

# 稠密两相流动 湍流模型及其应用

曾卓雄 著



NLIC 2970761680



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS

# 稠密两相流动湍流 模型及其应用

## Turbulence Models in Dense Two-Phase Flow and its Application

曾卓雄 著

责任编辑：王海英 责任校对：王海英 责任印制：王海英

1-5105

中图分类号：TH232



NLIC 2970761680



出版者：机械工业出版社 地址：北京市西城区百万庄大街22号 邮政编码：100037 电话：(010) 68318228 传真：(010) 68318229 电子邮箱：[www.cmpbook.com](http://www.cmpbook.com) 网址：[www.cmpbook.com](http://www.cmpbook.com) 书名：稠密两相流动湍流模型及其应用 作者：曾卓雄 ISBN：978-7-111-29707-6 定价：65.00元

本书主要涉及两相湍流流动的双流体模型及其相关研究，建立了考虑可压缩性、颗粒碰撞作用和湍流各向异性影响的稠密气固两相湍流的模型：气相为  $K_f - \varepsilon_f$  模型，颗粒相为  $K_p - \varepsilon_p - \theta_p$  模型；建立了颗粒的双尺度湍流模型（包括双尺度的二阶矩两相湍流模型和非线性  $K_p - \varepsilon_p$  两相湍流模型）；利用数值模拟的结果构造了颗粒尾涡增强气体湍流的一种新模型；建立了非牛顿流体—颗粒的二阶矩两相湍流模型；建立了一种考虑颗粒相含量（体积分数）变化的颗粒相压力修正方程以及考虑可压缩性影响的气相压力修正方程，发展了一种计算可压缩两相流动的方法；提出了二阶矩湍流模型下考虑浓度修正值影响的两相流动的算法；建立了考虑两相相互作用的两相湍动能方程亚网格尺度湍流模型。本书所有内容是作者十余年来研究成果。

本书可作为航空、航天、石油、化工、冶金、能源等领域的高校教师、研究生和相关科研人员进行科研、教学和学习的参考用书。

## 图书在版编目 (CIP) 数据

稠密两相流动湍流模型及其应用/曾卓雄著. —北京：机械工业出版社，  
2012.1

ISBN 978-7-111-36253-1

I. ①稠… II. ①曾… III. ①两相流动—湍流—模型—研究  
IV. ①0359

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 216246 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：季顺利 责任编辑：季顺利

版式设计：张世琴 责任校对：刘怡丹

封面设计：姚毅 责任印制：乔宇

北京瑞德印刷有限公司印刷（三河市胜利装订厂装订）

2012 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

169mm × 239mm · 10 印张 · 191 千字

0001—2000 册

标准书号：ISBN 978-7-111-36253-1

定价：28.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务 策划编辑：(010) 88379082

社服中心：(010) 88361066 网络服务

销售一部：(010) 68326294 门户网：<http://www.cmpbook.com>

销售二部：(010) 88379649 教材网：<http://www.cmpedu.com>

读者购书热线：(010) 88379203 封面无防伪标均为盗版

## 前 言

多相湍流流动不仅广泛存在于自然界，诸如风沙流、泥石流等，而且也广泛存在于航空、航天、石油、化工、冶金、能源等工业的装置中。多相流动中连续相（流体）和颗粒相都有强烈湍流脉动，而且两相湍流间、颗粒和颗粒脉动间都有强烈的相互作用。颗粒和流体的湍流脉动对其所引起的湍流弥散（扩散）有重要作用，反过来湍流弥散（扩散）对流体的流场和湍流脉动也有重要影响。

已有的可压缩两相湍流模型存在两个明显不足：一个是对那些简单的再附流动难以准确预测逆压力梯度的影响，不能准确模拟各向异性的流动；另一个就是 Morkovin 假设（即湍流马赫数可忽略不计）。这种近似处理是不适宜的。已有的研究发现：随着湍流马赫数的增大，气体参数（温度、密度、压力等）的脉动量也逐渐增大，此时气体的可压缩性带来的影响会引起湍流结构的湍流动力性能的变化，所以忽略湍流马赫数的湍流模型难以准确估计可压缩性带来的影响。对稠密流动，颗粒的不稳定性并不总是源于气相的不稳定性，颗粒本身由于碰撞及惯性作用，也会产生不稳定现象。另外，由于稠密、可压缩两相湍流的复杂性，长期以来人们对它的研究在理论方面很不成熟：在控制方程组中并没有考虑可压缩性的影响。本书借助于不可压缩稠密两相湍流流动及可压单相流动方面的研究成果，考虑稠密、可压缩两相湍流的特点，对此进行了理论研究。

