

普通高等教育勘查技术类教材

# 地球物理反演教程

欧东新 编著

3

地质出版社

普通高等教育勘查技术类教材

# 地球物理反演教程

欧东新 编著

地质出版社

·北京·

## 内 容 提 要

本书介绍了地球物理反演的基本理论和方法, 包含九章内容及三个实验。

在绪论中介绍了反演的一些基本概念和术语; 其他章节内容有: 纵向电导直流电测深一维直接反演法; 需要迭代的最小二乘反演法, 详细讲述了目标函数的矩阵形式和迭代线性方程组的推导过程以及迭代反演过程; 广义反演法(奇异值分解法); 离散线性反演解的评价方法; 线性规划求  $L_1$  范数解; Backus—Gilbert 连续反演法构建连续模型; 常用的非线性反演法, 如梯度法、模拟退火法、神经网络法等; 最后还给出两个地球物理反演实例, 详细讲述了二维直流电测深反演中利用互换定理计算偏导数矩阵的快速方法及大地电磁快速松弛反演法(RRI)。

为了理论联系实际, 附录设置三个实验并给出源程序: 利用纵向电导进行一维电测深直接反演; 大地电磁 Bostic 一维反演; 一维电测深最小二乘法反演。

本书可作为勘查技术与工程(物探)专业及地球物理学专业本科生的教科书、研究生的参考书, 亦可供相关专业人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

地球物理反演教程 / 欧东新编著. —北京: 地质出版社, 2015. 8

ISBN 978-7-116-09327-0

I. ①地… II. ①欧… III. ①地球物理学—重力反演问题—高等学校—教材 IV. ①P312

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 156198 号

### Diqiu Wuli Fanyan Jiaocheng

责任编辑: 王春庆

责任校对: 张 冬

出版发行: 地质出版社

社址邮编: 北京市海淀区学院路 31 号, 100083

电 话: (010) 66554528 (邮购部); (010) 66554578 (编辑部)

网 址: <http://www.gph.com.cn>

传 真: (010) 66554582

印 刷: 北京京科印刷有限公司

开 本: 787mm×1092mm  $\frac{1}{16}$

印 张: 7.5

字 数: 190 千字

印 数: 1—2000 册

版 次: 2015 年 8 月北京第 1 版

印 次: 2015 年 8 月北京第 1 次印刷

定 价: 16.00 元

书 号: ISBN 978-7-116-09327-0

(如对本书有建议或意见, 敬请致电本社; 如本书有印装问题, 本社负责调换)

# 前 言

本书为勘查技术与工程（物探）专业及地球物理学专业本科生“地球物理反演”课程所用教材。内容包括抽象的地球物理反演的基本理论和方法，同时为了理论联系实际，结合具体的物探方法给出一些反演的实例，也介绍了目前地球物理反演的常用经典方法及最新成果。本书是教程而不是理论书籍，所以略去了 Backus—Gilbert 连续反演理论中较难的线性评价部分，但在常用的离散线性反演中保留了解的评价的内容。

为了便于理解，书中推导解释尽可能详细。为了提高学生理论联系实际的能力，在最后还安排了三个实验并附上源程序。

本书主要内容为：不需要迭代的直接反演法，详细讲述利用纵向电导概念，进行一维直流电测深反演；需要迭代的最小二乘反演法，详细讲述了目标函数的矩阵形式和迭代线性方程组的推导过程以及迭代过程；广义反演法（奇异值分解法）；离散线性反演解的评价方法；线性规划求  $L_1$  范数解；Backus—Gilbert 连续反演法构建连续模型；常用的非线性反演法；最后还给出两个地球物理反演实例，详细讲述了二维直流电测深反演中利用互换定理计算偏导数矩阵的快速方法及大地电磁快速反演法（RRI）。

本书作为教材参考了大量前人的相关专业书籍及文献，有些章节引用了相关内容，并在书中注明了出处。本书由欧东新编写并绘制图件（引用的图件标明了出处）。书中所有程序均由欧东新编写并调试通过。本书得到“桂林理工大学教材建设基金”及“广西矿冶与环境科学实验中心”资助。

最后作者要感谢桂林理工大学地球科学学院冯佐海院长、缪秉魁副院长，正是由于他们的支持，本书才得以出版；感谢地质出版社和责任编辑对本书所做的细致工作；感谢我的两位导师，阮百尧教授（已于2010年去世）和王家林教授，阮老师引我走进地球物理正反演的大门，王老师开阔了我的视野。师恩难忘，谨以此书献给所有辛勤工作的老师们，祝他们身体健康。

