当代著名科学家科学成就与哲学思想

宋明南 梁重言
周浩祥 赵德水 主编

河海大学出版社

当代著名科学家

科学成就与哲学思想

宋明南　梁重言　周浩祥　赵德水　主编

河海大学出版社

责任编辑　　吴劭文
特约编辑　　高　明
封面设计　　赵志文

当代著名科学家
科学成就与哲学思想

宋明南　梁重言　周浩祥　赵德水　主编

河海大学出版社出版发行
（南京市西康路1号）
江苏省新华书店经销
南京花园印刷厂印刷

开本787×1092　1/32　印张 10.625　字数240千字
1989年10月第1版　1989年10月第1次印刷
印数0001—2750册　定价：4.45元

ISBN　7—5630—0223—5/N·1

目　　录

希 尔 伯 特

一、生平简介

大卫·希尔伯特（David Hilbert 1862—1943年）是二十世纪最伟大的数学家之一。他出生在东普鲁士的哥尼斯堡，从小热爱科学，在众多的课程中，数学一直是他能得心应手、灵活自如地把握的学科。希尔伯特把数学视为他心目中的皇后，以致违背父亲要他学习法律的意愿，断然决定在大数学家雅可比（Jacobi）曾执教过的哥尼斯堡大学攻读数学。在青年数学教授赫维茨（A.Hourwitz）的热情指点下，希尔伯特开始踏上数学研究之路。1885年希尔伯特取得博士学位，随后在哥尼斯堡大学任教。希尔伯特在数学界崭露头角，是由于他在1888年以全新的思维角度，简单而又清晰的方法解决了不变式理论中著名的“果尔丹（Gordan）问题”，而引起数学家们的关注。8195年著名的大数学家克莱茵热情邀请希尔伯特到哥廷根大学任数学教授，从此哥廷根数学研究也就由他开辟、前进。希尔伯特在哥廷根大学任教长达35年，在这期间，他不仅自己成果累累，而且以豁达开明的人品，侮人不倦的精神，献身科学的信念，吸引了一批又一批数学界的后起之秀，造就了一个思路开阔，群星荟萃的数学学派，使哥廷根成为当时世界数学研究的中心。但是，由于希特勒的倒行逆施，致使德国数学界不断走向衰落。希尔伯特晚年期间，学生纷纷离开哥廷根，最

后，希尔伯特于1943年2月14日在孤寂中去世。

二、科学成就

希尔伯特数学研究的一生中，几乎涉猎了数学科学的所有领域，并作出卓越的贡献，被誉为数学史上“最后一位数学全才。”考察希尔伯特一生的科学活动，我们可以看到他数学研究的清晰的轨迹：

1885—1893年，围绕“果尔丹问题，”研究代数不变量理论。所谓“果尔丹问题”，提出：是否存在一组基（即一组个数有限的不变量），使得其它所有的不变量（尽管它们的个数有无穷多）都能够用这组基的有理整形式表出？果尔丹本人已成功地证明了二次型这种最简单的代数形式存在一组有限基。但是，各国数学家花了20多年的努力，竟没有人能把果尔丹的证明推广到比二次型更复杂的代数形式上去。希尔伯特则雄心勃勃地把“果尔丹问题”作为步入数学界的第一个研究课题。他首先以全新的证明方法，简化了果尔丹关于二次型的著名证明，而后，摆脱传统的研究方法，另辟溪径，从本质上改变了问题的提法，采用了关于模（module）的有限基存在的辅助定理，从而完满地证明了果尔丹定理，结果在数学界引起轰动。

1893—1898年，他的研究重心落到代数数域理论。这是由于德国数学学会要求他提交的一份数论报告。他在研究中看到数论在代数和函数论中已经起着主导作用，并与其它数学分支之间有着深刻的关系。他力图通过系统地建立代数数域理论，开创数论研究的新时代。1896年希尔伯特《代数数域理论》报告的发表，成为数学文献中的一颗明珠，被数学家奉为经典。

1898—1902年，对传统几何学进行形式的公理化研究。

1899年，希尔伯特发表了具有划时代意义的著作《几何基础》，直接在数学界引发了一场公理化运动。希尔伯特认为：数学的严密化是通过各个数学分支的公理化来完成的。公理化方法不仅使许多旧的和新的数学分支的逻辑基础得以建立，而且也能确切地揭示出每个分支以哪些假定作为基础，比较和弄清各个分支间的内在联系。希尔伯特是公理化方法的倡导者和旗手，他的公理化思想经久不衰地影响着现代数学的发展。

