。由于 q_1 带正电, q_2 带负电,因此两电荷之间的静电力为吸引力。则 q_2 作用于 q_1 的静电力 $\mathbf{F}_{12}$ 方向应朝向 q_2 ,如图 1-3 (a) 所示。由于 $r_0 \ll R$,忽略了

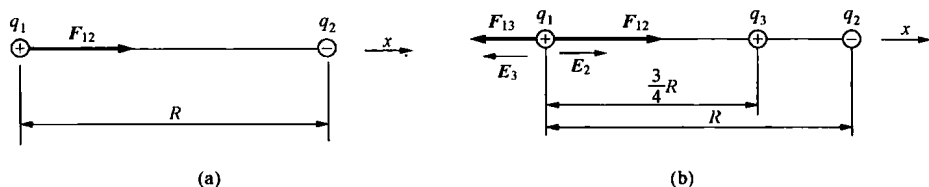


图 1-3 点电荷之间的作用力

(a) 电偶极子之间的作用力; (b) 引入 q_3 后 q_1 的受力和 q_1 处的场强

r_0 时, 利用式 (1-1) 可得

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{e}_x$$

式中: $\mathbf{e}_x$ 为图 1-3 中沿 x 坐标轴正方向的单位矢量。

(2) 当 q_3 引入时, 由于 q_3 为正电荷, 因此, q_3 作用于 q_1 的静电力方向 $\mathbf{F}_{13}$ 应远离 q_1 , 如图 1-3 (b) 所示。类似于 (1) 方法, 可以得出

$$\mathbf{F}_{13} = \frac{q_1 q_3}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r = \frac{\frac{1}{2} q^2}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{3}{4}R\right)^2} (-\mathbf{e}_x) = -\frac{2q^2}{9\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{e}_x$$

而此时 q_2 作用于 q_1 的静电力 $\mathbf{F}_{12}$ 仍然不变。因此, 根据叠加定理, q_1 所受的静电力为 $\mathbf{F}_{12}$ 和 $\mathbf{F}_{13}$ 的叠加, 具体为

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{e}_x + \left(-\frac{2q^2}{9\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{e}_x\right) = \frac{q^2}{36\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{e}_x$$

其方向为沿 x 正方向。

q_1 处的场强 $\mathbf{E}_1$ 也符合叠加定理, 所以应为 q_2 和 q_3 在 q_1 处产生电场强度的矢量和, 利用式 (1-4) 可得

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_{12} + \mathbf{E}_{13} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{e}_x + \frac{\frac{1}{2}q}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{3}{4}R\right)^2} (-\mathbf{e}_x) = \frac{q}{36\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{e}_x$$

$\mathbf{E}_1$ 也可以根据式 (1-2) 得到, 即

$$\mathbf{E}_1 = \frac{\mathbf{F}_1}{q_1} = \frac{q}{36\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{e}_x$$

1.2.4 电场线

当需要描述一个电场的大小和分布情况时, 可以选用求取某一点的场强 $\mathbf{E}$ 的方法。但对于一个比较复杂的带电体来说, 用一个简单明了的 $\mathbf{E}$ 的公式来描述是不可能的。因此, 当只是为了从整体上形象地描述电场, 则可以采用绘制电场线的方法。图 1-4 即为人为画出一组假象的曲线: 曲

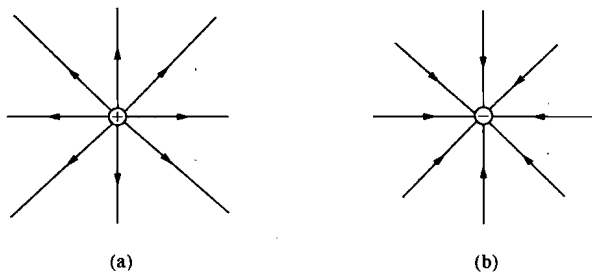


图 1-4 点电荷周围的电场线

(a) 正点电荷周围的电场线; (b) 负点电荷周围的电场线

线上任一点的切线方向即为该点的场强 E 的方向，曲线的疏密程度即表示了场强 E 的大小。图 1-5 列出了不同带电体周围激发的不同的电场。通过观察，可知各种静电场的电场线图有如下共同特点：