由于作者水平有限，错误之处在所难免，恳请广大读者指正。

欧东新

2015年8月于屏风山

# 目 录

## 前 言

第 1 章 绪论 .....	( 1 )
1.1 地球物理反演基本概念及研究内容 .....	( 1 )
1.2 反演的多解性 .....	( 6 )
第 2 章 直接反演法 .....	( 9 )
2.1 一维直流电测深纵向电导直接反演法 .....	( 9 )
2.1.1 基本原理 .....	( 9 )
2.1.2 算例 .....	( 10 )
2.1.3 结论 .....	( 12 )
2.2 球体重力异常直接反演法 .....	( 12 )
第 3 章 最小二乘反演法 .....	( 14 )
3.1 一维直流电测深最小二乘反演法 .....	( 14 )
3.1.1 一维水平层状大地电测深曲线正演 .....	( 14 )
3.1.2 一维电测深最小二乘法反演 .....	( 15 )
3.1.3 偏导数的计算 .....	( 18 )
3.1.4 电测深曲线反演的多解性 .....	( 19 )
3.1.5 反演理论实验 .....	( 19 )
3.2 欠定问题的解法 .....	( 22 )
3.3 马夸特反演法 ( 阻尼最小二乘法 ) .....	( 23 )
3.4 先验信息在反演中的应用 .....	( 23 )
3.4.1 观测数据加权 .....	( 24 )
3.4.2 模型参数的先验信息 .....	( 25 )
3.4.3 等式先验信息 .....	( 27 )
第 4 章 广义反演法 ( 奇异值分解法 ) .....	( 28 )
4.1 奇异值分解法 .....	( 28 )
4.2 维根斯法 .....	( 29 )

<b>第 5 章 反演结果的评价</b> .....	( 33 )
5.1 参数分辨率矩阵 .....	( 33 )
5.2 数据分辨率矩阵 .....	( 35 )
5.3 误差传递和协方差矩阵 .....	( 35 )
5.4 最佳折中解 .....	( 37 )
<b>第 6 章 线性规划反演法 (<math>L_1</math> 范数解)</b> .....	( 40 )
<b>第 7 章 Backus—Gilbert 连续反演理论</b> .....	( 45 )
7.1 连续模型的数据方程 .....	( 45 )
7.2 最小模型 .....	( 46 )
7.3 最平缓模型 .....	( 50 )
<b>第 8 章 非线性反演法</b> .....	( 53 )
8.1 梯度法 .....	( 53 )
8.2 蒙特卡洛法 .....	( 55 )
8.3 模拟退火法 .....	( 56 )
8.4 遗传算法 .....	( 60 )
8.5 人工神经网络法 .....	( 64 )
8.5.1 人工神经元的基本构成 .....	( 64 )
8.5.2 神经元的转移函数 .....	( 66 )
8.5.3 BP 神经网络 (误差反传网络) .....	( 66 )
8.5.4 Hopfield 神经网络 .....	( 68 )
<b>第 9 章 地球物理反演实例</b> .....	( 73 )
9.1 利用互换定理计算偏导数矩阵 .....	( 73 )
9.1.1 以二维直流电测深反演为例说明计算时间 .....	( 73 )
9.1.2 二维直流电测深反演 .....	( 73 )
9.2 大地电磁快速松弛反演法 (RRI) .....	( 77 )
<b>参考文献</b> .....	( 81 )
<b>附录 反演实验及源程序</b> .....	( 83 )
实验一 利用纵向电导进行一维电测深直接反演 .....	( 83 )
实验二 大地电磁 Bostic 一维反演 .....	( 86 )
实验三 一维电测深最小二乘法反演 .....	( 92 )

# 第 1 章 绪 论

## 1.1 地球物理反演基本概念及研究内容

自从有了地球物理勘探以来,就有了地球物理反演。地球物理反演是地球物理资料处理解释的关键一环。地球物理反演是一门应用科学,它是地球物理学和其他最优化方法的具体结合。因此本书除了讲述地球物理反演的普遍共性规律内容,也会讲述一些具体的物探反演方法。

本书是在参考了前人关于“地球物理反演”<sup>[1-3]</sup>“数学及最优化理论”<sup>[4-8]</sup>“地球物理学”<sup>[9-25]</sup>等方向的专业书籍及期刊文献基础上编写的。为了适应本科教学的要求,本书略去了大量复杂的理论推导,着重基本概念和理论体系的确立,偏重于实际应用,为进一步深入研究反演奠定基础。

地球物理反演的概念是和地球物理正演分不开的。**地球物理正演**——已知测量方式和地球模型的物性及几何参数求地球物理场的响应,即观测结果。**地球物理反演**——已知观测结果和测量方式求地球模型的物性及几何参数。

人们通常在地面进行地球物理勘探获得观测数据,这个过程实际上可以看成正演(虽然通常正演都是在计算机上进行的),然后根据观测结果计算推断地下地球模型的物性及几何参数,这个过程实际上就是反演。

