

1990 下学期

全国重点中学期中期末考试

高三数学(理)

● 试题

● 答案

● 讲评



十一所全国重点中学 编写

天津人民出版社

全国重点中学期中期末考试
(1990年下学期)

高三数学(理)
(试题·答案·讲评)

十一所全国重点中学 编写



G634.6
12

天津人民出版社

全国重点中学期中期末考试

(1990年下半年)

高三数学(理)

(试题·答案·讲评)

十一所全国重点中学 编写

*

天津人民出版社 出版

(天津市赤峰道130号)

天津新华印刷一厂印刷 新华书店天津发行所发行

*

787×1092毫米 32开本 4.875印张 96千字

1991年3月第1版 1991年3月第1次印刷

印数: 1-27,500

ISBN 7-201-00643-6/G·260

定 价: 1.90元

目 录

第一部分 试题

南京师大附中期末考试试题	(3)
江苏省苏州中学期末考试试题	(8)
华东师大一附中期末考试试题	(13)
华东师大二附中期末考试试题	(18)
上海师大附中期中考试试题	(23)
上海师大附中期末考试试题	(26)
杭州市学军中学模拟考试试题	(31)
福州一中模拟考试试题	(36)
东北师大附中第五次模拟考试试题	(41)
东北师大附中期末考试试题	(46)
北大附中总复习综合考试试题	(52)
北师大二附中期中考试试题	(56)
北师大二附中总复习水平测试试题	(61)
天津市南开中学综合测验试题	(65)

第二部分 参考答案与讲评

南京师大附中期末考试参考答案与讲评	(73)
江苏省苏州中学期末考试参考答案与讲评	(79)
华东师大一附中期末考试参考答案与讲评	(84)

华东师大二附中期末考试参考答案与讲评·····	(89)
上海师大附中期中考试参考答案与讲评·····	(94)
上海师大附中期末考试参考答案与讲评·····	(97)
杭州市学军中学模拟考试参考答案与讲评·····	(99)
福州一中模拟考试参考答案与讲评·····	(104)
东北师大附中第五次模拟考试参考答案与讲评·····	(110)
东北师大附中期末考试参考答案与讲评·····	(117)
北大附中总复习综合考试参考答案与讲评·····	(125)
北师大二附中期中考试参考答案与讲评·····	(134)
北师大二附中总复习水平测试参考答案与讲评·····	(139)
天津市南开中学综合测验参考答案与讲评·····	(145)

(15) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

(16) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

(17) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

(18) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

(19) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

(20) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

(21) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

(22) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

(23) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

(24) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

(25) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

(26) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

(27) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

(28) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

(29) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

(30) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

(31) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

(32) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

(33) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

(34) ······ 福州第一中学期中考试参考答案与讲评

第一部分

试 题

一、设集合 $A = \{x \mid x^2 - 1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x \mid 0 < x < 3\}$, 则

$A \cap B$ 是 ()。

A. $\{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$ B. $\{x \mid x > 2\}$

C. $\{x \mid x < 1\}$ D. $\{x \mid x \leq 1 \text{ 或 } x > 2\}$

2. 设 $f(x) = \begin{cases} \sin x & x \in (0, +\infty) \\ \cos x & x \in (-\infty, 0) \end{cases}$

则 $f(\frac{\pi}{2}) - f(-\frac{\pi}{2})$ 的值是 ()。

A. 1 B. 0 C. -1 D. 2

3. 函数 $y = \lg \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$ 是 ()。

A. 奇函数, 但不是偶函数

B. 偶函数, 但不是奇函数

C. 既不是奇函数, 也不是偶函数

D. 是奇函数, 也是偶函数

4. 下列函数中, 增函数是 ()。

代 聘 一 錄

題 為

南京师大附中期末考试试题

一、选择题：(有且只有一个答案正确， $3' \times 15 = 45'$)

1. 设 $I = R$, $M = \{x | x \geq 1\}$, $N = \{x | 0 \leq x < 5\}$, 则 $\bar{M} \cup \bar{N}$ 是 ()。

- A. $\{x | 1 \leq x < 5\}$ B. $\{x | x \geq 5\}$
C. $\{x | x < 1\}$ D. $\{x | x < 1 \text{ 或 } x \geq 5\}$

2. 若 $f(x) = \begin{cases} \sin x & x \in (0, +\infty) \\ \cos x & x \in (-\infty, 0] \end{cases}$,

则 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) + f\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ 的值是 ()。

