大学物理学

解题指南

主编 许迈昌

湘潭大学出版社

大学物理学解题指南

主　编　许迈昌
副主编　徐海清　容青艳　双　丹
　　　　赵　萍　邓永和　姚　敏

湘潭大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学解题指南 / 许迈昌主编. —湘潭：湘潭大学出版社，2015.6

ISBN 978-7-81128-821-6

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①许… Ⅲ. ①物理学—高等学校—解题 Ⅳ. ①O4-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015)第 141258 号

大学物理学解题指南

许迈昌 主编

责任编辑：丁立松
封面设计：楚佰林
出版发行：湘潭大学出版社
社　　址：湖南省湘潭市 湘潭大学出版大楼
电话(传真)：0731-58298966　邮编：411105
网　　址：http://press.xtu.edu.cn
印　　刷：长沙理工大印刷厂
经　　销：湖南省新华书店
开　　本：787×1092　1/16
印　　张：10
字　　数：250 千字
版　　次：2015 年 6 月第 1 版
印　　次：2015 年 7 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978-7-81128-821-6
定　　价：25.00 元

前　言

大学物理学是高等院校理工科学生必修的一门理论基础课。多年来的教学实践表明，学生在学习大学物理学的过程中，存在一定的困难，为配合大学物理学教学，使学生学习效率更高，同时提高学生学习的积极性和自觉性，特编写本书。

本书内容包括许迈昌、邓永和、姚敏编写的《大学物理学（全2册）》（湘潭大学出版社，2014年8月）全部习题解答和力学、振动与波动、热学、静电场、稳恒磁场、电磁感应、波动光学、近代物理学8个部分的自测题与参考答案。习题解答力求解题过程语言表述准确、文字叙述详细、推理严密、演算无误，便于学生自学。自测题是反映各章节基本要求的测试题目，每套试卷有选择题、填空题和计算分析题等，与配套教材习题有较大的不同，主要用来检验读者灵活运用基础知识解决物理问题的能力，考察读者能否达到考试的一般要求。

本书编写分工如下：第1章质点运动学和第2章质点动力学的习题解答由徐海清编写，第3章机械振动与机械波习题解答由容青艳编写，第4章气体动理论基础习题解答和第5章热力学基础习题解答由双丹编写，第6章流体力学基础习题解答由赵萍编写，第7章静电场习题解答由许迈昌编写，第8章稳恒磁场习题解答和第9章电磁场习题解答由邓永和编写，第10章光学习题解答由容青艳编写，第11章近代物理学习题解答由许迈昌编写，自测题及参考答案由许迈昌编写。本书最后由许迈昌修改定稿。

在本书的编写过程中，参考了湖南大学和湘潭大学教师编写的大学物理学习指导书，以及湖南工程学院的大学物理考试题库，得到了湖南工程学院理学院和湘南学院电子信息与电气工程学院领导和同事们的支持与帮助，湘潭大学出版社为本书的出版做了大量工作，在此谨致以衷心感谢。

由于编者水平有限，书中不妥之处在所难免，恳请读者不吝指正。

编　者

2015年6月

目　录

第一部分　习题解答 …………………………………………………………… (1)

第 1 章　质点运动学习题解答 …………………………………………… (1)

第 2 章　质点动力学习题解答 …………………………………………… (5)

第 3 章　机械振动与机械波习题解答 ……………………………………… (17)

第 4 章　气体动理论基础习题解答 ………………………………………… (28)

第 5 章　热力学基础习题解答 …………………………………………… (34)

第 6 章　流体力学基础习题解答 ………………………………………… (42)

第 7 章　静电场习题解答 ………………………………………………… (47)

第 8 章　稳恒磁场习题解答 ……………………………………………… (62)

第 9 章　电磁场习题解答 ………………………………………………… (69)

第 10 章　光学习题解答 ………………………………………………… (75)

第 11 章　近代物理学习题解答 ………………………………………… (86)

第二部分　自测题及参考答案 …………………………………………… (99)

力学自测题 ………………………………………………………………… (99)

振动与波动自测题 ………………………………………………………… (103)

热学自测题 ………………………………………………………………… (108)

静电场自测题 ……………………………………………………………… (112)

稳恒磁场自测题 …………………………………………………………… (116)

电磁感应自测题 …………………………………………………………… (120)

波动光学自测题 …………………………………………………………… (125)

近代物理学自测题 ………………………………………………………… (129)

力学自测题参考答案 ……………………………………………………… (133)

振动与波动自测题参考答案 ……………………………………………… (135)

热学自测题参考答案 …………………………………………………………………… (137)
静电场自测题参考答案 ………………………………………………………………… (139)
稳恒磁场自测题参考答案 ……………………………………………………………… (141)
电磁感应自测题参考答案 ……………………………………………………………… (144)
波动光学自测题参考答案 ……………………………………………………………… (146)
近代物理学自测题参考答案 …………………………………………………………… (148)
附　录 ……………………………………………………………………………………… (150)
附录Ⅰ　常用希腊字母表 ……………………………………………………………… (150)
附录Ⅱ　常用天文物理量 ……………………………………………………………… (150)
附录Ⅲ　常用物理常量表 ……………………………………………………………… (151)
附录Ⅳ　书中物理量的符号及单位 …………………………………………………… (152)
参考文献 …………………………………………………………………………………… (154)