1902—1912年，积分方程成为他主要研究的对象和问题。希尔伯特发现积分方程的研究对于定积分理论，任意函数的级数展开，线性微分方程理论，位势理论和变分法都有重要意义。因此，他全力以赴，深入研究这一课题，建立了对称核的一般谱理论和双线性对称形式的谱理论，并将积分方程的方法用来解决物理问题。为量子力的创立提供了合适的数学工具。

1910—1922年，他对物理学，尤其是理论物理学产生了极大的兴趣。尽管希尔伯特物理学研究成果还不如数学研究成果大，但是物理学界还是把他看成是统一引力场及电磁场的统一场论的先行者。

1922—1930年，晚年的希尔伯特又致力于数学基础的研究，并以形式主义的理论和观点卷入数学大论战。他的工作导致了"元数学"和"证明论"二个数学分支的创立。总之，希尔伯特的一生是充满着创造发现的一生，他精力充沛，眼力深遂，富于独创，成果累累，贡献卓越。

三、哲学思想

1、数学问题的研究是数学进步的起点和动力

希尔伯特不仅在数学研究中，成就煌辉，而且在科学的认

识论和方法论上也才智超群，独树一帜；他既能在不同的数学分支领域开拓、创新，又善于从总体上去把握数学这门抽象科学的本质、特征和规律，进行全面而又深刻的哲学思考。因此，希尔伯特既是一位伟大的数学家，又是一位杰出的数学哲学家。

希尔伯特数学研究的特点是十分鲜明的，他的工作可划分成几个不同的时期，而每个时期几乎集中在一组特殊的数学问题上。当他全神贯注于积分方程时，积分方程似乎就是一切；当他介入“数学基础”大论战时，他便放弃其它数学问题的研究，契而不舍，专心致志。希尔伯特每进入一个新的研究领域，面对新的数学问题，不仅全力以赴，而且卓有成效。希尔伯特正是以这种具体的不同的数学问题为核心，以不同的方式展开研究，而获得广博和精深的数学的知识。

希尔伯特不仅致力于数学问题的研究，而且还力图从方法论的角度，对数学问题进行全方位的哲学思考。希尔伯特在这纷繁庞杂的数学王国中，以非凡的洞察力，揭示了数学问题的内在联系，即矛盾性之所在，是数学科学进步的动力。他认为：一切具有科学价值，能预示着科学进步方向的数学问题，终究会在科学发展的历史长河中发挥其应有的作用。

但是，数学问题的源泉何在？希尔伯特认为：传统数学几乎整个都建立在经验和实用的基础之上，并把数学作为真实现象的准确描述。希腊人、笛卡尔、牛顿、欧拉等大数学家都认为自己的工作揭示了天地万物是数学的设计，是客观世界真实的数学写照。希尔伯特也无可怀疑地看到“在每个数学分支中那些最初、最老的问题，肯定是起源于经验，是由外部现象世界提出的。”（希尔伯特《数学问题》）正是这些经验世界和自然科学中不断提出问题，从而有力地推动了数学科学的进

步和发展。

随着现代数学的迅速发展，数学家在数学研究的实践中开始认识到：数学科学进步的源泉，并不是仅仅来自于实践和经验中的问题，同样也来自于数学自身的逻辑体系。由于十九世纪数学研究的巨大进展使人们获得了数学与自然界之间的关系的正确看法。“那些在真实世界没有直接对应物的概念被逐步引进被接受，确实迫使人们承认数学是一种人为的，并且多少带有任意性的创造物，而不仅仅是从自然界里引导出来的、本质上是真实事物的一种理想化”。（克莱茵《古今数学思想》四卷106页）。希尔伯特同样认为，这些在真实世界中没有直接对应物的数学概念也是一种实在和科学研究的对象，是真理的一个独立部分，数学对象所给予我们的和真实世界的对象所给予我们的一样。事实上，现代纯粹数学的出现，它“通常并不受来自外部的明显影响，而只是借助于逻辑组合，一般化、特殊化，巧妙地对概念进行分析和综合，提出新的富有成果的问题，因而它自己就以一个真正提问者的身份出现。”这就导致了数学研究的抽象化，逻辑化，使数学研究的问题远离了直接的经验。