- (1) 电场线始于正电荷，终于负电荷，不形成闭合曲线；
- (2) 任意两条电场线不相交，每点场强只有一个确定的方向；
- (3) 电场线的疏密程度反映了场强的大小分布。

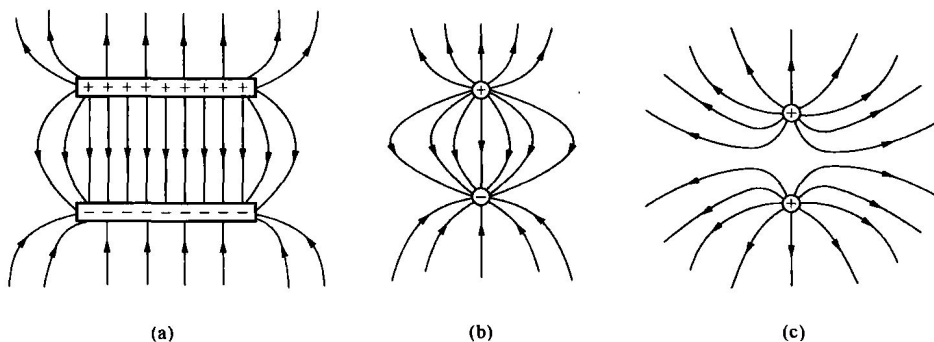


图 1-5 不同带电体周围的电场线

(a) 等值异号电荷的两平行板；(b) 二等量异号点电荷；(c) 二等量正点电荷

1.3 高斯定理

1.3.1 电通量

通量 (Flux) 是描述矢量场的一个重要概念，其来源于流体理论中流量这一概念。流量所表示的是某种流体单位时间通过某一假想曲面的流体净质量，或称流体对该假想曲面的通量。利用通量的概念可以说明场与源的关系，因此通量概念可推广用以描述一切矢量场。但是，静电场中并无任何东西在流动，若应用电场线作形象描述，电通量正是穿过某曲面的电场线的条数。

如图 1-6 所示，将电场强度 E (矢量) 沿任一有向曲面 S 的曲面积分，定义为通过该曲面 S 的正向场强通量，用 Φ_e 表示。其数学表达式为

$$\Phi_e = \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-6)$$

式中： Φ_e 为场强通量， $V \cdot m$ 。

一般规定，曲面法向矢量 $\mathbf{n}$ 指向曲面的正向 (正侧)，这种规定了正向的曲面称之为有向曲面。有向曲线所界定的曲面亦为有向曲面，此时曲面的正向与有向曲线的绕行方向遵循右手螺旋法则。对于封闭曲面，通常规定面的外侧为正面。沿某一有向曲面的曲面积分，即沿该曲面正向作曲面积分。

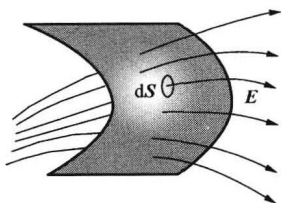


图 1-6 电场通过任意曲面的通量

1.3.2 高斯定理

高斯 (K. G. Gauss) 是德国物理学家和数学家，他为 19 世纪下半叶和 20 世纪初叶的许多物理理论建立了数学基础。静电场的高斯定理是反映静电场性质的基本定理，可

描述为：在任何静电场中，通过任一闭合曲面的电通量，等于该曲面所包围电荷的代数和

$\sum_{i=1}^n q_i$ 除以 ϵ_0 ，即

$$\Phi_e = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i \quad (1-7)$$

另外，在式 (1-7) 中，净电荷是所有被包围的正电荷和负电荷的代数和，其值可正、可负，亦可为零。电荷的量值除了大小以外，还必须考虑其性质，即“+”和“-”。这样，其代数和最终的符号将反映穿过高斯面净通量的特征：若 $\sum q_i$ 为正，则 $\Phi_e > 0$ ，净通量穿出高斯面；若 $\sum q_i$ 为负，则 $\Phi_e < 0$ ，净通量穿入高斯面。图 1-7 所示为任意闭合曲面电通量的示意图。需要注意的是：