如何阐明稠密两相湍流流动中颗粒湍流和颗粒碰撞的相互作用规律是核心问题。前人用颗粒湍流模型和颗粒碰撞的动力论模型叠加的办法来研究稠密两相湍流流动，取得了一定的效果，但是在理论上尚缺乏论证和有待改进。本书基于颗粒湍流形成大尺度脉动和颗粒间碰撞引起小尺度脉动的概念，从双流体模型出发，推导和封闭了颗粒的双尺度湍流模型（包括双尺度的二阶矩两相湍流模型和非线性  $K_p - \varepsilon_p$  两相湍流模型）。

两相流动的气体湍流变动一直是研究中的难点，前人已经提出一些经验的和半经验的湍流变动模型，但是有的缺乏系统检验，也有的效果不理想，其核心问题是颗粒尾涡增强气体湍流的规律有待深入研究。本书对颗粒受湍流气体绕流进行了数值模拟，获得了颗粒增强气体湍流的规律，据此构造了和现有模型不同的一种颗粒尾涡增强气体湍流的新模型。

长期以来，人们对非牛顿流体的研究要么是采取单相流动的处理方法，要么是采取两相流动的处理方法，但是他们基于各向同性假设的湍流模型在理论上都是存在缺陷的。本书考虑到非牛顿流体的本构方程特点、两相湍流脉动的各向异性和颗粒间的碰撞作用，建立了非牛顿流体两相流动的二阶矩两相湍流模型。

两相流动的数值模拟中要寻求减小数值误差的合理的数值方法，在这方面本书提出了一种计算可压缩两相流动的方法以及二阶矩湍流模型下考虑浓度修正值影响的两相流动的算法。

如何构建合理的气体和颗粒的亚网格尺度应力模型，是两相流动大涡模拟的关键问题。本书建立了考虑两相相互作用的两相湍动能方程亚网格尺度湍流模型。另外，气相湍动能方程亚网格尺度湍流模型也考虑了颗粒尾涡效应的影响。

本书所有内容是作者十余年来研究成果，这些研究工作主要涉及两相相互作用的机理、数学模型和流动特性，对于阐明两相流动的规律起到了积极的促进作用。本书出版得到南昌航空大学学术文库专项基金资助。

感谢清华大学周力行教授对本书内容提出的修改建议，感谢西安交通大学姜培正教授及魏进家教授、北京师范大学亢力强博士、北京理工大学于勇博士、大连海事大学刘阳博士和上海交通大学胡璨元博士的工作。

希望广大同行专家和读者在阅读本书后提出批评和宝贵意见。

曾卓雄

2011年8月

[zengzhuoxiong@tsinghua.org.cn](mailto:zengzhuoxiong@tsinghua.org.cn)

此为试读，需要完整PDF请访问：[www.ertongbook.com](http://www.ertongbook.com)

# 目 录

前言	1
<b>主要符号表</b>	2
<b>第1章 绪论</b>	1
1.1 两相流动的数值模拟方法	1
1.2 离散颗粒模型中的颗粒碰撞模型	2
1.2.1 硬球模型	3
1.2.2 软球模型	5
1.2.3 蒙特卡罗直接模拟法	7
1.2.4 硬球模型、软球模型和 DSMC 方法的比较	9
1.3 双流体模型中的颗粒碰撞模型	10
参考文献	11
<b>第2章 两相流基本知识</b>	15
参考文献	19
<b>第3章 湍流模式</b>	20
3.1 单相流的湍流模式	20
3.2 两相流的湍流模式	23
3.3 两相速度关联研究现状	36
参考文献	37
<b>第4章 可压缩稠密两相流动的五方程模型</b>	40
4.1 可压缩两相流动的研究现状	40
4.2 可压缩稠密气固两相湍流的控制方程组	42
4.3 动量方程的离散	47
4.4 压力修正方程	50
4.5 数值算法	54
4.6 边界条件	55
4.7 可压缩气固两相流的数值计算与分析	57
4.7.1 沙层上的两相流动	57
4.7.2 JPL 喷管两相跨声速流动	57
4.7.3 叶片扩压器内的两相流动	59
参考文献	65