第一部分　习题解答

第 1 章　质点运动学习题解答

1－1　质点的运动函数为

$$x = 2t$$
$$y = 4t^2 + 5$$

上式中的量均采用国际单位制(SI)中的单位，试求：

(1) 质点运动的轨道方程；

(2) $t_1 = 1$ s 和 $t_2 = 2$ s 时，质点的位置、速度和加速度。

解：(1) 由运动方程得到轨道方程需要消除 t，得出 x 和 y 之间的关系：

$$x^2 = (2t)^2 = 4t^2, \quad y = 4t^2 + 5$$

由此可得质点运动的轨道方程为：

$$y = x^2 + 5$$

(2) 由质点的运动函数可知，当 $t_1 = 1$ s时，质点位置为$(2\boldsymbol{i} + 9\boldsymbol{j})$；当 $t_2 = 2$ s时，质点位置为$(4\boldsymbol{i} + 21\boldsymbol{j})$。

由速度定义 $\boldsymbol{v} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} = \dfrac{dx}{dt}\boldsymbol{i} + \dfrac{dy}{dt}\boldsymbol{j} = 2\boldsymbol{i} + 8t\boldsymbol{j}$，则当 $t_1 = 1$ s 和 $t_2 = 2$ s 时的速度分别为 $\boldsymbol{v}_1 = 2\boldsymbol{i} + 8\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{v}_2 = 2\boldsymbol{i} + 16\boldsymbol{j}$ 。

由加速度的定义 $\boldsymbol{a} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} = \dfrac{dv_x}{dt}\boldsymbol{i} + \dfrac{dv_y}{dt}\boldsymbol{j} = 8\boldsymbol{j}$，则当 $t_1 = 1$ s 和 $t_2 = 2$ s 时的加速度都为 $\boldsymbol{a} = 8\boldsymbol{j}$。

1－2　一质点由静止开始沿直线运动，初始时刻的加速度为 a_0，以后加速度均匀增加，每经过 t 秒增加 a_0，试求经过 t 秒后该质点的速度和运动的路程。

解：本题中将 t 作为常量处理，取时间变量为 t'，由题意可知质点在任一时刻 t' 的加速度的表达式可写为 $a = a_0(1 + t'/t)$。

由 $dv = a\,dt'$，可得经过 t' 时间后质点的速度为$\int_0^v dv = \int_0^{t'} a\,dt' \Rightarrow v = a_0 t' + \dfrac{a_0}{2t}t'^2$。

由 $ds = v\,dt'$，可得经过 t' 时间后质点的路程为$\int_0^s ds = \int_0^{t'} v\,dt' \Rightarrow s = \dfrac{a_0}{2}t'^2 + \dfrac{a_0}{6t}t'^3$。

将 $t' = t$ 代入以上两式，求得 t 时刻的速度和路程

$$v = a_0 t + \frac{a_0}{2t}t^2 = \frac{3}{2}a_0 t, \quad s = \frac{a_0}{2}t^2 + \frac{a_0}{6t}t^3 = \frac{2}{3}a_0 t^2$$

1－3　一质点沿直线运动，其运动方程为 $x = 6t^2 - 2t^3$ (SI)，试求第 2 s 内质点运动的平均加速度和第 2 s 末质点的加速度。

解: 质点的瞬时速度大小为 $v(t) = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t = 12t - 6t^2$。

因此 $v(1) = 12\times1 - 6\times1^2 = 6\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$,$v(2) = 12\times2 - 6\times2^2 = 0$。

因此第 2 s 内的平均加速度为 $\overline{a} = [v(2) - v(1)]/\Delta t = [0-6]/1 = -6\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$。

质点的瞬时加速度大小为 $a(t) = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t = 12 - 12t$。

因此第 2 s 末的瞬时加速度为 $a(2) = 12 - 12\times2 = -12\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ 。

1—4 在相对地面静止的坐标系中,设有 A、B 二船都以速率 $2\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$匀速行驶,$A$ 船沿 x 轴正向,B 船沿 y 轴正向。今在 A 船上设置与静止坐标系方向相同的坐标系(x 、y 方向的单位矢量用 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$ 表示),试求 B 船在 A 船上的坐标系中的运动速度。

解: 建立相对地面静止的坐标系 s 系,另固定 s' 系在 A 船相对于 s 系以 $2\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速度向 x 轴正向运动,设 A 船相对于 s 系的速度为 $\boldsymbol{v}_0$,B 船相对于 s 系的速度为 $\boldsymbol{v}$,B 船相对于 s' 系的速度为 $\boldsymbol{v}'$ 。

由已知条件可知:$\boldsymbol{v}_0 = 2\boldsymbol{i}$,$\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{j}$ 。

由绝对速度=牵连速度+相对速度,即 $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{v}'$,则 $\boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_0 = 2\boldsymbol{j} - 2\boldsymbol{i}$,也就是说,$B$ 船在 A 船上的坐标系中的速度为 $2j - 2\boldsymbol{i}$。

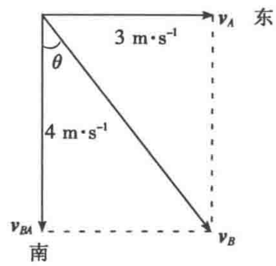
1—5 如习题 1—5 图所示,在以 $3\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$的速度向东航行的 A 船上看,B 船以 $4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$的速度从北面驶向 A 船。在湖岸上看,B 船的速度如何?

解: 建立相对于地面静止的坐标系 s,另固定 s' 系在 A 船上相对于 s 系以 $3\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速度向东运动,设 A 船相对于 s 系的速度为 $\boldsymbol{v}_0$,B 船相对于 s 系的速度为 $\boldsymbol{v}$,B 船相对于 s' 系的速度为 $\boldsymbol{v}'$。

由已知条件可知,$\boldsymbol{v}_0 = 3\boldsymbol{i}$,$\boldsymbol{v}' = -4\boldsymbol{j}$。

由绝对速度=牵连速度+相对速度,即 $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{v}'$。

则 $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{v}' = 3\boldsymbol{i} - 4\boldsymbol{j}$,大小为 $v = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$,方向如该题图所示,也就是说在湖岸边的人看来,$B$ 船沿向南偏东 $36°52'$ 的方向以速度 $5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 航行。



习题 1-5 图

1—6 一架进行投弹训练的飞机以 $100\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$的速度沿离地面 100 m 高度的水平直线飞行。如果驾驶员进行投弹,那么

(1) 炸弹将在飞机下前方多远的地方击中目标?