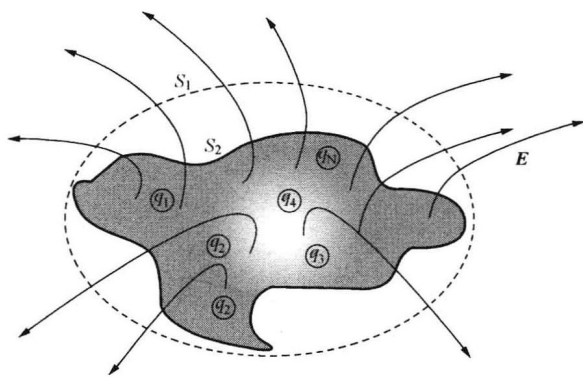


图 1-7 任意闭合曲面电通量

(1) “任何静电场”指除真空中的静电场外还包括存在着各种不同电介质的静电场。

(2) “任一闭合曲面”指只要曲面是闭合的，则与其形状、大小无关。

(3) 闭合曲面上各点的场强 $\mathbf{E}$ 是指闭合曲面内、外全部电荷共同作用产生的合成场强。除闭合曲面内部电荷对 $\mathbf{E}$ 有所贡献外，闭合曲面外的电荷的量值与分布情况也对 $\mathbf{E}$ 有一定的影响。

(4) 闭合曲面的总电通量只与曲面内电荷的量值有关，与曲面内电荷的分布情况无关，与曲面外电荷的数量及分布状况也无关。

从高斯定理可以看出，电荷是静电场的源，电场线始于正电荷终于负电荷，静电场是有源场。

【例 1-2】 如图 1-8 所示，若真空中有半径为 R 的一个导体球面上，均匀的分布着电荷 q ，问球体内、外的电场强度为多少？

解：在球外任取一点 P ，距离球心的距离是 r_1 ($r_1 > R$)。由于电荷 q 在球面上均匀分布，因此电荷生成的电场线也均匀地由球面向外发散。若以球心为圆心， r_1 为半径做一个过 P 点的高斯面，则球面各点的 E 的大小相等，方向都为矢径方向。通过 S 面的电通量为

$$\Phi_e = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = E \cdot 4\pi r_1^2$$

根据高斯定理，可知

$$\Phi_e = \frac{q}{\epsilon_0} = E \cdot 4\pi r_1^2$$

因此，场外任一点的电场强度为

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}$$

如果在球内任取一点 P' ，距离球心的距离是 r_2 ($r_2 < R$)。

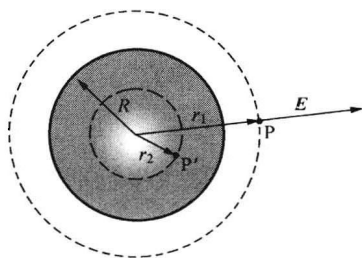


图 1-8 真空中均匀带电圆球面

同样以球心为圆心, r_2 为半径做一个过 P' 点的高斯面。由于电荷都分布在球体表面上, 球内部并无任何电荷分布, $q'=0$ 。则通过 S' 面的电场强度为

$$E' = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} = 0$$

从 [例 1-2] 结果可以得到, 均匀带电球外任一点的电场强度与点电荷在该点处的电场强度相同。实际中物理学家在研究引力时发现了所谓的“球壳定理”, 就是电荷均匀分布的球壳吸引或排斥球壳外的带电粒子时, 就好像全部球壳的电荷都被集中在其中心一样。这个定理同样在静电场中适用。