<b>第5章 气固两相流动的双尺度湍流模型</b>	68
<b>5.1 多尺度湍流模型</b>	68
5.1.1 单相流动的多尺度 $K - \varepsilon$ 模型	68
5.1.2 单相流动的多尺度雷诺应力模型	69
<b>5.2 双尺度二阶矩两相湍流模型的概念</b>	72
<b>5.3 两相基本控制方程组</b>	73
5.3.1 颗粒相基本控制方程组	73
5.3.2 流体相基本控制方程组	77
5.3.3 本理论和国外相关理论的区别	78
<b>5.4 计算结果与分析</b>	80
5.4.1 突扩气固两相流动	80
5.4.2 水平槽道内气固两相流动	82
5.4.3 下行床内稠密气固两相流动	84
5.4.4 提升管内稠密气固两相流动	87
<b>5.5 颗粒相非线性双尺度 <math>K_p - \varepsilon_p</math> 湍流模型</b>	89
5.5.1 颗粒相控制方程组	89
5.5.2 计算结果与分析	92
<b>参考文献</b>	95
<b>第6章 湍流变动模型</b>	97
<b>6.1 湍流变动研究现状</b>	97
<b>6.2 颗粒绕流规律</b>	100
6.2.1 两相无相对速度的颗粒绕流	101
6.2.2 两相具有相对速度的颗粒绕流	104
<b>6.3 考虑颗粒尾涡效应的 USM - <math>\theta</math> 两相湍流模型</b>	107
<b>6.4 两相流动边界条件</b>	110
6.4.1 气相控制方程组的边界条件	110
6.4.2 颗粒相控制方程组的边界条件	110
6.4.3 两相脉动速度关联方程的边界条件	111
<b>6.5 计算结果与分析</b>	111
6.5.1 旋流突扩室内气固两相流动	111
6.5.2 水平槽道内气固两相流动	114
6.5.3 下行床内稠密气固两相流动	116
<b>参考文献</b>	117
<b>第7章 非牛顿流体两相湍流模型</b>	120
<b>7.1 非牛顿流体概述</b>	120
<b>7.2 非牛顿流体的两相流动</b>	122
<b>7.3 数值方法</b>	125

---

7.4 计算结果与分析 .....	126
7.4.1 圆管内单相宾汉流体的湍流流动 .....	126
7.4.2 圆管内稠密液固两相的湍流流动 .....	127
7.4.3 圆管内宾汉流体的稠密两相的湍流流动 .....	128
7.4.4 圆管内幂律流体的稠密两相的湍流流动 .....	130
参考文献 .....	132
<b>第8章 考虑两相作用的亚网格尺度湍动能模型 .....</b>	<b>134</b>
8.1 单相流动的亚网格尺度模型和大涡模拟 .....	134
8.2 气固两相流动的亚网格尺度模型和大涡模拟 .....	136
8.3 考虑两相相互作用的 LES 数学模型 .....	140
8.4 计算结果与分析 .....	141
参考文献 .....	143

# CONTENTS

## Preface

## Nomenclature

<b>Chapter 1 Introduction</b> .....	1
1. 1 Numerical methods of two-phase flow .....	1
1. 2 Particle collision models in DPM .....	2
1. 2. 1 Hard-sphere model .....	3
1. 2. 2 Soft-sphere model .....	5
1. 2. 3 Direct simulation monte-carlo .....	7
1. 2. 4 Comparision of hard-sphere model、soft-sphere model and direct simulation monte-carlo .....	9
1. 3 Particle kinetic model in two-fluid model .....	10
References .....	11
<b>Chapter 2 Basic knowledge of two-phase flow</b> .....	15
References .....	19
<b>Chapter 3 Turbulence models</b> .....	20
3. 1 Turbulence models of single phase flow .....	20
3. 2 Turbulence models of two phase flow .....	23
3. 3 Velocity correlation of two phase .....	36
References .....	37
<b>Chapter 4 Five-equation turbulence model of compressible dense two phase flow</b> .....	40
4. 1 Current research situation of compressible two phase flow .....	40
4. 2 Governing equations of compressible dense two phase flow .....	42
4. 3 Discrete momentum equation .....	47
4. 4 Pressure correction equation .....	50
4. 5 Numerical method .....	54
4. 6 Boundary condition .....	55
4. 7 Results and analysis of compressible gas-particle two phase flows .....	57
4. 7. 1 Two-phase flow on sand bed .....	57
4. 7. 2 Transonic two-phase flow in JPL nozzle .....	57
4. 7. 3 Two-phase flow in impeller .....	59