例如我们在地面上测得一条磁异常剖面曲线,我们可以大致推断地下磁异常体的规模和产状。

例如我们在地面上进行直流电测深勘探,由测量的电位差及电流强度可以计算**视电阻率断面图**;然后我们可以通过反演的方法获得地下的**真电阻率断面图**。这就基本上用电阻率描绘了一幅地下的地质结构图像。以之为基础结合地质信息我们就可以获得地下的**地质推断图**。

例如我们进行折射波勘探获得相遇时距曲线,利用这个时距曲线我们可以推断地下界面的起伏及各层波速。

正演和反演可以用如下公式表示:

用  $m$  表示模型参数 ( $m$  为向量),  $d$  表示观测数据 ( $d$  也是向量),  $F$  是联系它们的函数,正演的过程可以表示为如下公式:

$$d = F(m) \quad (1.1)$$

在连续反演中,  $m$ 、 $d$  都是无限维的向量,但在离散反演中它们都是有限维数的,观测数据有限,模型也用有限的参数表示。以三层水平大地电测深为例,模型参数为各层的电阻率和厚度,共有 5 个,观测数据为视电阻率个数为  $M$ , 则



$$d = \begin{pmatrix} \rho_{s1} \\ \rho_{s2} \\ \vdots \\ \rho_{sM} \end{pmatrix}, \quad m = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

对应的反演过程为

$$m = F^{-1}(d) \quad (F^{-1} \text{ 表示反函数}) \quad (1.3)$$

正、反演也可以用图 1.1 表示。

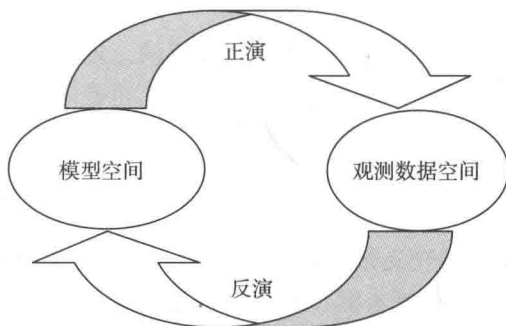


图 1.1 模型空间和观测数据空间映射示意图

一般来说，模型参数和观测值之间的函数  $F$  是很复杂的，写不出解析表达式，因此正演计算一般要采用数值模拟的方法进行，如有限单元法、边界单元法、有限差分法等。

同样它的反函数  $F^{-1}$  也无法获得，因此我们不能利用式 (1.3) 进行反演计算。最常用的反演方法是采用观测数据拟合迭代法进行计算。迭代计算过程如下：

- (1) 给出一个初始模型；
- (2) 进行正演计算，获得理论观测数据；
- (3) 对比理论和实测观测数据；
- (4) 判断两个数据的拟合精度是否满足要求：若拟合精度不满足要求，则修改模型参数，重复 (2)，(3)，(4)；若拟合精度满足要求，则转到 (5)；
- (5) 输出模型参数作为反演结果，反演结束。

那么可以不做迭代也能获得地下的物性参数和几何参数吗？也就是说观测数据或者经过简单计算的观测数据就是地下的物性参数吗？答案几乎是否定的。只有在极少数非常简单的情况下由观测数据可以直接获得地下的模型参数。

例如在均匀半空间进行电法勘探，利用视电阻率公式计算的就是地下的真电阻率参数，不需要从视电阻率到真电阻率的反演过程。但这里要反演的参数只有一个，就是均匀半空间的电阻率。

另外可以把观测结果近似为一些简单地质模型所产生的异常，由它们的解析正演公式推导地下的模型参数。如把重力异常剖面曲线看成是由一个均匀球体产生的，通过球体的重力异常解析公式可以由观测的重力异常曲线计算出球体的平面位置、埋深及剩余质量。

这种由观测数据通过一次简单计算，而不需要多次迭代计算获得地球模型的方法我们称它为直接反演法。

在大多数情况下，地下模型是复杂的，例如地面不是水平的而是起伏的，地下物性也不是均匀的而是由多个复杂的具有不同物理参数的地质体构成的。在这种情况下，一般要采用观测数据拟合反演方法，通过多次正演计算，每一次获得一个响应更接近实测数据的地下模型的结果，直到满足预设的观测数据拟合精度要求为止。

下面以二维直流电测深为例说明反演的必要性。

设有如图 1.2 所示的二维起伏地形地电模型，模型具有一个山峰，一个山谷，在电阻率为  $100 \Omega \cdot \text{m}$  的均匀大地中有一个电阻率为  $10 \Omega \cdot \text{m}$  的低阻体和一个电阻率为  $1000 \Omega \cdot \text{m}$  的高阻体。在如图 1.2 模型的地面进行直流电测深，测量装置为对称四极装置，计算机正演模拟所得视电阻率等值线断面图（观测数据）如图 1.3 所示。