【例 1-3】 如图 1-9 (a) 所示, 真空中无限大均匀带电薄平面上均匀分布着面电荷密度为 σ 的电荷, 求平面周围空间电场线的分布情况。

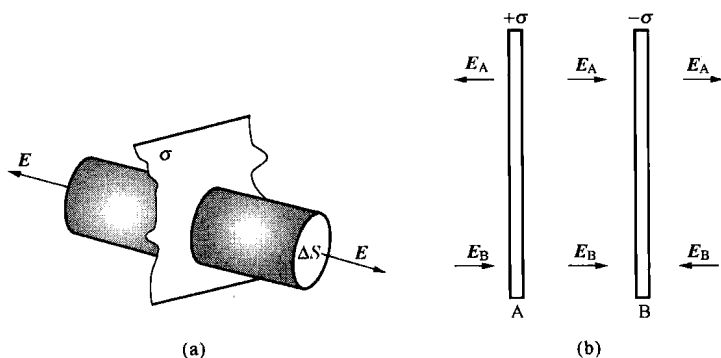


图 1-9 无限大带电平面和平行板的场强

(a) 无限大均匀带电平面场强; (b) 无限大均匀带电平行板场强

解: 由于电荷分布在带电平面上分布的对称性, 则距离平面两侧等距离处的电场强度 E 大小相等, 方向都垂直于平面, 具有对称性。如图 1-9 (a) 所示, 取一个圆柱高斯面 S , 其轴线与平面正交, 底面积为 ΔS 。通过这个闭合柱面的通量就可以分为两个部分, 分别是通过上下底和圆柱侧面的通量。由于平面上电荷产生的通量的方向为垂直于平面, 与高斯面中圆柱体的侧面平行, 因此通过圆柱侧面的电通量为零。总的通量这个时候只剩下通过圆柱上下底的部分, 即

$$\Phi_e = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = E \cdot 2\Delta S$$

再根据高斯定理得

$$\Phi_e = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma\Delta S}{\epsilon_0}$$

因此, 电场强度的大小为

$$E = \frac{\Phi_e}{2\Delta S} = \frac{\sigma\Delta S}{\epsilon_0 \cdot 2\Delta S} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

其方向为垂直平面向外。

所以, 图 1-9 (b) 所示的带等量异号电荷且电荷分布均匀的一对无限大平行平面内部的电场强度大小为

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

其方向由带正电荷的平面指向带负电的平面，且平行平面外的电场强度为零。

【例 1-4】 如图 1-10 所示，真空中同轴电缆内导体壳 A 和外导体壳 B 上沿轴线分别带有单位长度带电量为 $\pm\lambda$ 的电荷，内外导体壳半径分别为 R_1 和 R_2 ，求导体壳 AB 之间的电场强度（AB 壳之间充满了空气）。

解：做一个半径为 r ($R_1 < r < R_2$)，高为 h 的同轴圆柱形封面 S 。但不同于 [例 1-3]，同轴电缆中的电场强度如图 1-10 所示与圆柱侧面的法线方向相同，和圆柱底面平行。因此，通过圆柱底面的通量为零，总的电通量只有通过圆柱侧面的，则总电通量为

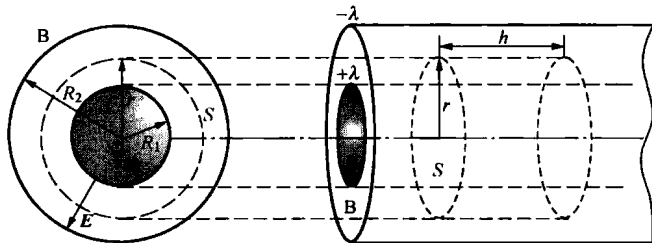


图 1-10 同轴电缆内部电场

$$\Phi_e = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = E \cdot 2\pi rh$$