References .....	65
<b>Chapter 5 Multi-scale turbulence model of gas-particle two-phase flow .....</b>	68
5. 1 Multi-scale turbulence models .....	68
5. 1. 1 Multi-scale $K - \varepsilon$ model of single-phase flow .....	68
5. 1. 2 Multi-scale Reynold stress model of single-phase flow .....	69
5. 2 Concept of two-scale second-order moment turbulence model .....	72
5. 3 Governing equations of two-phase flow .....	73
5. 3. 1 Governing equations of particle phase .....	73
5. 3. 2 Governing equations of fluid phase .....	77
5. 3. 3 Difference between two-scale second-order moment turbulence model and the other relative two-phase turbulence models .....	78
5. 4 Results and analysis .....	80
5. 4. 1 Gas-particle flow in a sudden-expansion chamber .....	80
5. 4. 2 Gas-particle flow in a horizontal channel .....	82
5. 4. 3 Dense gas-particle flow in a downer .....	84
5. 4. 4 Dense gas-particle flow in a riser .....	87
5. 5 Nonlinear two-scale $K_p - \varepsilon_p$ turbulence model of particle phase .....	89
5. 5. 1 Governing equations of particle phase .....	89
5. 5. 2 Results and analysis .....	92
References .....	95
<b>Chapter 6 Turbulence modulation model .....</b>	97
6. 1 Current research situation of turbulence modulation .....	97
6. 2 Turbulence flow past particle .....	100
6. 2. 1 Turbulence flow past particle without relative velocity .....	101
6. 2. 2 Turbulence flow past particle with relative velocity .....	104
6. 3 USM - $\theta$ two-phase turbulence model with particle wake effect .....	107
6. 4 Boundary condition .....	110
6. 4. 1 Boundary condition of gas-phase .....	110
6. 4. 2 Boundary condition of particle-phase .....	110
6. 4. 3 Boundary condition of two-phase correlation equation .....	111
6. 5 Results and analysis .....	111
6. 5. 1 Gas-particle flow in a swirling sudden-expansion chamber .....	111
6. 5. 2 Gas-particle flow in a horizontal channel .....	114
6. 5. 3 Dense gas-particle flow in a downer .....	116
References .....	117
<b>Chapter 7 Turbulence model of non-Newtonian fluid with particle .....</b>	120
7. 1 Introduction of non-Newtonian fluid .....	120

7.2	Two-phase flow of non-Newtonian fluid .....	122
7.3	Numerical method .....	125
7.4	Results and analysis .....	126
7.4.1	Turbulent flow of Bingham fluid single-phase in pipe .....	126
7.4.2	Dense liquid-particle two-phase turbulent flow in pipe .....	127
7.4.3	Dense two-phase up flow of Bingham fluid with particle in pipe .....	128
7.4.4	Dense two-phase up flow of Power law fluid with particle in pipe .....	130
	References .....	132

Chapter 8 Kinetic energy subgrid-scale model with two-phase

<b>interaction</b>	134
8.1 Subgrid-scale models and LES in single-phase flow	134
8.2 Subgrid-scale models and LES in two-phase flow	136
8.3 LES model with two-phase interaction	140
8.4 Result and analysis	141
References	143

· 第一章 绪论

# 第1章 绪论

含有大量固体颗粒的气体或液体流动，含有大量气泡和颗粒的液体流动等可以统称为多相流动。多相流动是流体力学中的一个十分重要的分支，是流体力学与化学、生物、医学、石油等其他学科交叉的重要领域。多相流动中又以两相流动体系最为普遍，两相流动现象广泛存在于自然界和工程技术中，降雾、下雪、流沙、尘暴等是自然界中的一些例子，各种发动机和窑炉中的喷雾燃烧、宇航飞行器的两相绕流、石油和天然气的开采和运输、含尘风机、燃煤燃气透平、煤粉和煤浆燃烧、环境保护、血液的循环和凝固、水利工程中的泥沙运动和高速渗气流等无不与两相流动有关。

随着近代两相数值计算方法与流体测试技术的蓬勃发展，对两相流动的研究达到了一个新的阶段，并成为当国际上研究的前沿领域，但是理论研究和实验研究极不平衡，一方面理论模型层出不穷，另一方面实验工作由于传统测试装置的许多缺陷而进展缓慢，缺乏可靠、准确的实验数据，国内在这方面的缺乏更为明显，这大大阻碍了理论模型的发展。目前对两相流动进行卓有成效的测试仍然是 LDV，虽然 LDV 技术解决了两相流动中的测量问题，人们对管内的两相流动也做过一些实验研究，但还是很不够的，实验研究目前仍然严重滞后于理论研究，国内外利用光学技术对两相流结构进行悉心计划的测量还很少。

目前我国在流态化技术、两相燃烧、两相加速流动、两相传热、两相流动的物理模型、数值模型及计算、两相流的实验和检测等方面都取得了可喜的成绩，但两相流动是复杂的，对于许多复杂的现象、机理和过程，目前还处于不甚了解的状态，要完全了解甚至解决这些问题，还要做大量、长期、艰苦、细致的工作。