(2) 驾驶员看目标的视线和水平线成多大角度?

解: (1) 由题意可知为平抛运动,运动方程可写为:

$$x = vt,\quad y = \frac{1}{2}gt^2$$

消除 t 可得轨道方程为 $y = \dfrac{gx^2}{2v^2}$,将 $y = 100\ \mathrm{m}$,$v = 100\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$,$g = 9.8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ 代入轨道方程式中,可得 $x = 452\ \mathrm{m}$,也就是说炸弹将在飞机下前方 452 m 处击中目标。

(2) 设驾驶员看目标的视线和水平线夹角为 θ,由上题可知

$$\arctan\theta = \frac{100}{451.7} \approx 12°$$

1—7 某汽车的发动机以 500 r/min 的初角速度开始加速转动,在 5 s 内角速度增大到了 3 000 r/min,设角加速度恒定,试问:

(1) 若以 $\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$ 为单位,则初角速度和末角速度各是多少?

(2) 角加速度是多少?

(3) 在 5 s 加速的时间内,发动机转了多少圈?

解: (1) 由已知条件可知,初角速度 $\omega_0 = \dfrac{500\times 2\pi}{60} = \dfrac{50\pi}{3}\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$。

末角速度 $\omega = \dfrac{3\,000\times 2\pi}{60} = 100\pi\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$。

(2) 角加速度 $\beta = \dfrac{\omega-\omega_0}{\Delta t} = \left(100\pi - \dfrac{50\pi}{3}\right)/5 = \dfrac{50\pi}{3}\ \mathrm{rad\cdot s^{-2}}$。

(3) 由角速度和角加速度及角位移间的关系式 $\omega^2-\omega_0{}^2 = 2\beta\theta$,可得:

$$\theta = (\omega^2-\omega_0{}^2)/2\beta = [(100\pi)^2-(50\pi/3)^2]/[2\times(50\pi/3)] = \frac{875\pi}{3}。$$

由此可得,转的圈数为 $N = \dfrac{\theta}{2\pi} = 145\dfrac{5}{6}$ 圈。

1-8　某电动机启动后转速随时间变化的关系为

$$\omega = \omega_0(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}})$$

式中 $\omega_0 = 9.0\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$,$\tau = 2.0$ s。试求电动机:(1) $t = 6.0$ s 时的转速;(2) 角加速度随时间变化的规律;(3) 启动后 6.0 s 内转过的圈数。

解: (1) 6 s 时的转速为 $\omega = \omega_0(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}) = 9(1-\mathrm{e}^{-\frac{6}{2}}) = 8.6\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$。

(2) 利用角加速度和角速度间的微分关系可得 $\beta = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}[\omega_0(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}})]}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\omega_0}{\tau}\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$。

即 $\beta = 4.5\mathrm{e}^{-\frac{t}{2}}\ \mathrm{rad\cdot s^{-2}}$。

(3) 利用角位移和角速度间的微分关系 $\mathrm{d}\theta = \omega\mathrm{d}t$,可得:

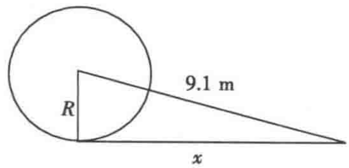
$$\int_0^\theta \mathrm{d}\theta = \int_0^t \omega\mathrm{d}t \Rightarrow \theta = \int_0^t \omega_0(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}})\mathrm{d}t \Rightarrow \theta = \int_0^6 \omega_0(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}})\mathrm{d}t$$

$$= \omega_0 t + \tau\omega_0\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\Big|_0^6 = 9\times 6 + 9\times 2\times(\mathrm{e}^{-3}-1) = 36.896\ \mathrm{rad}。$$

启动后 6.0 s 内转过的圈数 $N = \dfrac{\theta}{2\pi} = \dfrac{36.896}{6.28} \approx 5.87$ 圈。

1-9　一小孩用 1.20 m 长的绳子系一石块,使它在离地面 1.80 m 的高处做水平圆周运动,在某一时刻绳被拉断,石块沿水平方向飞出,落在 9.10 m 远的地上。试求石块在做圆周运动时的向心加速度是多大?

解: 本题需要考虑两个运动,一个是圆周运动,另一个是平抛运动。由圆周运动向心加速度公式 $a_n = \dfrac{v^2}{R}$,并由题意可知 $R = 1.2$ m,所以要求出向心加速度,关键是要求出 v。



习题 1-9 图

平抛运动的运动方程可以写为 $x = vt$,$y = \dfrac{1}{2}gt^2$,如习题 1-9 图所示,$x = \sqrt{9.1^2-1.2^2} = 9.0$ m,可算出

$$t = 3\sqrt{2}/7\ \mathrm{s},\quad v = \frac{9.0\times 7}{3\sqrt{2}} = 15\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

由此可得石块在做圆周运动时的向心加速度是

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{15^2}{1.2} = 188\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

1—10 离心机以每秒 1 000 转的转速高速转动，试求离转轴 10 cm 远的分子的向心加速度是重力加速度的几倍？

解： 由题意可知 $\omega = 1\,000 \times 2\pi = 2\,000\pi\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$。

