

大專用書

應用多變數分析

S. James Press 著
林燦隆・沈明來 譯



國立編譯館出版

大 專 用 書

應用多變數分析

S. James Press 著
林燦隆・沈明來 譯

國 立 編 譯 館 出 版

中華民國七十三年四月一日台初版

應 用 多 變 數 分 析

版 權 所 有
翻 印 必 究

定價：精裝新台幣叁拾元
平裝 \$5.00

譯 者：林 燦 隆
沈 明 來

出版者：國立編譯館

印行者：國立編譯館

館 址：台北市舟山路二四七號

電 話：三 二 一 六 一 七 一

序 言

本書為提供研究所學生應用多變數分析之教科書而編輯。因在這種課程，通常可包含較一般更多的教材，故本書可按學習之目的，選擇講授適當的題目，作為從事各種研究時參考之用。本書若省略一些章節及一些定理之證明（如每章後之補充材料），可得到內容較為簡要，而數理部分較簡單的課程。

本書是作者在芝加哥大學商學及統計研究所講學時使用的一學期（quarter）課程之講義，經整理而成者。因此一課程主要為社會科學及統計學學生而開設，所以所列舉的例子多屬於這些學科之範疇。在課堂，幾乎每章只講述其一部分（許多章節及證明均去掉），而有些省略之章節則包含在專題研究課程。本書每章後均附有習題。

本書不僅對專業的統計學家有用，且對於時常應用多變數分析於行為科學及社會科學研究的教師及研究人員也很有幫助。書中範例雖然很少涉及生物學及自然科學的範圍，但本書之方法也可應用於這些學科。

本書分成二部，第Ⅰ部討論多變數分析的基礎理論，第Ⅱ部介紹多變數之模式及應用。統計學者也許願意費更多的精神於第Ⅰ部，然而興趣在於應用方面之研究人員及學生，可能願意花更多時間於第Ⅱ部。第Ⅰ部僅在需要了解與特定模式有關之基本理論時作為參考。

本書假定讀者已經熟悉單變數統計學之技術，譬如，已修過一年之統計學課程。再者，雖然在第二章也介紹矩陣之運算，但假定讀者

已讀過一學期的矩陣課程，則在此章花的時間可為最少。在時間數較多的課程，可假定學生不太熟悉矩陣，而需仔細研讀矩陣計算法。

本書以抽樣理論及貝貽技術 (Bayesian Approach) 二種方法處理多變數分析之問題。再者，貝貽統計法的觀念已在文中說明得很清楚，所以在本書不需事先準備有關的知識。

在本書附錄中包含很多電腦程式摘要，用以處理在本書討論過的各種多變數分析技術。在附錄二表列大多數需要用到的分配表，而在另一附錄則錄寫參考文獻，使得讀者不僅知道方法之出處，且也了解各種多變數模式之實際應用。

出版一本書，必須預先劃下書本的範圍。重要而常被提到，但未在本書詳細討論的多變數問題有多變數時間序列 (multivariate time series)，波譜分析 (spectral analysis)，含一個以上依變數聯立方程式系，路徑分析 (path analysis)，多變數“誤差變數”模式，多變數隨機係數模式，多變數試驗設計如抽樣設計等，無母數多變數分析，以及許多離散多變數分配 (包括多維關連表及馬可夫過程) 等。

作者對於多變數分析所以發生興趣，得助於英格年歐爾金 (Ingram Olkin) 的鼓勵。他對於多變數分析的熱誠甚為感人，且其理想是不言而喻的，尤其在第二章裏可以看得出來。同時感謝他對於本書手稿提供很多寶貴的建議。然而，對於本書之任何錯誤，本人仍應負其全責。

本書得到國家科學基金計劃編號 GS-1350 及 GS-2347 經由 Arnold Zellner 的經費補助。他同時也協助澄清幾個貝貽方法之問題。本書最後完成得助於國家科學基金補助計劃 GP-17592。

捷克斯·決氏 (Jacques Drèze)、托馬斯·方格遜 (Thomas Ferguson)、雪馬爾·格士爾 (Seymour Geisser)、帝馬克·沙馬