## 1.1 两相流动的数值模拟方法

稠密两相流动的数值模拟是当前国际上研究的热点之一。目前对流体—颗粒两相流的数值模拟主要有两类方法<sup>[1]</sup>：双流体模型（欧拉—欧拉模型）和离散颗粒模型（颗粒轨道模型，或欧拉—拉氏模型）。双流体模型把颗粒作为拟流体，认为颗粒与流体是共同存在且相互渗透的连续介质，两相都在欧拉坐标系下处理，其优点在于能解决具有较高粒子浓度占主导地位的流场。对稠密流体—颗粒两相流动，这类模型通过颗粒粘性和颗粒压力来表示颗粒间相互作用<sup>[2]</sup>。双

流体模型可以完整地考虑颗粒相的各种湍流输运过程，颗粒相的求解方法同流体的一样，可以用统一的数值方法，计算量可以为工程问题所接受。模拟结果可以给出颗粒相空间分布的详尽信息，可以满意地给出颗粒对气体的影响，并且还能较好地描述颗粒在气流中的湍流混合过程，但是要求构造颗粒湍流和颗粒碰撞压力与粘性力的封闭模型。

离散颗粒模型只把流体当做连续介质，将颗粒视为离散体系，在欧拉坐标系下考察流体的运动，在拉氏坐标系下考察颗粒的运动。离散颗粒模型一般又有两种途径，一种是只考虑气流对颗粒的作用，不考虑颗粒对气流的影响，该途径采用的方法较为简单，可先解出气流的流场，在颗粒运动方程中出现的气流速度值，用事先算好的气流值代入，所求解的颗粒运动方程一般是常微分方程，然而该途径只能在颗粒为稀相的情况下使用，否则将带来较大误差；另一途径是考虑气流和颗粒之间的相互作用，方法是在气流场的连续性方程、动量方程和能量方程中增加一个反映颗粒对气流影响的源项，一旦颗粒在流场中的位置确定，就可以计算颗粒和气流之间的质量、动量和能量传递。离散颗粒模型对颗粒相当于直接模拟，不需要构造颗粒湍流模型，只需要有颗粒间碰撞的模型，它可以给出颗粒运动的细节。离散颗粒模型是一种物理意义简明、方程形式简单的模型，但是计算量随颗粒数的增加而增大，用于实际工程问题的计算量太大。

综合可见，离散颗粒模型具有概念清晰、计算简单、可预测单颗粒轨迹等优点，但难以处理颗粒的湍流扩散，且浓度较高时收敛性差，不易推广到三维及高浓度情况。而双流体模型处理颗粒湍流扩散方便且通用性强，按双流体模型封闭的湍流两相流动方程组，不仅承认滑移，而且把滑移和扩散分开，认为颗粒的扩散不同于流体的扩散。同时，考虑了颗粒湍流粘性及颗粒质量扩散引起的颗粒动量的输运，颗粒湍流导热和颗粒质量扩散引起的颗粒能量的输运。因此，多流体模型可以全面、合理地反映湍流两相流动中颗粒相的湍流输运过程，并可以用统一的数值方法处理颗粒相与流体相，预报结果可以直接与实验对照，在不需要很大计算量的情况下就可以得到颗粒速度和浓度的空间分布。

### 1.2 离散颗粒模型中的颗粒碰撞模型

Crowe 等<sup>[3]</sup>首先提出了忽略颗粒湍流脉动的确定轨道模型 (Deterministic trajectory model)，此模型假定颗粒数总通量沿着轨道保持不变，不考虑颗粒的湍流扩散。后来有人引入颗粒漂移速度或漂移力的概念以及基于双流体概念求解颗粒数密度梯度，进行颗粒轨道的修正。Yuu、Gosman 和 Berlemon 等<sup>[4-6]</sup>在此模型基础上考虑到湍流脉动对颗粒轨道的影响，建立了随机轨道模型 (Stochastic trajectory model)。对确定轨道模型而言，除了气相方程组在形式上和双流体模型的相

同外，颗粒相控制方程组就相当于将湍流两相流动颗粒时均方程组中的各关联项取为零，在形式上和层流方程组或瞬态方程组相同。随机轨道模型实质上是一种半直接模拟，对流体相仍然采用宏观湍流模型方法，对颗粒相采用直接模拟方法。随机轨道模型是建立在颗粒瞬态动量方程的基础上，其不需要构造颗粒湍流模型，但是需要构造气体脉动速度的湍流模型。早期 Gosman 等采用各向同性的 Gauss 分布模型。后来樊建人等<sup>[7]</sup>提出了一种 Fourier 随机级数的脉动频谱模型，用随机 Fourier 谱模拟气体脉动速度。近年来应用较多的是 Sommerfeld<sup>[8]</sup>等在 Pope 提出的 PDF 方程基础上得到的 Langevin 方程模型。