由向心加速度公式 $a_n = \omega^2 R$，可得 $a_n = (2\,000\pi)^2 \times 0.1 = 400\,000\pi^2$。

由此可得离转轴 10 cm 远的分子的向心加速度是重力加速度 $400\,000\pi^2/9.8 \approx 40$ 万倍。

1—11 一斜抛物体的水平初速度为 v_{0x}，则它在轨道最高处的法向加速度和运动曲线的曲率半径各为多大？

解： 斜上抛运动，在轨道最高处的 y 方向速度为 0，只有 x 方向的速度，而水平方向不受外力，速度不变仍然为 v_{0x}，此时的法向加速度就是重力加速度，即 $a_n = g$，再利用法向加速度公式 $a_n = \dfrac{v^2}{\rho}$，可得曲率半径 $\rho = \dfrac{{v_x}^2}{g}$。

1—12 质点分别做匀速圆周运动、变速圆周运动、变速直线运动时，切向加速度和法向加速度各有何特点？

解： 特点如下：

加速度	匀速圆周运动	变速圆周运动	变速直线运动
切向加速度	为零	不为零	不为零
法向加速度	为恒量	为变量	等于零

1—13 上网查找资料，认识“加加速度”的含义，探讨加加速度的计算及加加速度大小对人的影响，并举例说明。

答： 加加速度可定义为 $\boldsymbol{\xi} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t^2} = \dfrac{\mathrm{d}^3\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^3}$。

加加速度也常被称为急动度，在大多的物理问题中只涉及速度、加速度的讨论，急动度较少被用到。这可能是由于急动度的物理意义不太直观，不具有专门讨论的必要；或是由于加速度变化不大，从而急动度对问题影响较小。但仍然有一些问题需要用到急动度这一概念。

在工程学中经常需要用到急动度，特别是在交通工具设计以及材料等问题中。交通工具在加速时将使乘客产生不适感，这种不适感不仅来自于加速度，也与急动度有关。在这种情况下，加速度反映人体器官在加速度运动时感受到的力（见牛顿第二定律），急动度则反映这种作用力的变化快慢。较大的急动度将会使人体产生相当的不适感，例如，在电梯升降、汽车和火车等加速和转弯的过程中（在这些情况下加速度和急动度的效应一般会同时存在）。因而在设计交通工具时急动度是必须考虑的因素。对于材料，急动度相当于一种“柔性碰撞”，会使材料产生疲劳，在机械设计和高层建筑的抗风、抗震设计中需要考虑到急动度。在物理学的混沌理论和非线性动力学中，急动度也有一定应用。

第2章　质点动力学习题解答

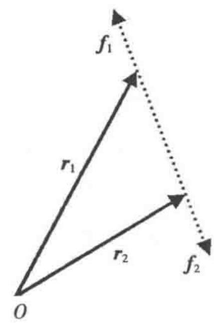
2－1　简述动量守恒定律、角动量守恒定律、机械能守恒定律的适用条件。

答： 动量守恒定律的适用条件是当系统不受力作用或合外力为零。在有些系统受力或合外力不为零的情况下也可以应用动量守恒定律，如当内力远大于外力时。若物体系可视作由若干质点组成，则称为质点系。质点系内各个质点动量的和叫做质点系的动量。若质点系不受质点系以外其他物体的作用，该质点系动量守恒。角动量守恒定律的适用条件是不受外力作用或所受诸外力对某定点（或定轴）的合力矩始终等于零。机械能守恒定律的适用条件是无外力做功或外力做功之和为零，系统内又只有保守力做功。

2－2　试证明一对内力的合力矩为零，而一对内力做功之和可能不为零。并由此说明内力对体系的总动量没有影响，而内力做功可以改变体系的总动能。

证明： 一对内力 $\boldsymbol{f}_1$ 和 $\boldsymbol{f}_2$ 如习题 2－2 图所示，它们对参考点 O 的力矩可写为 $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{r}_1\times\boldsymbol{f}_1+\boldsymbol{r}_2\times\boldsymbol{f}_2$，其中两内力矩大小相等方向相反，刚好抵消，即内力矩之和为 0。内力矩做的功可以表示为

$$\begin{aligned}\mathrm{d}A &= \boldsymbol{f}_1\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}_1+\boldsymbol{f}_2\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}_2=\boldsymbol{f}_1\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{f}_1\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}_2\\ &=\boldsymbol{f}_1\cdot(\mathrm{d}\boldsymbol{r}_1-\mathrm{d}\boldsymbol{r}_2)=\boldsymbol{f}_1\cdot\mathrm{d}(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2)=\boldsymbol{f}_1\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}_{21}\end{aligned}$$



习题 2-2 图

只要两者有相对位移 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}_{21}$，则内力矩做的功就不为 0。所以内力对体系的总动量没有影响，而内力做功可以改变体系的总动能。

2－3　一质量为 m 的船，在速率为 v_0 时发动机因故障而停止工作。如果水对船的阻力为 $f=-Av$，其中 v 是船的速率，A 为正常数，试求发动机停止工作后船速的变化规律。

解： 利用动量定理和牛顿第二运动定律 $f=-Av=m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，可得

$$-\frac{A}{m}\mathrm{d}t=\frac{\mathrm{d}v}{v}\Rightarrow\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v}=\int_0^t-\frac{A}{m}\mathrm{d}t$$

再由 $\ln\dfrac{v}{v_0}=-\dfrac{A}{m}t$，可得 $v=v_0\mathrm{e}^{-\frac{A}{m}t}$。

也就是说，发动机停止工作后船速随时间的变化规律为 $v=v_0\mathrm{e}^{-\frac{A}{m}t}$。

2－4　设有一个质量为 m 的物体，自地面以初速度 v_0 竖直向上发射，物体受到的空气阻力为 $f=-Av$，其中 v 是物体的速度，A 为常数。试求 t 时刻物体的速度和物体达到最大高度所需要的时间。