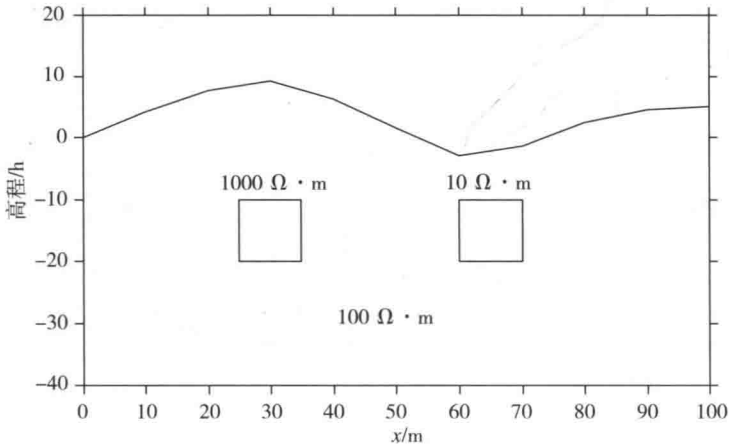


图 1.2 二维起伏地形地电模型（模型 1）

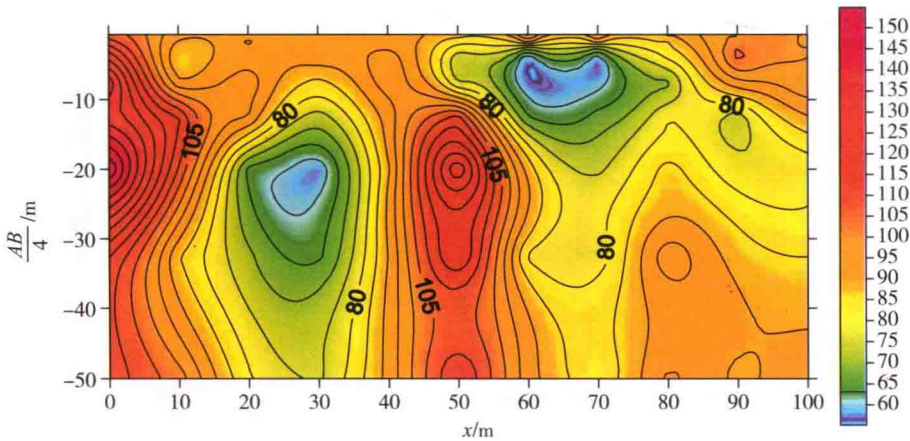


图 1.3 模型 1 的电测深视电阻率 ( $\Omega \cdot \text{m}$ ) 等值线断面图

从图 1.3 可见, 由于地形起伏及不均匀性的影响, 视电阻率等值线图无法准确描述如图 1.2 所示的地电模型, 甚至还出现很多假异常。在这样复杂的地电条件下直接利用视电阻率资料进行地质推断是很困难的。对于地形起伏, 我们可以采用比值法进行地形校正, 在一定程度上消除地形对视电阻率的影响。地形校正公式如下<sup>[9]</sup>:

$$\rho_{\text{改}} = \rho_0 \frac{\rho_s}{\rho_{\text{纯地形}}} \quad (1.4)$$

其中:  $\rho_{\text{改}}$  为经过地形校正后的视电阻率;  $\rho_s$  为实测视电阻率;  $\rho_{\text{纯地形}}$  为纯地形的视电阻率;  $\rho_0$  为围岩电阻率。

图 1.4 为模型 1 纯地形的视电阻率等值线断面图, 就是在模型 1 的基础上删掉两个异常体后正演计算所得 (围岩电阻率取为  $1 \Omega \cdot \text{m}$ )。从图 1.4 可见, 在山峰处有低阻假异常, 在山谷处有高阻假异常。这些地形影响会掩盖和扭曲真正异常体的视电阻率异常。

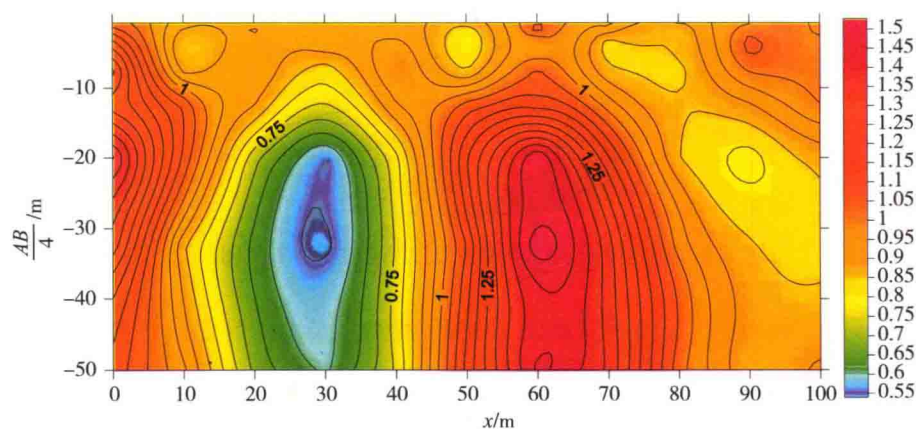


图 1.4 模型 1 纯地形的视电阻率 ( $\Omega \cdot \text{m}$ ) 等值线断面图

图 1.5 为采用公式 (1.4) 进行地形校正后的视电阻率等值线断面图。从图中可见基本消除了地形影响, 可以识别出两个异常体的大致位置, 但是异常体在垂向的分布范围难以确定。