确定轨道模型如硬球模型<sup>[9]</sup>和软球模型<sup>[10]</sup>（也称 Discrete Element method, DEM），硬球模型假定颗粒间的碰撞是二体瞬时碰撞，用动量守恒处理颗粒间的相互作用。软球模型通过弹性、阻尼及滑移的力学机理考虑颗粒间的相互作用。随机轨道模型如直接模拟蒙特卡罗方法<sup>[11]</sup>（direct simulation monte-carlo, DSMC），这种方法运用概率抽样确定颗粒碰撞事件，同时运用硬球模型关联碰撞前后的颗粒速度与角速度。值得注意的是，对于确定轨道模型或随机轨道模型的分类，不同文献有不同的表述，并无统一的定义。

### 1.2.1 硬球模型

在硬球模型中，颗粒间的碰撞被假设为具有顺序的二体瞬间碰撞（图 1.1），但两次碰撞过程中颗粒自由运动不受流体作用。硬球模型根据碰撞力学中的动量守恒原理处理颗粒间的相互作用，即已知碰撞前颗粒运动的状态，根据颗粒速度、角速度在碰撞前后的关系，即可得到碰撞后颗粒的运动状态。需要恢复系数和摩擦系数作为输入参数。

对不发生碰撞的过程，颗粒  $i$  的运动可以由牛顿第二定律求出。

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_{Gi} + \mathbf{F}_{Di}, \quad m_i \frac{d\mathbf{V}_i}{dt} = \mathbf{F}_i, \quad I_i \frac{d\boldsymbol{\omega}_i}{dt} = \sum \mathbf{T}_i$$

其中  $m$  为颗粒质量， $\mathbf{F}$  为合力， $\mathbf{F}_G$  为质量力， $\mathbf{F}_D$  为曳力， $I$  为颗粒转动惯量 $(\frac{2}{5}mr^2)$ ， $\mathbf{T}$  为合力矩。发生碰撞后，可以由下列过程求出颗粒碰撞后的速度和角速度。

如果  $\frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^0}{|\mathbf{G}_{ct}^0|} < \frac{2}{7} \frac{1}{f(1+e)}$ （颗粒发生滑移），则有

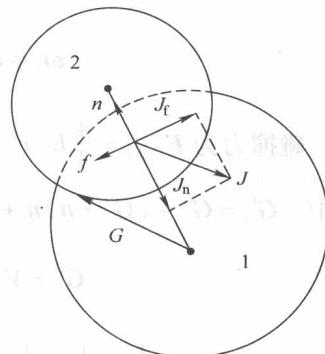


图 1.1 两颗粒相对运动示意图

## 4 稠密两相流动湍流模型及其应用

$$V_1 = V_1^0 - (\mathbf{n} - f\mathbf{t})(\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^0)(1+e) \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

$$V_2 = V_2^0 + (\mathbf{n} - f\mathbf{t})(\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^0)(1+e) \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$

$$\omega_1 = \omega_1^0 + \frac{5}{2r_1}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^0)(\mathbf{n} \times \mathbf{t})f(1+e) \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\omega_2 = \omega_2^0 + \frac{5}{2r_2}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^0)(\mathbf{n} \times \mathbf{t})f(1+e) \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$

如果  $\frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^0}{|\mathbf{G}_{ct}^0|} > \frac{2}{7} \frac{1}{f(1+e)}$  (颗粒不发生滑移), 则有

$$V_1 = V_1^0 - \left[ (1+e)(\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^0)\mathbf{n} + \frac{2}{7} |\mathbf{G}_{ct}^0| \mathbf{t} \right] \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

$$V_2 = V_2^0 + \left[ (1+e)(\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^0)\mathbf{n} + \frac{2}{7} |\mathbf{G}_{ct}^0| \mathbf{t} \right] \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$

$$\omega_1 = \omega_1^0 - \frac{5}{7r_2} |\mathbf{G}_{ct}^0| (\mathbf{n} \times \mathbf{t}) \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\omega_2 = \omega_2^0 - \frac{5}{7r_2} |\mathbf{G}_{ct}^0| (\mathbf{n} \times \mathbf{t}) \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$

碰撞力为  $\mathbf{F}_{cmax} = \frac{4}{3} E^* r^{*1/2} \alpha_{max}^{3/2}$ , 压缩位移  $\alpha_{max} = \left( \frac{15m^* |\mathbf{G}^0|^2}{16E^* r^{*1/2}} \right)^{2/5}$ 。

