

高等学校材料专业系列教材

CAILIAO CHENGXING CESHI JISHU

# 材料成型测试技术

胡灶福 李长宏 ◎ 编著

专业性



创新性



全面性



理论和应用相结合



合肥工业大学出版社  
HEFEI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

中国科学院研究生院教材

# 材料成型测试技术

编著者：李晓东、王海英、陈立新

审稿人：王春江、王永康、王海英

责任编辑：王海英

出版单位：科学出版社

出版时间：2006年1月第1版

印制单位：北京中科印刷有限公司

开本：787×1092mm 1/16

印张：10.5

字数：250千字

页数：320

版次：1/1

印数：1—3000

书名号：K323.4/1006

ISBN 978-7-03-018833-6

定价：35.00元

高等学校材料专业系列教材

# 材料成型测试技术

胡灶福 李长宏 编著

合肥工业大学出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

材料成型测试技术/胡灶福,李长宏编著. —合肥:合肥工业大学出版社,2010. 9  
ISBN 978 - 7 - 5650 - 0282 - 3

I . ①材… II . ①胡… ②李… III . ①工程材料—成型—测试技术 IV . ①TB3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 176298 号

**材料成型测试技术**

胡灶福 李长宏 编著

责任编辑 权 怡

---

|        |                                      |     |                     |
|--------|--------------------------------------|-----|---------------------|
| 出 版    | 合肥工业大学出版社                            | 版 次 | 2010 年 9 月第 1 版     |
| 地 址    | 合肥市屯溪路 193 号                         | 印 次 | 2010 年 9 月第 1 次印刷   |
| 邮 编    | 230009                               | 开 本 | 787 毫米×1092 毫米 1/16 |
| 电 话    | 总编室:0551-2903038<br>发行部:0551-2903198 | 印 张 | 11                  |
| 网 址    | www.hfutpress.com.cn                 | 字 数 | 254 千字              |
| E-mail | press@hfutpress.com.cn               | 印 刷 | 安徽江淮印务有限责任公司        |
|        |                                      | 发 行 | 全国新华书店              |

---

ISBN 978 - 7 - 5650 - 0282 - 3

定价: 22.00 元

如果有影响阅读的印装质量问题,请与出版社发行部联系调换。

## 前 言

材料成型过程测试技术在生产中起着至关重要的作用,越来越成为材料成型自动化的支柱。为了使广大读者能够对生产过程中所需的测试内容有所了解和掌握,本书注重理论知识与实践技能相结合,从系统性角度出发,全面而又有重点的对成型过程中的测试进行介绍。

本书从材料成型过程所需的动态测试和静态测试系统性两条主线出发,主要介绍了信号及其处理方法、常用专门仪器、力参数测试方法、电动机参数测试方法、轧件尺寸和位置测量及无损探伤等内容,目的在于使学生能掌握有关测试技术的基本理论和方法,了解一些测试技术的发展方向,并通过实际操作培养学生具有一定的实验技能。全书贯彻少而精的原则,精心选编各章节理论部分。为考核学习质量,各章均配有习题与思考题,附录有该课程的8项实验指导。

全书共分6章。第1章介绍测试技术的基本概念,着重介绍了信号的一般概念及常用处理方法,并对测量系统及其基本特性作了简单介绍;第2章介绍常用传感器及其输出信号处理方法;第3章介绍力参数测试,主要是应力应变测试、轧制压力测试、轧机刚度测试等内容;第4章介绍电动机参数测量、位移测量、转速测量、温度测量等方面的内容;第5章介绍轧件尺寸和位置测量,详细介绍了对轧制中的常用尺寸和位移测量;第6章介绍钢材表面质量检测,内容主要集中于无损探伤。

本书具有以下特点:

(1)专业性

本书以材料成型测试内容为主,力求读者通过本书的学习能较好地掌握成型过程中所需的测试技术,并对测试方法和数据处理技术能有较全面的理解和实际应用能力。

(2)创新性

本书不但包括常见成型过程中所需的测试技术,也包括了诸如“刚度测试”等内容,并对专业数值分析作了简单介绍。

(3)全面性

书中内容不但涉及测试技术、传感器、测试方法等内容,而且也对成型测试中所需的数据处理、信号处理方法作了介绍。

# C

## 材料成型测试技术

### (4) 理论和应用相结合

在书中注重理论和实践相结合,由于材料成型过程测试属应用性较强的学科,因此在选材写作时也尽量体现这一特点。

本书由安徽工业大学胡灶福、李长宏主编。本书前4章由李长宏编写,后2章由胡灶福编写,全稿由李长宏负责统编。

本书可作为操作维护人员职业技能培训教材,也可作为大专院校的学生用书。

在本书编写过程中,我们参阅了很多文献书籍。同时,在编写过程中得到多方人员的指导和帮助,在此一并表示感谢。尽管全体编者尽心尽力,但终因水平有限,书中难免存在缺点和不足,敬请读者批评指正。

编 者

2010年7月

# 目 录

|                               |       |
|-------------------------------|-------|
| <b>第1章 测试技术基本概念</b> .....     | (001) |
| 1.1 测试技术及其在轧钢生产中的应用 .....     | (001) |
| 1.1.1 测试技术的基本概念和任务 .....      | (001) |
| 1.1.2 测试技术在轧钢生产中的应用 .....     | (002) |
| 1.2 信号的描述 .....               | (003) |
| 1.2.1 信号的分类 .....             | (003) |
| 1.2.2 信号描述的一般概念 .....         | (003) |
| 1.2.3 周期信号的频谱 .....           | (004) |
| 1.2.4 非周期信号的频谱 .....          | (007) |
| 1.2.5 随机信号 .....              | (010) |
| 1.3 测量系统及其基本特性 .....          | (011) |
| 1.3.1 测量系统的任务和组成 .....        | (011) |
| 1.3.2 线性测量系统的特性 .....         | (012) |
| 1.4 测量系统的主要技术指标 .....         | (020) |
| 1.5 实现不失真测试的条件 .....          | (022) |
| 习题 .....                      | (023) |
| <b>第2章 传感器及其输出信号的处理</b> ..... | (024) |
| 2.1 传感器的定义与分类 .....           | (024) |
| 2.2 电阻式传感器 .....              | (027) |
| 2.2.1 电阻应变式传感器基本原理 .....      | (027) |
| 2.2.2 电阻应变片的结构和类型 .....       | (028) |
| 2.2.3 电阻应变片的工作特性 .....        | (029) |
| 2.2.4 应变片的粘贴 .....            | (030) |
| 2.3 其他常用传感器 .....             | (030) |
| 2.3.1 电容式传感器 .....            | (031) |
| 2.3.2 电感式传感器 .....            | (032) |
| 2.3.3 压电式传感器 .....            | (033) |
| 2.3.4 压磁式传感器 .....            | (033) |
| 2.3.5 磁电式传感器 .....            | (034) |
| 2.4 传感器信号的一般输出形式与常用处理方法 ..... | (035) |

|                              |              |
|------------------------------|--------------|
| 2.5 信号的放大 .....              | (036)        |
| 2.6 电桥电路 .....               | (041)        |
| 2.7 应变仪工作原理 .....            | (048)        |
| 2.7.1 应变仪基本组成 .....          | (048)        |
| 2.7.2 应变信号的调制 .....          | (049)        |
| 2.7.3 应变信号的放大 .....          | (049)        |
| 2.7.4 应变信号的解调 .....          | (050)        |
| 2.8 信号的微机采集 .....            | (052)        |
| 2.8.1 数据采集系统的基本组成 .....      | (052)        |
| 2.8.2 数据采集系统的工作原理 .....      | (053)        |
| 2.9 噪声的抑制 .....              | (057)        |
| 2.9.1 噪声产生的原因 .....          | (057)        |
| 2.9.2 噪声的抑制方法 .....          | (058)        |
| 习题 .....                     | (060)        |
| <b>第3章 力参数测量 .....</b>       | <b>(061)</b> |
| 3.1 应力应变测量 .....             | (061)        |
| 3.1.1 单向应力状态 .....           | (061)        |
| 3.1.2 平面应力状态 .....           | (062)        |
| 3.1.3 复杂平面应力状态下应力成分的测量 ..... | (065)        |
| 3.1.4 应变花应用 .....            | (066)        |
| 3.2 轧制压力测量 .....             | (067)        |
| 3.2.1 轧制压力的概念 .....          | (067)        |
| 3.2.2 轧制压力的测定方法 .....        | (068)        |
| 3.2.3 应力标定(刻度) .....         | (072)        |
| 3.3 传动轴扭矩测量 .....            | (072)        |
| 3.3.1 测量原理 .....             | (072)        |
| 3.3.2 测量方法 .....             | (074)        |
| 3.3.3 集电装置 .....             | (076)        |
| 3.3.4 扭矩标定 .....             | (077)        |
| 3.4 轧件张力测量 .....             | (080)        |
| 3.5 轧机刚度测试 .....             | (082)        |
| 习题 .....                     | (086)        |
| <b>第4章 其他参数测量 .....</b>      | <b>(087)</b> |
| 4.1 直流电动机参数测量 .....          | (087)        |
| 4.1.1 功率测量 .....             | (087)        |
| 4.1.2 电压电流测量 .....           | (087)        |