(Divakar Sharma)、亨利·雪爾(Henri Theil)、及羅貝德·維克爾(Robert Winkler)等人對於本書之手稿提供很寶貴的建議。與林格利(D. V. Lindley)、斯通(M. Stone)、及刁氏(G. Tiao)的討論，促使各種貝貽統計學的觀念在本書發揚光大。

在芝加哥大學的同事(尤其是哈利羅貝德(Harry Robert))及與許多學生在課堂上及課堂外的討論，改善本書的一些想法。

約翰·比得斯(John Bildersee)、布魯斯·克年得(Bruce Cleland)、及利查爾·維路妮(Richard Winborne)負責完成許多詳細的參考文獻及編輯工作。

愛利娜·哈美德斯(Ilene Haniotis)及她的助理犧牲個人的休假時間從事打字及校正的工作。

本人亦感謝已故費氏爵士(Sir Ronald A. Fisher)之指定執行人、葉氏福蘭克(Frank Yates)博士、及歐利爾(Oliver)及莫依得(Boyd)、依丁布克(Edinburg)等人，允許從生物、農業及醫學統計表轉載累計學生氏分配表。

最後感謝芝加哥大學商學研究所提供大部分的時間，經費及鼓勵，使本手稿得以順利完成。

倫敦

S. James Press

1971年8月

4 應用多變數分析

記 號

本書中向量及矩陣均以粗體字書寫。向量通常以較短的字體表示，而矩陣以較長的字體表示。右上角斜線體“'”用來表示向量或矩陣之轉軸。除非有特別說明，一般沒有右上角斜線體者表示列向量（Column Vector），如 $\mathbf{a}$ 表示列向量，而 $\mathbf{a}'$ 表示行（row）向量； $\mathbf{A}$ 表示矩陣。

$\mathcal{L}$ 用以表示機率法則。如 $\mathcal{L}(\mathbf{X}) = N(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Sigma})$ 解釋為：隨機向量 $\mathbf{X}$ 以平均向量為 $\boldsymbol{\theta}$ ，變積矩陣為 $\boldsymbol{\Sigma}$ 之多變數常態機率法則。

目 錄

序言

記號

第一章 導論	1
1-1 定義	1
1-2 本書之說明	2
1-3 多變數模式之由來	3
1-4 抽樣理論與貝貽方法	4
1-5 本書的內容	5

第 I 部 基礎理論

第二章 常用的矩陣理論在多變數分析 之應用	11
2-1 記號與定義	11
2-2 對稱結構矩陣 (範型矩陣)	12
2-3 矩陣代數	18

2 應用多變數分析

2-4	行列式	19
2-5	逆矩陣	25
2-6	分割矩陣	29
2-7	秩	32
2-8	特徵根與特徵向量	34
2-9	矩陣的跡	37
2-10	直積	40
2-11	二次式	41
2-12	矩陣因式分解	45
2-13	冪等矩陣	48
2-14	微分與積分	50
2-15	矩陣變換之亞可比 (Jacobian)	55

第三章 多變數連續分配：常態分配 67

3-1	多變數分配	67
3-2	多變數分配的動差	76
3-3	多變數常態分配	82
3-4	邊際常態分配	86
3-5	條件常態分配	88
3-6	與常態分配有關之事前分配	89
3-7	預測分配	106
3-8	多變數事前母數的評估	107

第四章 多變數大樣本分配及近似理論 115

4-1	導論	115
-----	----	-----

4-2	矩陣列的收斂	115
4-3	矩陣序列之收斂	117
4-4	多變數中心極限定理	118
4-5	隨機矩陣之漸近分配	120
4-6	漸近事後分配	123

第五章 魏夏 (Wishart) 分配及其他有關之分配

5-1	魏夏 (Wishart) 分配	129
5-2	逆魏夏 (Wishart) 分配	141
5-3	非中心魏夏 (Wishart) 分配	145

第六章 其他連續多變數分配

6-1	何泰林 (Hotelling) T^2 分配	160
6-2	學生 t - 型分配	165
6-3	貝他 (Beta) 型分配	173
6-4	多變數對數常態分配	181
6-5	穩定分配	185