解： 利用动量定理和牛顿第二运动定律 $f_{合}=-Av-mg=m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，可得

$$-\frac{1}{m}\mathrm{d}t=\frac{\mathrm{d}v}{Av+mg}\Rightarrow\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{Av+mg}=\int_0^t-\frac{1}{m}\mathrm{d}t$$

即有 $\ln\dfrac{Av+mg}{Av_0+mg}=-\dfrac{A}{m}t$，可得速度

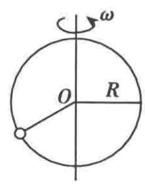
$$v=[v_0+\frac{mg}{A}]e^{-At/m}-\frac{mg}{A}$$

物体到达最大高度时，$v=[v_0+\dfrac{mg}{A}]e^{-At/m}-\dfrac{mg}{A}=0$，化简可得：

$$e^{-At/m}=\frac{mg}{A}/[v_0+\frac{mg}{A}]=\frac{mg}{Av_0+mg}$$

继续化简可得 $-\dfrac{A}{m}t=\ln\left(\dfrac{mg}{Av_0+mg}\right)$，最后可算出 $t=\dfrac{m}{A}\ln(1+\dfrac{Av_0}{mg})$。

2－5　如习题 2－5 图所示，一个小环可以在半径为 R 的竖直大圆环上做无摩擦滑动。今使大圆环以角速度 ω 绕圆环竖直直径转动，要使小环离开大环的底部而停在大环上的某一点，则角速度 ω 最小应大于多少？



习题 2-5 图

解：将所受张力沿水平和竖直方向分解，分别用 $f_{向}$ 和 $f_{上}$ 表示，设此时小环距离中心轴为 R'，半径和水平方向的夹角为 θ，由题意可列方程：

$$f_{向}=m\omega^2R'=m\omega^2R\cos\theta$$

可得

$$f_{上}=f_{向}\tan\theta=m\omega^2R\cos\theta\tan\theta=m\omega^2R\sin\theta$$

要使小环离开大环的底部而停在大环上某一点，只需 $f_{上}\geqslant mg$ 即可。

$$m\omega^2R\sin\theta\geqslant mg\Rightarrow\omega\geqslant\frac{g}{R\sin\theta}$$

θ 要小于 $90°$，则 $\omega\geqslant\dfrac{g}{R}$。

2－6　已知月球表面的重力加速度约为地球表面的重力加速度的 0.14 倍，月球半径约为 $R=1.74\times10^3$ km，试求登月舱在靠近月球表面的圆周轨道上飞行时的周期是多少？

解：登月舱受重力作用，产生向心力：

$$m_0g_{月}=m_0\frac{v^2}{R}\Rightarrow v^2=g_{月}R$$

周期为

$$T=\frac{2\pi R}{v}=2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}=2\times3.14\times\sqrt{\frac{1.74\times10^6}{0.14\times9.8}}\approx7.1\times10^3\,\mathrm{s}$$

2－7　一个初始时刻静止的质点受到外力作用，已知在一段时间内，该外力的冲量大小为 4 N·s，做功为 2 J，试求这一质点的质量。

解：此题求解需要用到动量定理和动能定理：

$$\boldsymbol{I}=\int\boldsymbol{F}\mathrm{d}t=m\boldsymbol{v}-0 \tag{1}$$

$$A=\int\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\frac{1}{2}mv^2-0 \tag{2}$$

由题意可知，将 $I=4$ N·s 代入(1) 式，将 $A=2$ J 代入(2) 式，消除 $\boldsymbol{v}$，可得 $m=4$ kg。

2－8　在水平地面上放有一质量为 M 的静止平板车，它可无摩擦地在地面上运动，在车上有两个质量都为 m 的人，以相对于车的速度 u 从车的后面跳下，在下述两种情况下，试求平板车的末速度：(1) 两个人同时跳下；(2) 一个人跳下后，另一个人再跳下。

解：(1) 建立坐标系 s 固定在地面上，车前进方向为 x 轴正向，另固定 s' 系在车上，设平板车相对于 s 系的速度为 v，此即为末速度，由已知条件可知，两人相对于车(s' 系) 的速度为 $-u$，则其相对于地面(s 系) 的速度为 $v-u$。因为水平方向车和人系统不受外力，整个过程系统动量守恒，即 $0=2m(v-u)+Mv$，由此可求得

$$v=\frac{2m}{M+2m}u$$

(2) 建立坐标系 s 固定在地面上，车前进方向为 x 轴正向，另固定 s' 系在车上，设一人先跳下时平板车和另一人相对于 s 系的速度为 v_1，由已知条件可知，先跳那人相对于车(s' 系) 的速度为 $-u$，则其相对于地面(s 系) 的速度为 v_1-u。因为水平方向车和人系统不受外力，整个过程系统动量守恒，即 $0=m(v_1-u)+(M+m)v_1$，由此可求得

$$v_1=\frac{m}{M+2m}u$$

假设第二个人跳下时平板车相对于 s 系的速度为 v_2，由已知条件可知，此人相对于车(s' 系) 的速度为 $-u$，则其相对于地面(s 系) 的速度为 v_2-u。因为水平方向车和人系统不受外力，整个过程系统动量守恒，即 $(M+m)v_1=m(v_2-u)+Mv_2$，代入 v_1 可得

$$(M+m)\frac{m}{M+2m}u=-mu+(M+m)v_2$$

化简可得

$$v_2=\left(\frac{m}{M+m}+\frac{m}{M+2m}\right)u$$

2－9　一质量为 0.10 kg 的质点由静止开始运动，运动函数为

$$\boldsymbol{r}=\frac{5}{3}t^3\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}\ (\mathrm{SI})$$