其中,  $\mathbf{G}_{ct}^0 = \mathbf{G}^0 - (\mathbf{G}^0 \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} + r_1 \omega_1^0 \times \mathbf{n} + r_2 \omega_2^0 \times \mathbf{n}$

$$\mathbf{G}^0 = \mathbf{V}_1^0 - \mathbf{V}_2^0 \quad \mathbf{G} = \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2 \quad \mathbf{t} = \frac{\mathbf{G}_{ct}^0}{|\mathbf{G}_{ct}^0|}$$

$$\frac{1}{r^*} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \quad \frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \quad \frac{1}{E^*} = \frac{1 - v_1^2}{E_1} + \frac{1 - v_2^2}{E_2}$$

式中,  $\mathbf{G}$  为相对速度;  $\mathbf{n}$  为单位法向向量;  $\mathbf{G}_{ct}$  为接触点滑移速度;  $r$  为颗粒半径;  $\boldsymbol{\omega}$  为颗粒角速度; 上标 0 为前  $- \Delta t$  的值;  $f$  为摩擦系数;  $\mathbf{t}$  为单位切向向量;  $e$  为弹性恢复系数; 下标 1, 2 为颗粒;  $E$  为弹性模量。

Singh<sup>[12]</sup>用大涡模拟计算流体相, 用离散颗粒模型计算颗粒相, 对三维充分发展槽道流进行了模拟, 采用硬球模型计算了不同斯托克斯 (Stokes) 数影响下流体平均速度、颗粒数密度、两相脉动速度关联、颗粒相脉动速度关联和流体相脉动速度关联, 检验了两相脉动速度关联方程中的产生项、两相相互作用项、扩散项、耗散项, 以及不同研究者的模型下的两相脉动速度关联。Yamamoto<sup>[13]</sup>用大涡模拟计算流体相, 对颗粒相用离散模型, 对三维竖直槽道两相流进行了计

算，采用硬球模型考虑颗粒碰撞的影响，计算了不同颗粒材料、不同载荷比下的颗粒平均速度、脉动速度、数密度以及流体平均速度、脉动速度的分布，并和实验数据作了对比。Soulas<sup>[14]</sup>采用硬球模型来考虑颗粒碰撞的影响，用离散颗粒模型的结果来改进双流体模型的封闭规律，比较了不同截面的两相速度、雷诺应力和气相体积分数分布。Wassen 等<sup>[15]</sup>对颗粒相用离散模型，用硬球模型考虑了颗粒间碰撞的影响，并研究了颗粒间碰撞对体积分数分布的影响，发现当体积分数较高时，颗粒间碰撞对体积分数有重要的影响，并会增强颗粒群的形成。现颗粒碰撞拉平了颗粒平均速度、颗粒在壁面法向的脉动速度和数密度的分布曲线。Marshall 等<sup>[16]</sup>则采用硬球模型研究了颗粒碰撞对涡环、对重颗粒的排斥作用的影响，包括不同颗粒直径、恢复系数、初始浓度等条件下重颗粒受涡环的排斥效应。Mito 等<sup>[17]</sup>在理想化的气固两相环流中考虑了四向耦合效应，其中气固两相耦合采用点力近似，颗粒碰撞采用硬球模型。研究发现，低载率颗粒削弱了流体湍流，高体积分数颗粒减弱了流体雷诺应力和颗粒湍流。同时，发现非完全弹性碰撞削弱颗粒湍流，而弹性碰撞则增强了颗粒湍流。Naso 等<sup>[18]</sup>则采用直接模拟和硬球碰撞模型研究了槽道流动中四向耦合效应对颗粒沉积和相脉动的影响，包括考虑颗粒碰撞不考虑颗粒-流体双向耦合、考虑双向耦合不考虑颗粒碰撞以及同时考虑四向耦合等情形下不同的相间耦合作用颗粒沉积的影响等。Wu 等<sup>[19]</sup>采用硬球模型模拟了煤气化过程中洗涤冷却室中颗粒的分布。

如果恢复系数和摩擦系数给定，硬球模型能够给出碰撞前后的颗粒速度与角速度，但在硬球模型中，需要从大量颗粒中找出最先发生碰撞的颗粒对，一般是从每个颗粒的运动轨迹确定其中两颗粒最先发生碰撞的最短时间，从而确定出最先发生碰撞的颗粒对。但问题是如果颗粒很多，要判断颗粒间是否发生碰撞，其计算工作量很大。为了降低运算量，在离散颗粒模型中引入了碰撞几率的概念，颗粒间的碰撞由碰撞几率而不是颗粒的运动轨迹所决定。这种处理碰撞的概率模型方法（即 DSMC）得到了越来越多的研究者的使用<sup>[20-23]</sup>。

## 1.2.2 软球模型

软球模型能够处理静态及多颗粒的相互作用，但需引入弹簧、滑动器及缓冲器的概念来描述颗粒碰撞时的形变，需要弹性系数、摩擦系数作为输入参数，计算比硬球模型的要复杂一些。