第七章 來自常態分配之基本多變數 統計量

7-1	推定	215
7-2	估式之可用性問題	228
7-3	假說測驗	230

第 II 部 多變數模式

第八章 迴歸與變方分析..... 249

- 8-1 導論..... 249
- 8-2 單變數迴歸及模式之分類..... 250
- 8-3 加權單變數迴歸..... 262
- 8-4 多變數迴歸..... 277
- 8-5 廣義多變數迴歸..... 290
- 8-6 多變數迴歸貝貽推論..... 301
- 8-7 多變數變方分析..... 318
- 8-8 多變數變積分析..... 340
- 8-9 多重比較..... 341
- 8-10 在一般線性模式之檢查及違背前提之改正..... 347

第九章 主成分..... 375

- 9-1 導論..... 375
- 9-2 族群主成分..... 377
- 9-3 樣本主成分..... 380
- 9-4 主成分及其他模式..... 386
- 9-5 主成分分析之應用..... 388

第十章 因子分析及潛在結構分析..... 399

- 10-1 導論..... 399
- 10-2 因子分析模式..... 401
- 10-3 估計..... 404
- 10-4 適當因子數之測驗..... 407

10-5	因子分析之解釋	410
10-6	因子分析的轉軸問題	413
10-7	因子分析與主成分	417
10-8	潛在結構分析	419

第十一章 典型相關 433

11-1	導論	433
11-2	母數爲已知	434
11-3	母數未知及推論	438
11-4	幾組變數的典型相關	445

第十二章 穩定資產選擇分析 449

12-1	導論	449
12-2	模式的背與誘導	450
12-3	一般化穩定資產選擇分析	453
12-4	模式 I—穩定資產選擇分析	458
12-5	模式 II—穩定資產選擇分析	463
12-6	穩定分配的估計問題	469

第十三章 分類及判別模式 485

13-1	導論	485
13-2	母數已知	486
13-3	母數未知	492
13-4	判別力之測驗	500

第十四章 多變數線性控制模式 509

6 應用多變數分析

14-1	導論	509
14-2	單一時期之控制	511
14-3	多時期控制	519

第十五章 多變數族群結構解析

(多維計量與分群)	523
-------------	-----

15-1	導論	523
15-2	多維計量	525
15-3	分群分析	534

附錄A

應用在多變數模式之電腦程式	551
---------------	-----

A-1	變積與變方分析	552
A-2	典型相關	557
A-3	分類與判別	561
A-4	分群	567
A-5	因子分析	569
A-6	一般矩陣運算	579
A-7	潛在結構分析	580
A-8	多維計量	580
A-9	主成分	581
A-10	迴歸	585

附錄B

分配表	591
表 B.1 累計常態分配	592
表 B.2 累計卡方分配	593
表 B.3 累計學生分配	595
表 B.4 累計 F 分配	597
表 B.5 多變數變方分析 Heck 圖	602

附錄C

參考文獻	617
索 引	645

第一章 導 論

1-1 定義

多變數分析為統計學之一分科，專門研究互有相關的隨機變數，若二變數具有相關，則瞭解其中之一，將有助於瞭解另一變數之性質。為指定具有實際應用價值的許多事象之機率，通常需要訂定幾個相關隨機變數之聯合機率法則。例如，某些社會福利計畫成效之評鑑。因計畫之成功，常呈現於幾種不同但有相關的測定值上，故評鑑的問題必須用多變數分析法處理。

“應用多變數分析”一詞，在本書之意義為，促進已發展模式之應用。因此，讀者即將發現，在第二部介紹的模式，對研究在現實問題上發生的各種現象，很有幫助。

貝貽統計學（Bayesian statistics）係用貝貽理論，並結合觀測值與主觀信念而完成之推論法體系。本書在適當地地方包含多變數貝貽法。

應用多變數分析法的本質，在於有效解決問題，以獲得數值上的答案，或加深對自然現象的信心，或提供下決策的依據。通常先提假說，然後搜集並研究有關之多變數資料，以便檢定這一假說。若根據