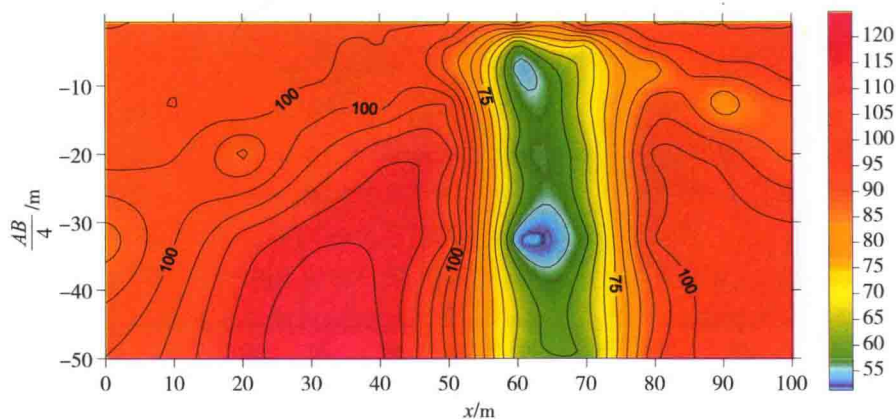


图 1.5 地形校正后的视电阻率 ( $\Omega \cdot \text{m}$ ) 等值线断面图

图 1.6 为加入地形起伏的地形校正后的视电阻率断面图。图 1.6 的纵坐标为高程  $h$  与  $AB/4$  之和 (注意  $AB/4$  取负值)。图 1.6 比图 1.5 更加容易识别异常体位置, 但是异常体在垂向的分布范围仍然难以确定。

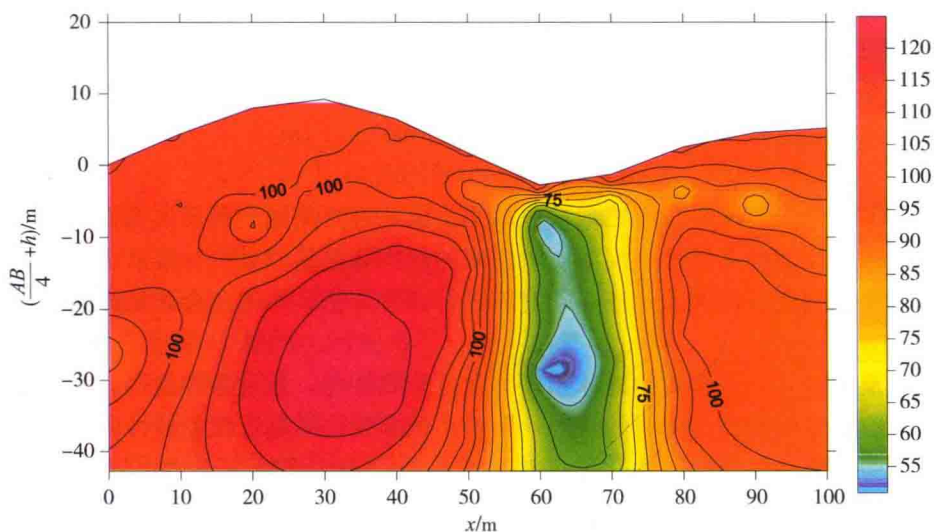


图 1.6 地形校正后的视电阻率 ( $\Omega \cdot m$ ) 等值线断面图 (加入地形起伏)

图 1.7 是模型 1 的反演电阻率等值线断面图。从图 1.7 可见, 反演等值线断面图很好地反映了地下异常体的分布, 低阻体和高阻体的位置的大致范围都反演得比较准确。由于带地形进行反演, 消除了地形影响所导致的假异常。