试求在 $t=0$ 到 $t=2$ s 时间内，作用在该质点上的合力的冲量和合力所做的功。

解：利用速度定义式可得 $\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}=5t^2\boldsymbol{i}$。

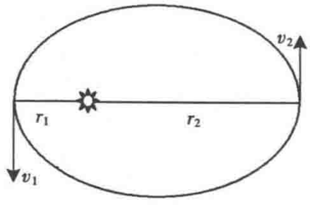
利用加速度定义式可得 $\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}=10t\boldsymbol{i}$，力 $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}=0.1\times10t\boldsymbol{i}=t\boldsymbol{i}$，$F=0.1\times10t=t$。

利用冲量的定义式可得合力的冲量为 $\boldsymbol{I}=\int_0^2\boldsymbol{F}\mathrm{d}t=\int_0^2t\mathrm{d}t=2\boldsymbol{i}\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m/s}$。

当 $t=2$ s 时，$v=5t^2=5\times2^2=20\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$，当 $t=0$ 时，$v=0$，利用动能定理可得合力所做的功为：

$$A=\int\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times0.1\times20^2=20\ \mathrm{J}$$

2－10　试证明行星在轨道上运动时总能量为 $E=-\frac{GMm}{r_1+r_2}$，式中 M 和 m 分别为太阳和行星的质量，r_1 和 r_2 分别为太阳到行星轨道的近日点和远日点的距离。



习题 2-10 图

证明：设行星在近日点和远日点的速度分别为 v_1 和 v_2，如习题 2－10 图所示，由于只有保守力做功，所以机械能守恒，总能量为

$$E=\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{GMm}{r_1}\tag{1}$$

$$E = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{GMm}{r_2} \tag{2}$$

它们所组成的系统不受外力矩作用，所以行星的角动量守恒。行星在两点的位矢方向与速度方向垂直，可得角动量守恒方程

$$mv_1r_1 = mv_2r_2 \Rightarrow v_1r_1 = v_2r_2 \tag{3}$$

将(1) 式各项同乘以 r_1^2 可得

$$Er_1^2 = m(v_1r_1)^2/2 - GMmr_1 \tag{4}$$

将(2) 式各项同乘以 r_2^2 可得

$$Er_2^2 = m(v_2r_2)^2/2 - GMmr_2 \tag{5}$$

将(5) 式减去(4) 式，利用(3) 式，可得

$$E(r_2^2 - r_1^2) = -GMm(r_2 - r_1) \tag{6}$$

由于 r_1 不等于 r_2，所以 $(r_2 + r_1)E = -GMm$，故

$$E = -\frac{GMm}{r_1 + r_2}$$

证毕。

2—11　质量为 m 的物体，最初静止于 x_0 处，在力 $f = -\frac{k}{x^2}$(k 为常数) 作用下沿直线运动，试证明物体在 x 处的速度大小为 $v = [2k(1/x - 1/x_0)/m]^{1/2}$。

解：当物体在直线上运动时，根据牛顿第二定律可得方程

$$f = -\frac{k}{x^2} = ma = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

利用 $v = dx/dt$，可得

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = \frac{dxdv}{dtdx} = v\frac{dv}{dx}$$

因此方程变为 $mvdv = -\frac{kdx}{x^2}$，积分可得 $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{k}{x} + C$。

利用初始条件，当 $x = x_0$ 时，$v = 0$，所以 $C = -k/x_0$，因此

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{k}{x} - \frac{k}{x_0} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2k}{m}(\frac{1}{x} - \frac{1}{x_0})}$$

2—12　一颗 5 000 kg 的卫星，在地球表面上方 8 000 km 高度处沿圆轨道运行。几天之后，由于大气摩擦，轨道收缩到距地面高度为 650 km 处。因为轨道收缩非常缓慢，假定在每一时刻轨道基本上是圆的。试计算卫星的速度、角速度、动能、势能和总能量的变化量。

解：利用向心力等于万有引力来计算

$$\frac{mv^2}{r} = G\frac{Mm}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

其中，$G = 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$，$M = 5.98 \times 10^{24}$ kg，$R = 6\ 371$ km，$R_1 = 6\ 371 + 8\ 000 = 14\ 371$ km，$R_2 = 6\ 371 + 650 = 7\ 021$ km。

速度改变量为 $\Delta v = v_2 - v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_2}} - \sqrt{\frac{GM}{R_1}} = 7.53 - 5.26 = 2.27\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$。

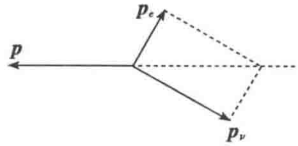
角速度改变量为 $\Delta\omega = \frac{v_2}{R_2} - \frac{v_1}{R_1} = 7.08 \times 10^{-4}\ \mathrm{s^{-1}}$。

动能改变量为 $\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = 7.3 \times 10^{10}$ J。

势能改变量为 $\Delta E_p = \frac{GMm}{R_1} - \frac{GMm}{R_2} = -1.46 \times 10^{11}$ J。

总能量改变量为 $\Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p = 7.3 \times 10^{10} - 1.46 \times 10^{11} = 7.154 \times 10^{10}$ J。

2－13　如习题 2－13 图所示，一个原来静止放置的放射性原子核发生衰变，辐射出一个电子和一个中微子。设电子的运动方向和中微子的运动方向互相垂直，电子的动量大小为 $p_e = 1.2 \times 10^{-22}$ kg·m·s^{-1}，中微子的动量大小为 $p_\nu = 6.4 \times 10^{-23}$ kg·m·s^{-1}，试求衰变后原子核的反冲动量 $\boldsymbol{p}$ 的大小和方向。