如图 1.2 所示，两个球形颗粒的对心碰撞过程为：首先在接触点处发生弹性变形，颗粒在前进方向受到阻力，该阻力的大小与法向变形位移  $\delta_n$  和材料的刚度  $k$  成正比，在达到最大变形位移时，颗粒停止运动，随后在该力的作用下，沿原来运动直线反弹。对于非完全弹性碰撞，碰撞后颗粒的动能发生损失，动能损失的大小与颗粒材料的物性和碰撞时的相对速度有关，该部分损失在物理上可以

归结为在碰撞过程中受到一个与颗粒运动方向相反的力，该力的大小等于两颗粒的相对速度与阻尼系数  $\eta$  的乘积。

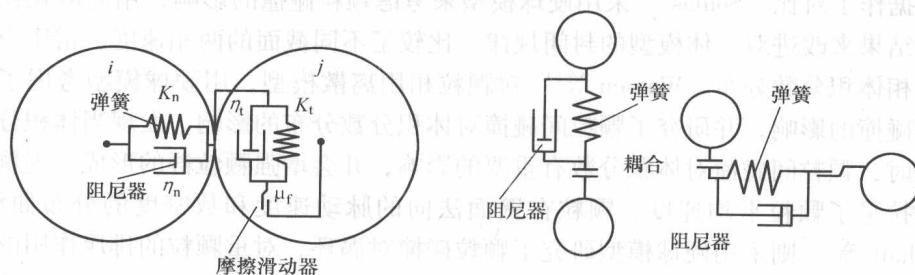


图 1.2 接触力的力学系统

当两颗粒发生偏心碰撞时，相撞点处的接触力可分解为法向分力和切向分力，分别由法向变形位移  $\delta_n$  和切向变形位移  $\delta_t$  以及法向动能损失和切向动能损失分别进行计算，法向分力的作用结果如同对心碰撞，切向分力的作用结果是对颗粒球心产生一个矩，该矩将使颗粒发生旋转，由该矩和颗粒的转动惯量可求出所产生的角加速度。切向力的极值受到颗粒表面摩擦系数与法向力乘积的限制，当所计算出的切向分力大于该乘积时，两颗粒在接触表面将发生滑动。

对于更一般的情况是两个旋转颗粒发生偏心碰撞，这时除计算法向位移和切向位移外，还应计及由于颗粒自转在接触点处所造成的切向速度。当一个颗粒同时与几个颗粒相碰撞时，通过矢量叠加可算出该颗粒所受到的合力与合力矩。上述物理过程可通过以下数学模型描述：

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{Cnij} &= (-k_n \boldsymbol{\delta}_n - \eta_{nj} \mathbf{G} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \quad \mathbf{F}_{Ctij} = -k_t \boldsymbol{\delta}_t - \eta_{jt} \mathbf{G}_{ct} \\ \mathbf{G}_{ct} &= \mathbf{G} - (\mathbf{G} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} + r(\boldsymbol{\omega}_i + \boldsymbol{\omega}_j) \times \mathbf{n} \end{aligned}$$

颗粒的法向和切向的位移变量  $\boldsymbol{\delta}_n = \boldsymbol{\delta}_n^0 + (\mathbf{G}^0 \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \Delta t$ ,  $\boldsymbol{\delta}_t = \boldsymbol{\delta}_t^0 + \mathbf{G}_{ct}^0 \Delta t$

如果  $|\mathbf{F}_{Ctij}| > f |\mathbf{F}_{Cnij}|$  (颗粒发生滑移)，则有

$$\mathbf{F}_{Ctij} = -f |\mathbf{F}_{Cnij}| \mathbf{t} \quad \mathbf{t} = \frac{\mathbf{G}_{ct}}{|\mathbf{G}_{ct}|}$$

$$\mathbf{F}_{ci} = \sum_j (\mathbf{F}_{Ctij} + \mathbf{F}_{Cnij}) \quad \mathbf{T}_i = \sum_j (r \mathbf{n} \times \mathbf{F}_{Ctij})$$

式中， $\mathbf{F}_{ci}$  为接触力； $k$  为颗粒的刚度； $\boldsymbol{\delta}$  为颗粒相撞所产生的弹性变形； $\eta$  为阻尼系数；下标  $n$  和  $t$  分别为法向和切向； $i, j$  为颗粒。

求出颗粒碰撞产生的法向力和切向力后，合力  $\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_{ci} + \mathbf{F}_{gi} + \mathbf{F}_{di}$ ，根据牛顿第二定律就可以求出碰撞过程中产生的加速度和角加速度，从而确定颗粒碰撞后的速度和角速度。