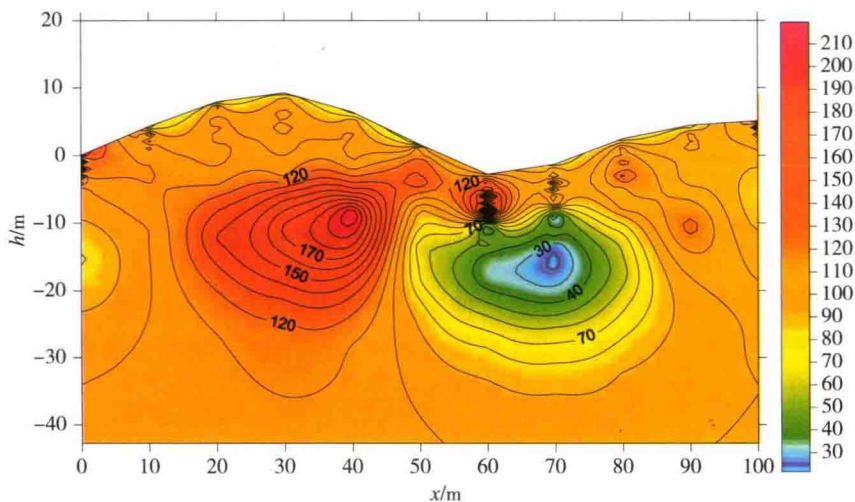


图 1.7 模型 1 的反演电阻率 ( $\Omega \cdot m$ ) 等值线断面图

地形影响是非常复杂的, 用比值法并不能完全消除。从图 1.7 及图 1.6 可见, 反演效果要比地形校正效果好, 因此在进行地质推断解释时最好进行反演计算。



观测数据拟合反演方法一般把响应与模型近似为线性关系，所以这种方法有时又称为线性反演方法。所以我们有定义：

**线性反演法**——观测数据和模型之间有线性关系或在一定条件下能近似为线性关系的反演方法。

用  $m$  表示模型参数 ( $m$  为向量)， $d$  表示观测数据 ( $d$  也是向量)， $F$  是联系它们的函数。线性关系要满足以下两个公式<sup>[1]</sup>：

$$d = F(m_1 + m_2) = F(m_1) + F(m_2) \quad (1.5)$$

$$d = F(\alpha m) = \alpha F(m) = d \quad (1.6)$$

最常用的线性反演法是最小二乘法，本书将以一维直流电测深反演为例详细介绍。

此外，由于反演的多解性，反演所求出来的解实际上是以某种标准从无穷多个解中选出来的，这个解到底有何性质，还必须对解进行评价分析。本书还会详细介绍离散线性反演解的评价方法。

**非线性反演法**——大多数的地球物理问题是非线性的，通过各种途径直接解非线性反问题，实现数据空间到模型空间的映射，而不是把非线性问题近似为线性问题的方法。

实践证明，非线性问题线性化的办法简单易行，在许多情况下也可以取得较好的结果。但是在目标函数具有多个极值的情况下，在反演迭代中容易陷入局部极小，而且反演结果很大程度上取决于初始模型，也可能使反演出现不稳定甚至无解。图 1.8 形象地说明了这种情况<sup>[13]</sup>。

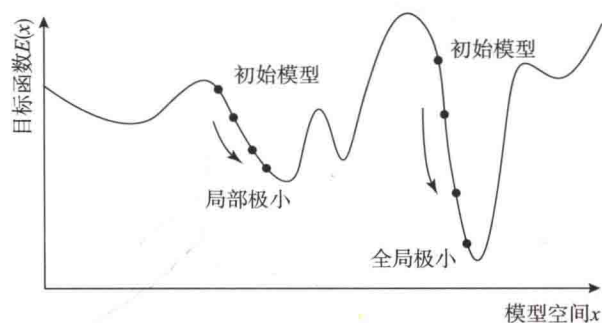


图 1.8 目标函数的全局极小与局部极小示意图<sup>[13]</sup>

不少非线性反演法在模型全空间进行搜索，不依赖于初始模型，能在一定程度上减少陷入局部极小值的可能。常见的非线性反演方法有：梯度法、蒙特卡洛法、模拟退火法、神经网络法、遗传算法等。这些都会在本书中介绍。

## 1.2 反演的多解性

地球物理反演是具有多解性的。多解性的原因主要有以下几点：

- (1) 由于观测数据的不足，反演的结果往往是多解的。
- (2) 勘探方法在理论上的原因所导致的固有多解性。

(3) 反演精度和观测误差所引起的多解性。

由于物探一般是在地面勘探，测点间距不能无限小，观测数据个数往往小于模型参数个数。这样相当于方程个数小于未知数的个数，方程有无穷多个解，对应观测数据的模型有无穷多个。

例如，在地下有一个半径为  $R$  的球体，球心埋深为  $D$ ，剩余密度为  $\sigma$ ，它在地面通过球体中心投影的剖面重力异常曲线解析公式如下<sup>[19]</sup>：

$$\Delta g = \frac{GM D}{(x^2 + D^2)^{3/2}}, \quad M = \frac{4}{3} \pi R^2 \sigma \quad (1.7)$$