由于提出数学研究问题的角度不同，从而形成了数学发展的二大趋势：即应用数学和纯粹数学。前者是研究同经验现象有关的数学问题，而后者更多地是研究从数学理论体系内部引出的问题。但不论怎样，希尔伯特始终坚信，数学科学的进步来源于纯粹数学问题的提出和解决，并认为，重点在于提出问题。显然，一个问题的完美提出和设置，便意味着问题已解决了一半。希尔伯特认为，提出问题之所以比解决问题更为重要，是因为解决问题也许仅仅是一个数学或实践上的技能问题，而提出新的问题、新的可能性、从新的角度去看旧的研究课题却需

要有创造性和想象力。新问题的提出往往标志着科学进步的真正开端。在任何一门科学中只要能不断地提出大量的新问题，那么，它的发展就充满着生机和活力；否则，将预示着它的成熟和衰老。希尔伯特从科学的认识论和方法论的高度提出对“数学问题”的研究是数学科学进步的动力所在，这一精辟的科学哲学思想和见解，主要反映在1900年巴黎国际数学家代表大会上的演讲里。

1900年，在新旧世纪交替之际，已在数学界享有盛誉的希尔伯特被邀请在夏季举行的巴黎国际数学家大会上作一次重点发言。这应是一个与新世纪的到来相称的动员令。如何才能不负众望，希尔伯特思索良久，并和他的挚友闵可夫斯基(Minkowski 1864—1909)进行了一番商讨，经过一段时间的酝酿和斟酌，希尔伯特准备以全新的发言方式和内容来完成这次重要的演讲，改变传统的演讲只是作数学研究工作的介绍，而以提出数学问题，展望新世纪的数学发展方向为核心，来展开他的整个演讲。当时，希尔伯特别具一格的关于《数学问题》的演讲在数学界引起巨大的轰动，受到数学家们的普遍关注。

希尔伯特的《数学问题》的演讲闪耀着许多光彩夺目的科学思想和哲学思想。他一开始就以丰富的想象，激动人心地向数学界构画出新世纪的一幅迷人而又神秘的画卷，“我们当中有谁不想揭开未来的帷幕？看一看在今后的世界里我们这门科学发展的前景和奥秘呢？我们下一代的主要数学思想将追求什么样的特殊目标？在广阔而丰富的数学思想领域，新世纪将会带来什么样的新方法和新成果？”随后，希尔伯特把目标和追求引向了“数学问题”这一核心，提出“正如人类的每项事业都追求着确定的目标，数学研究也需要自己的数学问题，正是通过这些问题的解决，研究者锻炼其钢铁意志，发现新方法和

新观点，达到更为广阔和自由的境界。”

关于数学问题的思考，对希尔伯特来说是深刻而又全的。他不仅揭示了数学问题在数学科学进步过程中的意义和位，而且全面阐发了提出问题应采取的方法和角度。希尔伯认为：一个重大的富有成效的数学问题应具备这样几个特点（一）清晰性和易懂性。因为清楚、易于理解的问题能吸引们的兴趣，而复杂的问题往往会使人望而却步；（二）问题该是困难的，但又不是完全无从下手的。只有这样，才能引我们去研究，以免劳而无功。（三）问题应该有重大意义。学问题的正确提出和解决，有时会导致新的分支学科的兴起新的研究领域的开拓，从而极大地推动数学自身的进步和展。希尔伯特用大量的数学史实来证明这些观点。例如，现数学的重要分支——变分法的起源应归功于贝努利(Bernoul的“最速降落线”问题的提出和解决；三体问题的研究，对代天体力学的发展产生巨大的影响，提供了卓有成效的数学析方法；“费尔马（Fermat）问题”的研究，则推动了抽代数数论领域的进展。数学问题无论是纯粹从数学本身抽象提出，还是从基本的自然现象中产生，希尔伯特坚信：“通这些问题的讨论，我们可以期待科学的进步。”

希尔伯特还专门探讨了解决数学问题的基本方法和指导想，研究了数学科学活动过程中严格化与简单化、特殊化与般化的辩证关系。希尔伯特认为：严格的方法同时也是比较单、比较容易理解的方法，正是追求严格化的努力驱使我们寻求比较简单的推理方法。因此，严格化和简单化不是绝对立的，而是相辅相成的。至于数学问题的特殊化和一般化的系，希尔伯特则认为：数学问题的提出必然具有特殊性，但殊问题的卓有成效的解决，有赖于比较容易、较一般的问题

行全面系统的研究，扫除前进道路上的障碍，从而从一般走向特殊。希尔伯特把提出和解决数学问题的工作称之为“克服数学困难的最重要的杠杆之一。”