再根据高斯定理得

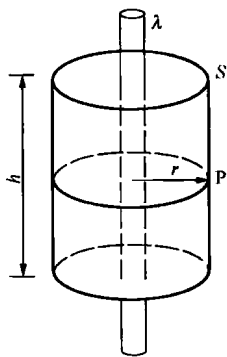
$$\Phi_e = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$$

因此，电场强度的大小

$$E = \frac{\Phi_e}{2\pi rh} = \frac{\lambda h}{2\pi rh\epsilon_0} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

其方向与圆柱侧面法线方向相同。

【例 1-5】 如图 1-11 所示，真空中无限长均匀带电直导线线电荷密度为 λ ，求周围空间场强分布。



解：如图 1-11 所示，无限长均匀带电直导线的电荷分布具有轴对称性，因此其周围的电场也一定具有轴对称性。与带电直导线距离相等的地方，例如在图 1-1 上画出的一个通过 P 点、以带电直导线为轴，半径为 r ，高为 h 的同轴圆柱高斯面，其侧面上各点的场强大小一定相等，方向沿圆柱径向。

如 [例 1-4] 的分析，最终有效通过高斯面的电通量只有圆柱侧面的，因此

$$\Phi_e = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = E \cdot 2\pi rh$$

再根据高斯定理得

$$\Phi_e = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$$

因此，电场强度的大小为

$$E = \frac{\Phi_e}{2\pi rh} = \frac{\lambda h}{2\pi rh\epsilon_0} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

其方向与圆柱侧面法线方向相同。

这个结论与 [例 1-4] 是相同的。因此，再次验证某高斯面内的电通量只和高斯面包围的电荷有关。

图 1-11 无限长直导线
周围的场强

上述几个例题的结论,在今后电磁场的分析中都可以拿来直接应用,因此,希望大家当成公式记忆。

1.4 静电场的环路定理与电位能

前面几节引入了电场强度 E 来描述电场的状态,从中知道电场有力的属性,即静电场对场中的电荷有力的作用。本节将讨论电荷在电场中移动时受力进而电场力会对其做功这个事实,阐述电场还具有能的属性。

1.4.1 静电场力所做的功

设 q_0 是位于点电荷 q 产生的静电场中某处的点电荷,将其从 a 点经任一路径 l 移动到 b 点,如图 1-12 所示,则电场力对 q_0 做的功为

$$A_{ab} = q_0 \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = q_0 \int_a^b E \cos \theta dl$$

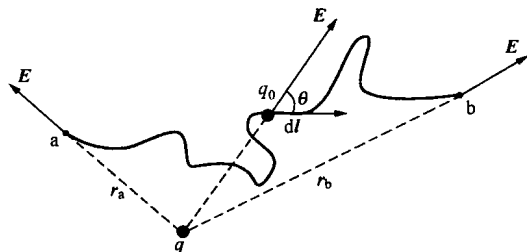


图 1-12 电场力对 q_0 做的功

若此静电场是由点电荷 q 产生的,其产生的电场强度就是 E ,则上面所求的功可写为

$$\begin{aligned} A_{ab} &= q_0 \int_a^b \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta dl \\ &= \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{r^2} dr \\ &= \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right) \quad (1-8) \end{aligned}$$

其中, $dr = \cos \theta dl$, 而 r_a 和 r_b 分别表示源电荷 q 到起始点 a 和到终点 b 的距离。由此可见,在由点电荷激发的电场中,电场力对电荷所做的功仅仅与起始点与终点的位置有关,而与走过路径的长短、形状无关。

当结合静电场中的叠加定理时,上述由点电荷推出的结论可以推广到任意带电体(静止的点电荷系或电荷连续分布的带电体)所产生的电场中去。当试验电荷 q_0 在电场中运动时,电场力对 q_0 所做的功等于各个点电荷单独存在时电场力对 q_0 做的功的代数和,即

$$A_{ab} = q_0 \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \sum_{i=1}^n q_0 \int_a^b \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{l} = \sum_{i=1}^n \frac{q_i q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_{ia}} - \frac{1}{r_{ib}} \right) \quad (1-9)$$