|                               |              |
|-------------------------------|--------------|
| 4.2 交流电动机参数测量 .....           | (091)        |
| 4.2.1 交流电压、电流的测量 .....        | (091)        |
| 4.2.2 交流电机功率测量 .....          | (092)        |
| 4.3 位移测量 .....                | (093)        |
| 4.3.1 计量光栅测位移 .....           | (093)        |
| 4.3.2 感应同步器 .....             | (094)        |
| 4.3.3 差动变压器位移计 .....          | (095)        |
| 4.4 转速测量 .....                | (096)        |
| 4.4.1 电动式(测速发电机) .....        | (096)        |
| 4.4.2 频闪式 .....               | (098)        |
| 4.4.3 光电式 .....               | (098)        |
| 4.5 热电偶测温 .....               | (099)        |
| 4.6 热辐射法测温 .....              | (101)        |
| 习题 .....                      | (107)        |
| <b>第5章 轧件尺寸和位置的在线检测 .....</b> | <b>(108)</b> |
| 5.1 板带宽度测量 .....              | (108)        |
| 5.1.1 光电测宽仪 .....             | (108)        |
| 5.1.2 线型 CCD 测宽仪 .....        | (110)        |
| 5.2 板带厚度测量 .....              | (112)        |
| 5.2.1 概述 .....                | (112)        |
| 5.2.2 射线测厚 .....              | (112)        |
| 5.2.3 微波测厚 .....              | (115)        |
| 5.2.4 激光测厚仪 .....             | (117)        |
| 5.3 轧件长度测量 .....              | (118)        |
| 5.3.1 常见的简单测长方式 .....         | (118)        |
| 5.3.2 多普勒测长方式 .....           | (119)        |
| 5.4 辊缝测量 .....                | (122)        |
| 5.5 轧件位置测量 .....              | (124)        |
| 习题 .....                      | (126)        |
| <b>第6章 钢材无损检测技术 .....</b>     | <b>(127)</b> |
| 6.1 涡流检测 .....                | (127)        |
| 6.1.1 涡流检测原理 .....            | (127)        |
| 6.1.2 涡流探伤仪 .....             | (127)        |
| 6.1.3 涡流探伤的应用 .....           | (128)        |
| 6.2 磁粉检测 .....                | (128)        |
| 6.2.1 磁粉检测原理 .....            | (128)        |

|  |              |
|--|--------------|
| 6.2.2 工件的磁化方法 .....                    | (129)        |
| 6.2.3 缺陷的检验方法 .....                    | (131)        |
| 6.3 射线检测 .....                         | (131)        |
| 6.3.1 射线检测原理 .....                     | (131)        |
| 6.3.2 X射线探伤技术 .....                    | (132)        |
| 6.4 超声波检测 .....                        | (132)        |
| 6.4.1 超声波检测的原理 .....                   | (132)        |
| 6.4.2 超声波传感器 .....                     | (133)        |
| 6.4.3 超声波探伤技术 .....                    | (133)        |
| 6.4.4 钢板检测 .....                       | (136)        |
| 习题 .....                               | (136)        |
| <b>实验 1 计算机数据采集系统集成 .....</b>          | <b>(137)</b> |
| <b>实验 2 电阻应变式传感器制作与标定及静态特性测定 .....</b> | <b>(141)</b> |
| <b>实验 3 等强度梁法标定轧机转矩 .....</b>          | <b>(148)</b> |
| <b>实验 4 轧机刚度系数的测定 .....</b>            | <b>(151)</b> |
| <b>实验 5 计量光栅法测量位移 .....</b>            | <b>(154)</b> |
| <b>实验 6 光电反射法测定轧机转速 .....</b>          | <b>(156)</b> |
| <b>实验 7 非接触式温度测量及校正 .....</b>          | <b>(159)</b> |
| <b>实验 8 扭矩的无线遥测 .....</b>              | <b>(163)</b> |
| <b>参考文献 .....</b>                      | <b>(167)</b> |