每个时代都有它自己的问题，这些问题，或后来得以解决，或因为无所裨益而被抛在一边并为新的问题所取代。而科学的活力正在于新旧问题之间的矛盾运动。基于对“数学问题”的意义、方法、特点的思考和认识，希尔伯特在新世纪来临之际，站在数学研究的最前沿，回顾并展望了当今科学发展所提出的、期望在将来能够解决的问题，高瞻远瞩地用23个数学问题*预示二十世纪数学发展的前景和趋势。

事实上，23个数学问题的提出，犹如洒落的绚丽的瑰宝，

注＊23个数学问题是：（1）康托的连续统基数问题；（2）算术公理的相容性；（3）两个等底等高的四面体体积之相等；（4）直线作为两点间最短距离的问题；（5）李（S. Lie）的连续变换群概念，不要定义群的函数的可微性假设；（6）物理公理的数学处理；（7）某些数的无理性和超越性；（8）素数问题；（9）任意数域中最一般的互反律之证明；（10）丢番图方程可解性的判别；（11）系数为任意代数数的二次型；（12）阿贝尔域上的克隆尼克定理在任意代数有理域上的推广；（13）不可能用仅有两个变数的函数解一般的七次方程；（14）证明某类完全函数系的有限性；（15）叔伯特计数演算法的严格基础；（16）代数曲线和曲面的拓扑；（17）正定形式的平方表示式；（18）由全等多面体构造空间；（19）正则变分问题的解必定是解析的吗？（20）一般边值问题；（21）具有给定单值群的线性微分方程存在性的证明；（22）通过自守函数使解析关系单值化；（23）变分法的进一步发展。

吸引了众多优秀的数学家的目光，把他们纷纷卷入解决希尔伯特数学问题之中。从那以后，数学家们把解决希尔伯特数学问题，那怕只是其中的一部分，都看成为至高无上的荣誉。自从1936年创立了在国际数学界颇负盛名、能与诺贝尔奖相媲美的菲尔兹（Fields）数学奖以来，据统计：60%的获奖者的工作与希尔伯特数学问题有关。1976年，美国数学学会组织评论1976年以来美国十大数学成就，其中就有3项是希尔伯特数学问题的解决。80多年来的数学发展的历史和实践表明：希尔伯特的数学问题具有其特定的价值和历史地位，它为数学界的精英提供了广阔的研究领域和收获丰富的科学猎场。希尔伯特把数学问题作为数学科学进步的动力所在的思想，经久不衰地影响着现代数学家的思维。1976年，在美国的伊利诺斯大学的一次国际数学会议上，当代数学家试图步希尔伯特的后尘，同样向数学界提出27个新的数学问题。但是，由于现代数学的高度发展，这项工作已不是任何那一位数学家所能胜任，需要由25位著名的数学家共同选定。显然，提出和解决数学问题已成为现代数学研究的一种传统。

2、对数学基础的反思和形式主义的观点。数学是一门古老的科学。自从欧几里德创立几何学的公理体系以来，数学逐渐走上了自身发展的逻辑轨道。古希腊的数学融于哲学之中，数学哲学研究的目的是对数学的绝对真理性的确认，而这种绝对真理性的信念，随着数学的发展日益被人们所接受。文艺复兴时代，经院哲学的各种思想体系普遍受到怀疑和批判，但“数学则是唯一被大家公认的真理体系”。欧氏几何和算术理论在当时就分别看成是关于空间和数量关系的绝对真理。直到十九世纪二十年代，由于非欧几何的创立，对传统的数学观念产生巨大的冲击和影响，迫使数学家从根本上改变对数学性质

的认识以及对数学与物质世界关系的理解，从而引出了一系列关于数学基础的认识问题。

希尔伯特正是诞生在这个数学和数学基础需要全面反思的时代。他同当时所有的大数学家一样都卷入数学基础研究的这股洪流之中。由于希尔伯特具备着扎实的数学功底和良好的哲学素养，故使他能够站在时代的高度来审视数学的历史和现状，把握数学发展的未来。

希尔伯特发现，十九世纪以前的数学家，过份地把数学的发展跟天文学、力学、工程学视为一体。在数学的严格性、完美性和实用性、有效性两者之间，人们往往选择后者，以致十八世纪末，普遍认为数学的资源已经枯竭，数学家将无事可做。但是，当非欧几何的出现和需要对微积分的严格基础考察时，不少数学家又束手无策。显然，数学的本质、特征和规律需要再认识。不过，希尔伯特探讨数学基础问题的第一步是对传统的几何学进行公理化研究。