- A. 1 B. 0 C. -1 D. 2

3. 函数 $y = \lg \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$ 是 ()。

- A. 奇函数，但不是偶函数
B. 偶函数，但不是奇函数
C. 既不是奇函数，也不是偶函数
D. 是奇函数，也是偶函数

4. 下列函数中，增函数是 ()。

A. $y = x^{-2} (x > 0)$ B. $y = z^{-x}$

C. $y = -\log_2(-x)$ D. $y = \frac{x}{x-1} (x > 1)$

5. 复数 $1 + \sin\alpha + i\cos\alpha$ $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ 的辐角主值是 ()。

A. $\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}$

B. α

C. $\frac{\alpha}{2}$

D. $\frac{\pi}{4} - \alpha$

6. 复数形式的方程 $|z-i| - |z+i| = z$ 在复平面上所表示的图形是 ()。

A. 双曲线

B. 双曲线上支

C. 双曲线下支

D. 以上结论都不对

7. 以正方体的顶点为顶点的四面体的个数为 ()。

A. 58个

B. 60个

C. 64个

D. 70个

8. a, b 为非零实常数, $M = a\sin\theta + b\cos\theta, N =$

$\sqrt{a^2+b^2} \cdot \sin\left(\theta + \arctg\frac{b}{a}\right)$, 则对任意实数 θ 总有 ()。

A. M, N 必相等

B. M, N 必不相等

C. $a > 0$ 时, M, N 相等

D. $b > 0$ 时, M, N 相等

9. 设 $(1+x)^3 + (1+x)^4 + (1+x)^5 + \cdots + (1+x)^{30} = a_0 +$

$a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{30}x^{30}$, 则 a_3 的值是 ()。

A. C_{30}^4

B. C_{31}^3

C. C_{31}^4

D. $2C_{30}^3$

10. $\arccos[\sin(-2)]$ 等于 ()。

$$A. 2 - \frac{\pi}{2}$$

$$B. \frac{\pi}{2} - 2$$

$$C. \frac{3\pi}{2} - 2$$

$$D. \frac{\pi}{2} + 2$$

11. 在空间, 下述命题中正确的是 ()。

A. 若直线 $a \parallel$ 平面 α , 直线 $b \perp a$, 则 $b \perp \alpha$ 。

B. 若直线 $a \perp$ 直线 b , 直线 $c \perp b$, 则 $a \parallel c$ 。

C. 若平面 $\alpha \perp$ 平面 γ , 平面 $\beta \perp$ 平面 γ , 平面 $\beta \perp$ 平面 γ , 则 $\alpha \parallel \beta$ 。

D. 若直线 $a \perp$ 平面 α , $a \perp$ 平面 β , 则 $\alpha \parallel \beta$ 。

12. 若圆锥、圆柱的底面直径和它们的高都等于一个球的直径, 则圆锥、圆柱、球的体积之比为 ()。

$$A. 1:3:4$$

$$B. 1:3:2$$

$$C. 1:2:4$$

$$D. 1:4:2$$

13. 若直线 $l_1: x + ay = 3$ 和直线 $l_2: ax + 4y = 1$ 垂直, 则 ()。

$$A. a = 2$$

$$B. a = \pm 2$$

$$C. a = 0$$

$$D. a \text{ 不存在}$$

14. 双曲线的顶点坐标为 $(2, 4)$ 和 $(2, -2)$, 两条渐近线方程分别为 $3x - 4y - 2 = 0$ 、 $3x + 4y - 10 = 0$, 则双曲线方程为 ()。

$$A. \frac{(x-2)^2}{16} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$$

$$B. \frac{(y-1)^2}{9} - \frac{(x-2)^2}{16} = 1$$

$$C. \frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{16} = 1$$

$$D. \frac{(y-1)^2}{16} - \frac{(x-2)^2}{9} = 1$$

15. 已知条件甲是 $x + y \neq 5$ ，结论乙是 $x \neq 2$ 或 $y \neq 3$ ，那么 ()。

A. 甲是乙的充分而不必要的条件

B. 甲是乙的必要而不充分的条件

C. 甲是乙的充分必要条件

D. 甲不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

二、填空题：(每小题 3 分，共 15 分)

1. 若 1、 a 、-9 三数成等差数列，则 $a =$ _____。

2. 不等式 $\sqrt{2x+5} > x+1$ 的解集是_____。

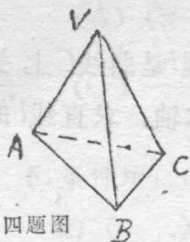
3. 方程 $\cos^2 x - \sin x \cos x = \frac{1}{2}$ 的解集是_____。