习题 2-13 图

解：因为此系统不受外力，整个系统动量守恒，即

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_e + \boldsymbol{p}_\nu$$

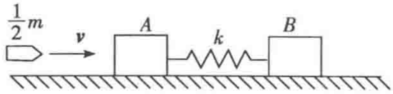
如题图所示建立坐标系，水平向右为 x 轴正向，竖直向上为 y 轴正向，并假设 $\boldsymbol{p}_e$ 与 y 轴正向夹角为 θ，则 $\boldsymbol{p}_\nu$ 与 y 轴负向夹角为 $\frac{\pi}{2} - \theta$，则可写出动量守恒的分量式为

x 方向：$p_e\cos\theta = p_\nu\cos(\frac{\pi}{2} - \theta)$。

y 方向：$p = p_e\sin\theta + p_\nu\cos\theta$。

可算出 $\theta = 61°$，$p = 1.36 \times 10^{-22}$ kg·m·s^{-1}，则 $\boldsymbol{p}$ 与电子径迹 $\boldsymbol{p}_e$ 夹角为 $90° + 61° = 151°$。

2－14　如习题 2－14 图所示，有两个用轻质弹簧连着的滑块 A 和 B，滑块 A 的质量为 $\frac{1}{2}m$，B 的质量为 m，弹簧的劲度系数为 k，A、B 静止在光滑的水平面上（弹簧为原长）。若滑块 A 被水平方向射来的质量为 $\frac{1}{2}m$、速度为 v 的子弹射中，设子弹在 A 中运动的时间十分短暂，试求：(1) 被子弹射中后，滑块 A 及嵌在其中的子弹共同运动的速度；(2) 此时刻滑块 B 的速度；(3) 滑块 B 的最大速度。



习题 2-14 图

解：(1) 因为水平面光滑，整个系统水平方向不受外力作用，系统动量守恒，假设碰撞后较短时间后子弹和滑块 A 的速度为 u，则有

$$\frac{1}{2}mv = \left(\frac{1}{2}m + \frac{1}{2}m\right)u$$

由此可得被子弹射中后，滑块 A 及嵌在其中的子弹共同运动的速度 $u = \frac{1}{2}v$。

(2) 此时刻滑块 B 的速度为 0。

(3) 子弹不动后，子弹和滑块 A 一起压缩弹簧，推动滑块 B 开始运动，当弹簧压缩到最小，三者具有相同的速度设为 u_1，系统水平方向不受外力作用，利用动量守恒

$$\left(\frac{1}{2}m + \frac{1}{2}m\right)u = \left(\frac{1}{2}m + \frac{1}{2}m + m\right)u_1$$

可求得 $u_1 = \frac{1}{4}v$。

接下来弹簧弹开，A 和子弹减速，B 加速，直至弹簧完全展开，此时子弹和滑块 A 速度为

0，滑块 B 达到最大的速度为 u_2，利用动量守恒有 $m\dfrac{v}{2}=mu_2$，可求得 $u_2=\dfrac{1}{2}v$。

2－15 刚体转动惯量的大小与哪些因素有关？试举例说明。

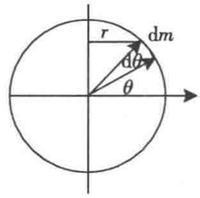
答：影响刚体转动惯量大小的因素主要有刚体的形状、大小和质量分布以及转轴的位置。形状不同，转动惯量明显不同，比如球形和圆柱形，同样的质量和半径，转动惯量分别为 $J=\dfrac{2}{5}mr^2$ 和 $J=\dfrac{1}{2}mr^2$；因转动惯量跟棒长度或球半径相关，所以大小不一样，转动惯量不同；同样质量和半径的圆盘和圆环，因质量分布不一样，转动惯量不一样，分别为 $J=\dfrac{1}{2}mr^2$ 和 $J=mr^2$；同样质量和长度的细棒，转轴位置不一样，转动惯量不同，比如轴在中心和边缘处的转动惯量分别为 $J=\dfrac{1}{12}ml^2$ 和 $J=\dfrac{1}{3}ml^2$ 。

2－16 如习题 2－16 图所示，一圆圈可绕过其中心轴转动，已知圆圈的质量为 m，半径为 R，试求圆圈的转动惯量 J。

解：在圆圈上选择质元 $\mathrm{d}m$ 作为研究对象，设此时它与轴之间的距离为 r，则其对中心轴的转动惯量可写为

$$\mathrm{d}J_1=r^2\,\mathrm{d}m \tag{1}$$

其中，$\mathrm{d}m=\lambda\mathrm{d}s$，$\mathrm{d}s=R\mathrm{d}\theta$，$\lambda=\dfrac{m}{2\pi R}$，$r^2=(R\cos\theta)^2$，将以上各量代入(1)式可得



习题 2-16 图

$$\mathrm{d}J_1=(R\cos\theta)^2\cdot\frac{m}{2\pi R}\cdot R\mathrm{d}\theta \tag{2}$$

可先化简再对第一象限积分，其他三个象限的转动惯量一样，总转动惯量为 $J=4\times J_1$。

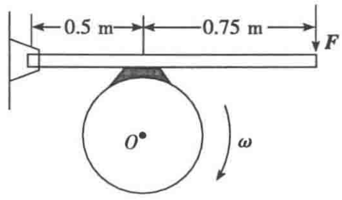
$$J_1=\frac{mR^2}{2\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta^2\,\mathrm{d}\theta=\frac{mR^2}{2\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{1+\cos2\theta}{2}\right)\mathrm{d}\theta$$