式中: r_{ia} 和 r_{ib} 分别表示源电荷 q_i 到路径起始点 a 和到路径终点 b 的距离。

最后,可以得出结论,实验电荷在任意静电场中移动时,电场力所做的功仅与电场本身的性质(场源电荷的量值和其分布)、实验电荷的量值及路径的始末位置有关,而与路径的长短、形状无关。

1.4.2 静电场的环路定理

由式(1-8)可知,当试验电荷 q_0 从电场中 a 点沿任意闭合路径 l 再回到原来位置时,静电场做功为零,即

$$A_{ab} = q_0 \oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (1-10)$$

因 $q_0 \neq 0$, 所以, $\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$ 。

式(1-10)表明,在静电场中电场强度沿任意闭合路径的线积分恒等于零,这即为静电场的环路定理(Electrostatic Field Circuital Theorem),如图1-13所示。电场的环路定理表明了电场有保守性,静电力为保守力,这是静电场的一个重要特性。

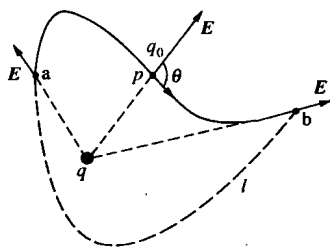


图1-13 静电场的环路定理

1.4.3 电位能

由于电场力做功只与起点和终点的位置有关系,因此可以引入“位”的概念。因此,静电场是“有位场”,即上面论述的“保守场”。

电位又称电势,在大学物理的课本中一般见到的是“电势”一词,但在例如电工学等工程书籍中,通常采用的是“电位”一词,因此本书采用后者。

在高中物理中已经学过重力势能的推导和计算,知道重力做功也只与做功的起点和终点的位置有关,因此,重力场也是一个保守场。因此,在学习静电场时,可以参照重力场的某些特性,即保守力场可以引入位能(又称势能)的概念。静电场是保守力场,因而可以引入“静电位能”(又称静电势能)。电荷位于静电场中时,将具有一定的电位能,电场力所做的功的多少即为电位能改变的量度。设将位于静电场中的试验电荷 q_0 从 a 点运动至 b 点,电场力做的功为

$$W_a - W_b = A_{ab} = q_0 \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (1-11)$$

式中: W_a 和 W_b 表示试验电荷 q_0 在 a 点和 b 点两处的电位能。

与重力势能相似,电位能的值是一个相对量,要想知道电场中某点的电位能的量值需要在静电场中设定一个参考点,如电位能为“零”的点。若选取上式(1-11)中 b 点的电位能 W_b 为零,则 a 点的电位能 W_a 为

$$W_a = A_{a, \text{电位能零点}} = q_0 \int_a^{\text{电位能零点}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (1-12)$$

在实用中,通常选取无穷远、大地或是公共参考物为“零点”。如果在一(闭合)系统内仅有保守力的作用,则系统的机械能是守恒的。因此,类比于其他形式的机械能,电势能也作为机械能的一种,可以拥有上述特性。

1.4.4 电位

由式(1-12)可知,试验电荷 q_0 在电场中 a 点的电位能 W_a 与 q_0 的大小成正比,与电场强度等都有关系。因此,电位能并不能描述电场中某点具有的性质。因此,将 W_a 除以 q_0 , 比值 $\frac{W_a}{q_0}$ 与试验电荷 q_0 无关,此时反映的即是电场中某点的性质。我们将此比值定义为 a 点的电位(Electric Potential),用 U_a 表示为

$$\begin{aligned} U_a &= \frac{W_a}{q_0} = \int_a^{\text{电位能零点}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \\ &= \int_a^{\text{电位能零点}} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r \cdot d\mathbf{r} = \int_a^{\text{电位能零点}} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr \end{aligned} \quad (1-13)$$

若设无穷远处为电位能零点,则式(1-13)可表示为

$$U_a = \int_a^{\infty} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (r \neq 0) \quad (1-14)$$