其中： $G$  为万有引力常数； $M$  为剩余质量。对应模型及异常曲线如图 1.9 所示。

从式 (1.7) 可知，即使球体的半径  $R$  和剩余密度  $\sigma$  不同，只要球体的剩余质量  $M$  和球心埋深  $D$  相同，则重力异常完全相同。因此对应图 1.9 曲线的模型有无穷多个，可能是一个剩余密度较小的大球，也可能是一个剩余密度较大的小球，这就是重力勘探理论上固有的多解性。

此外观测数据是有一定误差的，反演曲线拟合也是有精度限制的，不可能达到无限的精度。因此不同的模型可能导致相似的观测数据，在反演时无法识别相似数据的区别，同一个观测数据可以对应多个模型。

在数学上关于适定性有如下定义<sup>[1,2]</sup>：

**适定性：**一个问题同时满足以下三条，这个问题就是适定性问题。

- (1) 解存在；
- (2) 解唯一；
- (3) 解稳定。

但是地球物理反演往往都是有多解性的，因此是不适定的。因此要想办法把它变为适定性问题来求解。

**正则化方法：**不适定性问题的解法称为“正则化”方法。

正则化的基本方法是给反问题设定或增加一些信息或标准，以便从能拟合观测数据的无穷多个解中选择一个符合某种标准的解，或为根本无解的反问题构造出一个符合某种标准的解。这个额外附加给反演问题的信息或标准称之为先验信息。

常见的先验信息一般对观测数据和模型参数加以某种限制，如“观测数据加权”“最小长度模型”“最光滑模型”“最平缓模型”等，这些限制条件都会体现在目标函数里。这些都会在书中介绍。

此外，地球物理反演离不开具体的地球物理勘探方法，同时反演方法也是和正演方法

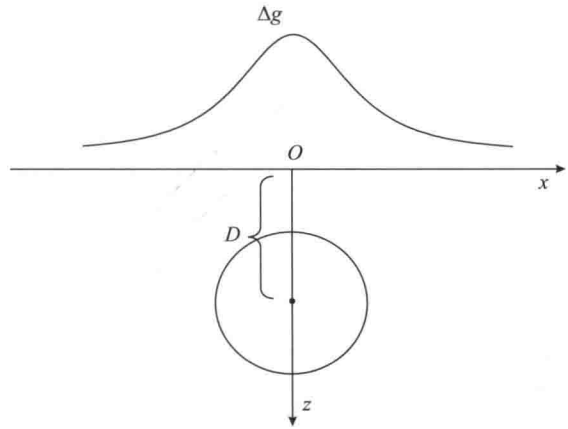


图 1.9 球体模型及主剖面重力异常曲线

紧密联系在一起。在高维地球物理线性反演中，由于偏导数矩阵的计算是耗时最多的过程，所以关键问题是如何进行偏导数矩阵的快速计算，这决定了反演方法的实用性。本书单独用一章以两个实例讲述如何快速计算偏导数矩阵，一个以二维直流电测深反演为例，详细介绍正演计算采用有限单元法时，如何使用互换定理计算偏导数矩阵<sup>[21-23]</sup>，大幅度提高计算速度；一个以大地电磁快速反演法（RRI）<sup>[25]</sup>为例，介绍如何利用一次二维正演结果近似计算一维偏导数（二维模型下的一维偏导数），从而进行一维单点反演。

## 第 2 章 直接反演法

在地球物理反演中,把观测数据近似为一些简单地质体的异常响应,利用正演的解析公式来进行反演,或者寻找模型与观测数据之间存在的近似关系,利用解析公式而不是迭代计算直接求取模型。这样的方法称为**直接反演法**。

在早期,由于计算工具的限制,直接反演法计算量小的特点受到物探工作者的重视,人们发展了很多直接反演法,在地球物理勘探中发挥了重要作用。即使是现在,直接反演法的反演结果也可以作为更高精度的反演方法的初始模型,因此仍然具有重要的意义。本章以几个实例简单介绍直接反演法。

### 2.1 一维直流电测深纵向电导直接反演法

阮百尧教授对 Dar Zarrouk 曲线进行分析,通过取对数、求导等变换得到一种直接反演方法,从方法的形式和效果,都和大地电磁测深中的 Bostick 方法相似,从而为电阻率测深解释提供了一种新的直接反演方法<sup>[9]</sup>。

笔者同样从 Dar Zarrouk 曲线出发,利用纵向电导的概念,把视电阻率看成是某个深度以上地层的纵向电阻率,不要求求导,不要求对数,仅仅是简单的运算就可以把极距和视电阻率转化为深度和电阻率,在效果上和阮氏算法很类似<sup>[20]</sup>。