众所周知，欧几里德几何学理论，是用公理化方法，把原来零乱的互不相关的几何命题组成一个有机的整体，并表现为“一种‘对象——公理——演绎’系统”。这种系统具有鲜明的直观意义。非欧几何的创立，使传统的几何观念受到怀疑和挑战，它意味着几何学已不再从属于特定的对象，（例如现实空间中的点、线、面）。希尔伯特通过对几何学基础的全面考察，确信对现代几何学来说，重要的已不在于对象是什么，而在于以什么为前提来展开几何理论，他甚至用最朴素的语言表达他这一思想，“在一切几何命题中，我们必定可以用桌子，椅子和啤酒杯来代替点、线、面”。希尔伯特采用形式的合理化方法，对传统的几何学进行了全新的处理，舍弃了原来几何理论中所包含的特定含义和几何对象的直观背景，使传统

几何学形成了一种“假设——演绎”系统，又称“抽象公理系统”。希尔伯特的《几何基础》一书的出版，立即吸引了整个数学界的注意，引起极大的反响。人们赞美希尔伯特将抽象的观点与具体的传统语言创造性地结合起来的那种形式公理化方法，赞美希尔伯特把逻辑力量与创造性活力结合起来的精神。

当然，希尔伯特的目标并不仅仅在于几何学的形式公理化，而是力图把整个数学理论都用一种彻底严格的形式公理方法加以抽象化、系统化、逻辑化，使数学的研究从个别的具体命题演绎，扩展到整个数学理论的研究。希尔伯特提出：任何数学的抽象的公理系统都应满足某种逻辑要求：（一）完备性。即所有定理可由系统的公理推得；（二）独立性。指系统中的公理没有一个是可以省略的；（三）相容性。从系统的公理出发不可能推出任何互相矛盾的定理。希尔伯特基于对整个数学理论基础的哲学反思和对其形式的公理化追求，导致了一门新的数学学科——“元数学”（Metamathematics）的诞生。

希尔伯特始终提倡和赞美“公理化思想”。他认为：“不管哪个领域，对于任何严正的研究精神来说，公理化方法都是并且始终是一个合适的不可缺少的助手。它在逻辑上是无懈可击的同时也是富有成果的”。“通过突进到公理的更深层次……我们能够获得科学思维的更深入的洞察力，并弄清我们知识的统一性。”① 由于公理化方法不仅使许多旧的和新的数学分支的逻辑基础得以建立，而且也确切地揭示出每个分支以哪些假设作为基础，并使得有可能比较和弄清各个分支间的联系。因此，自希尔伯特1899年发表《几何基础》以来，二十世纪初，便在数学界形成了一个公理化运动。公理化方法渗透到数

①克莱茵：《古今数学思想》第四卷，第100页，上海科技出版社。

学的各个领域，极大地推动了现代数学的发展，成为纯粹数学研究的强有力的手段。

对数学基础的强烈关注和深入思考，在希尔伯特数学研究的一生中，形成了二次高潮。第一次是对传统几何进行形式的公理化改造，它是对非欧几何的创立所带来的数学危机的一种反应。第二次则在二十世纪初，由于罗素悖论的提出，被誉为精确科学典范的数学，竟然也出现不可避免的矛盾，使数学家惊愕不已，出现了著名的第三次数学危机，把数学基础问题的讨论再度引向高潮。

二十世纪二十年代前后，数学界围绕数学基础的讨论已形成三大流派：（1）以罗素为首的逻辑主义；（2）以布劳威尔（Brouwer 1881—1966年）为首的直觉主义；（3）以希尔伯特为首的形式主义。逻辑主义者把逻辑作为数学的基础，认为数学可以通过逻辑推导得出，因而它是逻辑的一种展延。直觉主义坚信：数学思维是一种自我构造，与经验世界无关，只受基本的数学直觉的限制。形式主义力图用形式系统的无矛盾性（相容性）的证明代替真理性的分析。

事实上，希尔伯特对数学基础的再度关注，并以形式主义独树一帜地介入论战的旋涡，很大程度上是由于布劳威尔为代表的直觉主义的挑战所致。布劳威尔为了回答罗素的悖论，对已有的数学采取一种极为激进而又强烈的批判态度，他认为：数学思想和语言形式在本质上是不相干的，它不可能借助于语言形式得到精确的表达。他甚至拒绝接受逻辑排中律。直觉主义的构造性数学观点，在年青一代的数学家中产生了巨大的影响。这才使希尔伯特开始意识到“数学基础”的问题，已关系到整个数学大厦能否牢固和稳定，看到了这种对数学进行哲学反思的重要性。因而希尔伯特在晚年投入了全部精力，研究数