可得 $J_1=\dfrac{mR^2}{2\pi}\left[\dfrac{\theta}{2}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+\dfrac{1}{2}\sin2\theta\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}\right]$，化简可得 $J_1=\dfrac{mR^2}{2\pi}\left[\dfrac{\pi}{4}+0\right]=\dfrac{mR^2}{8}$。

因此总转动惯量为 $J=4\times J_1=\dfrac{1}{2}mR^2$。

2－17 如习题 2－17 图所示，传动装置中飞轮的质量为 60 kg，直径为 0.50 m，转动速度为 $1.0\times10^3\ \mathrm{r\cdot min^{-1}}$。现用闸瓦制动，使其在 5.0 s 内停止转动，试求制动力 F。设闸瓦与飞轮之间的摩擦因数 $\mu=0.40$，飞轮的质量全部分布在轮边缘上。

解：设飞轮对闸瓦的支持力为 N'，以左端为转动轴，在力矩平衡时有 $0.5N'-1.25F=0$，所以 $N'=2.5F$。



习题 2-17 图

设闸瓦对飞轮的压力为 $N=N'$，与飞轮之间的摩擦力则为 $f=\mu N$，摩擦力的方向沿飞轮切线，摩擦力产生的力矩为 $M=fR$，飞轮的转动惯量为 $I=mR^2/2$，角加速度大小为

$\beta=-M/I=-2f/mR=-2\mu N/mR=-5\mu F/mR$

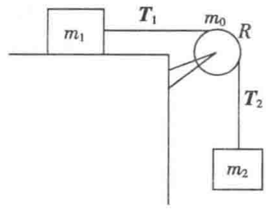
负号表示其方向与角速度方向相反。飞轮的初角速度为

$$\omega_0=1\,000\times2\pi/60=100\pi/3\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$$

根据公式 $\omega=\omega_0+\beta t$，当 $\omega=0$ 时，$\beta=-\omega_0/t$，即 $5\mu F/mR=\omega_0/t$，也就是：

$$F=(\omega_0 mR)/(5t\mu)=100\ \pi$$

2－18 如习题 2－18－1 图所示系统，滑轮可视为半径为 R、质量为 m_0 的均质圆盘，滑轮与绳子间无滑动，水平面光滑，若 $m_1=50\ \mathrm{kg}$，$m_2=200\ \mathrm{kg}$，$m_0=15\ \mathrm{kg}$，$R=0.10\ \mathrm{m}$，试求物体的加速度及绳中的张力。



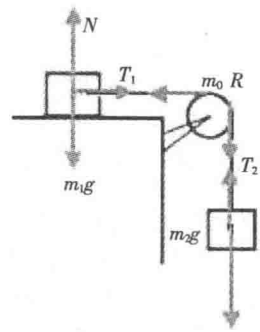
习题 2-18-1 图

解：此题采用分离变量法求解，画受力图如习题 2－18－2 图。因一起滑动，物体 m_1 和 m_2 的加速度相同，设为 a，且绳子与滑轮间无相对滑动，则滑轮的角加速度和物体线加速度满足如下关系：

$$a=R\beta \tag{1}$$

先对物体 m_2 进行受力分析，可知受到绳子张力和物体的重力，利用牛顿第二定律可写出动力学方程

$$m_2g-T_2=m_2a \tag{2}$$



习题 2-18-2 图

再对滑轮进行受力分析，可知受两边绳子的张力，利用转动定理可列方程

$$T_2R-T_1R=J\beta \tag{3}$$

最后对物体 m_1 进行受力分析，因水平面光滑，可知只受到绳子张力，利用牛顿第二定律可列方程

$$T_1=m_2a \tag{4}$$

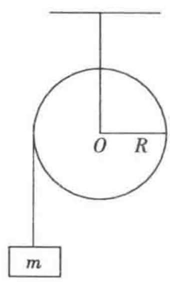
将(1)式、(3)式以及(4)式代入(2)式，另外，圆盘的转动惯量为 $J=\dfrac{1}{2}m_1R^2$，可得：

$$m_2g-\left(\frac{J}{R^2}+m_1\right)a=m_2a$$

可求得

$$a=\frac{m_2g}{J/R^2+m_1+m_2}=\frac{200\times 9.8}{(50\times 0.1^2)/2/0.1^2+50+200}=7.61\ \mathrm{m/s^2}$$

$T_1=50\times 7.61=381\ \mathrm{N}$，$T_2=200\times(9.8-7.61)=440\ \mathrm{N}$



习题 2-19-1 图

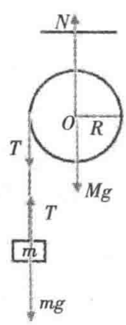
2－19 一轴承光滑的定滑轮，质量 $M=2.00\ \mathrm{kg}$，半径 $R=0.100\ \mathrm{m}$，一根不能伸长的轻绳系一质量为 5.00 kg 的物体绕在滑轮上，如习题 2－19－1 图所示，已知定滑轮的转动惯量为 $J=\dfrac{1}{2}MR^2$，其初角速度 $\omega_0=10.0\ \mathrm{rad/s}$，方向垂直于纸面向里，试求：(1) 定滑轮的角加速度；(2) 当定滑轮的角速度变化到 $\omega=0$ 时，物体上升的高度；(3) 当物体回到原来的位置时，定滑轮的角速度。

解：(1) 采用隔离法，画物体和动滑轮受力图，如习题 2－19－2 图所示。由题意可知物体 m 受重力和绳子张力，如上题可列方程

$$mg-T=ma \tag*{①}$$

定滑轮受绳子张力、重力和拉力作用，相对于 O 点重力和拉力的力矩为零，依据转动定律列方程

$$TR=J\beta \tag*{②}$$



习题 2-19-2 图

绳子与滑轮间无相对滑动，可知