4. P_1P_2 为抛物线 $y = x^2$ 的弦，这条弦的中垂线方程是 $y = 3 - x$ ，则弦 P_1P_2 所在的直线方程为_____。

5. 圆 $\rho = 2 \cos \left(\theta - \frac{\pi}{3} \right)$ 的半径为____，圆心极坐标为_____。

三、(本题满分 8 分) 求证：
$$\frac{\cos^2 \alpha}{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{4} \sin 2\alpha$$

四、(本题满分 10 分) 在三棱锥 $V-ABC$ 中，已知 $VA \perp$ 底面 ABC ， $BC \perp AC$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ， $AC = AV = a$
求：(1) 三棱锥 $V-ABC$ 的体积；



四题图

(2) 侧面 VBC 和底面 ABC 所成二面角的度数。

五、(本题满分10分) 已知方程 $x^2 + x + m = 0$ ($m \in R$) 的两复数根为 α, β , 且 $|\alpha - \beta| = 3$, 求 m 的值。

六、(本题满分10分) 已知 $f(x) = \sqrt{2x^2 + 1}$ ($x > 0$), 数列

$$\{a_n\} \text{ 满足 } \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = f(a_{n-1}) \end{cases} \quad (n \geq 2, n \in N)$$

(1) 写出数列 $\{a_n\}$ 的前五项, 试归纳出 a_n 的表达式, 并用数学归纳法证明;

(2) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - a_n^2}{3^n - 2}$;

(3) 若 $b_1 = \frac{2}{a_1 + a_2}, b_2 = \frac{2^2}{a_2 + a_3}, \dots, b_n = \frac{2^n}{a_n + a_{n+1}}, \dots$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项的和 S_n 。

七、(本题满分12分) $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ, a + b = cx$, 以 AB 为轴旋转一周生成几何体的表面积为 $S_1, \triangle ABC$ 内切圆的面积为 S_2

(1) 用 x 表示 $f(x) = S_1/S_2$, 并指出 $f(x)$ 的定义域;

(2) 求 $f(x)$ 的最小值。

八、(本题满分10分) 已知曲线 C 的参数方程是

$$\begin{cases} x = 2\cos\theta \\ y = \sin\theta \end{cases}$$

(1) 若 A, B 是曲线 C 上关于坐标轴不对称的任意相异两点, 求这两点的对称轴 l 在 x 轴上截距 t 的取值范围

D ;

(2) 设 $t_0 \in D$, 过点 $M(t_0, 0)$ 的直线 l 是曲线 C 上关于坐标轴不对称的相异两点 A 、 B 的对称轴, 求直线 l 的斜率 k 的取值范围。

江苏省苏州中学期末考试试题

一、选择题: (每小题 2 分, 共 30 分)

1. 设集合 $A = \left\{ x \mid \frac{x-1}{x-2} \geq 0 \right\}$, $B = \{x \mid x^2 - 3x + 2 \geq 0\}$, $C = \{x \mid 2^{(x-1)(x-2)} \geq 1\}$, 则 ()。

(A) $A \subset B = C$

(B) $A = B = C$

(C) $A \supset B$, $C \supset B$

(D) $A \subseteq C \subset B$

2. 下列函数中定义域与值域相同且是奇函数的是 ()。

(A) $f(x) = \sin x$

(B) $f(x) = \lg x$

(C) $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

(D) $f(x) = -x^3$

3. 函数 $y = 5^x$ 与函数 $y = -5^{-x}$ 的图形 ()。

(A) 关于 y 轴对称

(B) 关于原点对称

(C) 关于直线 $y = x$ 对称

(D) 关于直线 $y = -x$ 对称

4. 与不等式 $\lg(x-2) < 0$ 同解的不等式是 ()。

(A) $(x-2)^2 < 1$

(B) $x-2 > 1$

(C) $\frac{1}{x-2} > 1$

(D) $\sqrt{x-2} < 1$

5. 条件甲: $a+b > 2$ 且 $ab > 1$ 是条件乙: $a > 1, b > 1$ 的 ()。

(A) 充分且不必要条件

(B) 必要且不充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分又不必要条件

6. 下列方程中: (1) $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = 0$ (2) $\frac{1 - \cos x}{\sin x} = 0$

(3) $\frac{\sin x}{1 + \cos x} = 0$, 解集相等的是 ()。

(A) (1) 与 (2) (B) (2) 与 (3)

(C) (1) 与 (3) (D) (1) (2) (3)

7. 给出下列四个命题:

(1) 过三点可以确定一个平面

(2) 正切函数是增函数

(3) $y = x + \frac{1}{x}$ 的最小值是 2

(4) $\arcsin\left(\sin \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{3}$

其中错误的个数是 ()。

(A) 1 个

(B) 2 个

(C) 3 个

(D) 4 个

8. 函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象 ()。

(A) 关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称

(B) 关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称

(C) 关于 y 轴对称

(D) 关于坐标原点对称

9. 如果椭圆 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上的一点 P 到它的右焦点的距离是 3, 那么点 P 到左准线的距离是 ()。

(A) $\frac{18}{5}$

(B) $\frac{54}{5}$

(C) $\frac{36}{5}$

(D) $6\sqrt{3}$

10. 方程 $\sqrt{1 - (y - 1)^2} = |x| - 1$ 表示的曲线是 ()。

(A) 一个圆

(B) 两个圆

(C) 两个相切的半圆

(D) 两个不相切的半圆

11. 若将坐标系平移, 使原坐标系中曲线 $y = f(x)$ 上的一点 $P(1, 0)$ 变为 $P'(2, 0)$, 则此曲线在新坐标系中的方程是 ()。

(A) $y' = f(x' - 1)$

(B) $y' = f(x') - 1$

(C) $y' = f(x' + 1)$

(D) 无法确定

12. 二次曲线 $\rho = \frac{4}{1 - \cos\theta}$ 的准线方程是 ()。

(A) $\rho \cos\theta = -2$

(B) $\rho = -2\cos\theta$

(C) $\rho \cos \theta = -4$

(D) $\rho = -4 \cos \theta$

13. 若 $\arg(z+1) = \frac{7\pi}{4}$, $|z+i| = 3\sqrt{2}$, 则复数 z 是

()。

(A) $1 - 2i$

(B) $2 - 3i$

(C) $3 - 4i$

(D) $-3 + 2i$

14. 平行四边形 $ABCD$ 两邻边 AB 和 BC 的长分别是 a 和 b , 则分别绕 AB 和 BC 旋转一周所得旋转体的体积之比是 ()。

(A) $\frac{a}{b}$

(B) $\frac{b}{a}$

(C) $\left(\frac{b}{a}\right)^3$

(D) $\left(\frac{a}{b}\right)^3$

15. 圆台的母线与底面所成的角是 30° , 则这个圆台的侧面积与轴截面面积之比为 ()。

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) π

(C) 2π

(D) 4π

二、填空题: (每小题 4 分, 共 20 分)

16. 设: $S_{2n} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{2}{3^4} + \cdots + \frac{1}{3^{2n-1}} + \frac{2}{3^{2n}}$,

则 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_{2n} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

17. 已知函数 $f(x) = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$, $g(x) = 4\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, 那么函数 $f(x) + g(x)$ 的最大值是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

18. 已知直线 $\begin{cases} x = 2 - \frac{t}{2} \\ y = -1 + \frac{t}{2} \end{cases}$ (t 为参数) 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 交

于 P 、 Q 两点, O 为坐标原点, 则 $\angle POQ =$ _____。

19. 有 4 名女生、3 名男生, 从中选出三名参加代表会, 要求其中至少一男一女的选法是 _____。

20. 在恒等式 $(1+x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$ 中, $n \in N$, $2a_4 = 3a_{n-6}$, 则 $a_0 + a_1 + \cdots + a_n =$ _____。

三、解答题: (共 6 个小题)

21. (8 分) 已知 $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{3}$, 求 $\sin 2x$ 。

22. (8 分) 解不等式: $\frac{1}{\log_2(x-1)} < \frac{1}{\log_2\sqrt{x+1}}$

23. (8 分) $\triangle ABC$ 中角 A 、 B 、 C 所对的边 a 、 b 、 c 成等

差数列, 复数 $z = \left[\cos\left(\pi + \frac{A}{2}\right) + i\sin\left(\pi + \frac{A}{2}\right) \right] \cdot$

$\left[\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{C}{2}\right) + i\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{C}{2}\right) \right]$ 。求复数 z 的幅角主值的最小值。

24. (8 分) 两个三角形 ABD 、 CBD 所在平面互相垂直, $\angle ADB = \angle CBD = 90^\circ$, $AD = BD = BC = 1$ 。

在 AB 上取一点 P , 当 AP 为多长时, $\triangle PCD$ 与 $\triangle BCD$ 所在平面所成的角为 60° ?

25. (8 分) 过点 $M(-2, 0)$ 的动直线 l 与椭圆 $x^2 + 2y^2$