#### 2.1.1 基本原理

在一维层状或连续介质情况下,设

$$T(z) = \int_0^z \rho(z) dz, \quad S(z) = \int_0^z \sigma(z) dz \quad (2.1)$$

式中:  $\rho(z)$ 、 $\sigma(z)$  为深度  $z$  处的电阻率和电导率;  $T(z)$ 、 $S(z)$  为深度  $z$  以上介质的总横向电阻和总纵向电导。对上式求导得

$$dT(z) = \rho(z) dz, \quad dS(z) = \sigma(z) dz \quad (2.2)$$

定义

$$P(z) = \sqrt{\frac{T(z)}{S(z)}}, \quad L(z) = \sqrt{T(z)S(z)} \quad (2.3)$$

$P(z) - L(z)$  曲线称为 Dar Zarrouk 曲线, Zohdy 认为 Dar Zarrouk 曲线与电测深曲线  $\rho(r) - r\left(r = \frac{AB}{2}\right)$  近似, 即

$$\rho_s(r) \approx \sqrt{\frac{T(z)}{S(z)}}, \quad r \approx \sqrt{T(z)S(z)} \quad (2.4)$$



由上式可得

$$T(z) \approx \rho_s(r) \cdot r, \quad S(z) \approx r/\rho_s(r) \quad (2.5)$$

又因

$$T(z) = \rho_n(z) \cdot z, \quad S(z) = z/\rho_t(z) \quad (2.6)$$

其中:  $\rho_n(z)$  和  $\rho_t(z)$  分别为深度  $z$  之上的所有地层的横向电阻率和纵向电阻率。

对比式 (2.5) 和式 (2.6), 令  $\rho_n(z) = \rho_t(z) = \rho_s(r)$ , 得

$$T(z) \approx \rho_s(r) \cdot z, \quad S(z) \approx z/\rho_s(r) \quad (2.7)$$

这样某一个深度的横向电阻与纵向电导都可以从视电阻率曲线上计算出来。有多少个极距就有多少个深度。每个极距  $r_i$  所对应的深度为  $z_i$ , 经过试验令  $z_i = r_i/2$  比较好。令两个深度之间的地层是均匀的, 厚度为  $h_i = z_i - z_{i-1}$ , 电阻率为  $\rho_i$ , 这样利用纵向电导, 有直接反演公式:

$$\left. \begin{aligned} 1 \text{ 层: } S_1 &\approx \frac{z_1}{\rho_s(r_1)} = \frac{h_1}{\rho_1}, & \rho_1 &= \frac{h_1}{S_1} \\ 2 \text{ 层: } S_2 &\approx \frac{z_2}{\rho_s(r_2)} = \frac{h_1}{\rho_1} + \frac{h_2}{\rho_2} = S_1 + \frac{h_2}{\rho_2}, & \rho_2 &= \frac{h_2}{S_2 - S_1} \\ &\vdots & & \vdots \\ n \text{ 层: } S_n &\approx \frac{z_n}{\rho_s(r_n)} = S_{n-1} + \frac{h_n}{\rho_n}, & \rho_n &= \frac{h_n}{S_n - S_{n-1}} \\ z_i &= r_i/2, h_i = z_i - z_{i-1}, z_0 = 0 & i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

公式 (2.8) 非常简单, 首先求出每个极距所对应的深度  $z_i$ , 这样也就知道每个地层的厚度。此外每个深度之上所有地层的纵向电导  $S_i$  可以从视电阻率曲线和  $z_i$  直接求出, 然后可以利用上面的公式直接计算每个地层的电阻率  $\rho_i$ 。

同理, 利用横向电阻概念, 也有直接反演公式:

$$\left. \begin{aligned} 1 \text{ 层: } T_1 &\approx z_1 \cdot \rho_s(r_1) = h_1 \cdot \rho_1, & \rho_1 &= \frac{T_1}{h_1} \\ 2 \text{ 层: } T_2 &\approx z_2 \cdot \rho_s(r_2) = h_1 \cdot \rho_1 + h_2 \cdot \rho_2 = T_1 + h_2 \cdot \rho_2, & \rho_2 &= \frac{T_2 - T_1}{h_2} \\ &\vdots & & \vdots \\ n \text{ 层: } T_n &\approx z_n \cdot \rho_s(r_n) = T_{n-1} + h_n \cdot \rho_n, & \rho_n &= \frac{T_n - T_{n-1}}{h_n} \\ z_i &= r_i/2, h_i = z_i - z_{i-1}, z_0 = 0 & i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

公式 (2.8) 和公式 (2.9) 可以单独使用, 但最好同时使用, 因为野外数据干扰较大,  $(S_n - S_{n-1})$  或  $(T_n - T_{n-1})$  有可能为负值, 但一般不会同时为负值。在直接反演时以一个公式为主, 如果反演的层电阻率有负值, 用另一个的计算值代替。

## 2.1.2 算例

用 6 个分层均匀的模型 (模型 1 至模型 6) 来试验, 利用式 (2.8) 进行反演。将本文方法反演结果与阮氏反演结果进行对比, 结果如图 2.1~图 2.6 所示。图中横坐标为深