# 第1章 测试技术基本概念

## 1.1 测试技术及其在轧钢生产中的应用

### 1.1.1 测试技术的基本概念和任务

测试技术是测量技术和试验技术的总称。测量就是把被测对象中的某种信息检测出来，并加以度量；试验则是把被测系统中存在的某种信息通过专门装置，以某种人为的方法激发出来，并加以测量。简言之，测试就是依靠一定的科学技术手段定量地获取某种研究对象中的原始信息的过程。信息一般可理解为消息、情报或知识。这里所说的“信息”是指事物的状态或属性，例如在轧钢生产中的轧制温度、轧制速度、轧件尺寸等。

测试技术是从19世纪末、20世纪初发展起来的一门新型技术，迄今已发展成为领域相当宽广的学科。近年来，随着电子技术特别是仪表和电子计算机技术的迅速发展，大大促进了测试技术的发展，过去依靠人工操作、调节、记录、处理和计算的部分，现在已可用计算机的硬件和软件完成。当前，测试技术正向着数字化、自动化、智能化、集成化的方向发展。由于信号的数字处理技术日益完善，数字测量将大量地取代模拟测量。微处理器在测试技术中的应用推动着测试手段的智能化、自动化，即把传统的测量仪器变成了智能仪器。微处理器的逻辑功能和控制功能实现了自动测量、自动调节、自诊故障，微处理器的数据处理功能则完成测试中的误差校正、数据变换和实验曲线拟合。当前的计算机辅助测试(CAT)大大提高了测量精度和试验工作效率<sup>[1]</sup>。

信息总是蕴藏在某些物理量中，并依靠物理量来传递，这些物理量就是信号。例如，轧件材料检测到的信号就包含有材料的厚度、温度等信息，通过分析采集到的这些信号，就掌握了轧件材料的特征参数。

测试工作的基本任务是通过测试手段，对研究对象中的有关信息量作出比较客观、准确的描述，使人们对其有一个恰当的、全面的认识，以达到进一步改造和控制研究对象的目的。

研究对象中所包含的信息是相当丰富的，其中既包含有用的信息，也有大量不需要的干扰信号。测试工作中的一项艰巨任务就是要从复杂的信号中提取有用的信号，并排除干扰。由此可见，测试工作是一件非常复杂的工作，需要多种学科知识的综合运用。

从广义角度来讲，测试工作涉及试验设计、模型试验、传感器、信号加工与处理(传输、加工和分析、处理)、误差理论、控制工程、系统辨识和参数估计等内容，因此，测试工作者

应当具备这方面的相关知识；从狭义角度来讲，测试工作是指在选定激励方式下所进行的信号的检测、变换、处理、显示、记录及电量输出数据的处理工作。

## 1.1.2 测试技术在轧钢生产中的应用

在轧制生产中，多数设备是在重载、高温、多尘等恶劣环境下工作的，设备的技术性能和运转状况对整个生产过程和产品质量有着重要的影响。因此，在保证设备高效能正常运转的条件下，如何安排生产工艺规程，以便达到高产、优质、低耗，是现代轧制生产亟待解决的课题。虽然计算轧制工艺参数有许多理论公式和半经验公式，但这些公式都是在一定条件下推导出来的，必然带有一定的局限性。鉴于目前轧制理论的发展水平，尚不能精确地解决在各种具体生产条件下的工艺参数的计算问题。因此，比较可靠的办法还是对轧制工艺参数进行直接测定，以取得在不同生产工艺条件下的实测数据，并作为编制生产工艺规程的依据<sup>[1]</sup>。可见，测试技术在轧钢生产中起着十分重要的作用。

### 1. 轧制测试技术的主要目的

- (1) 在自动化生产过程中，通过对力能参数的检测来调节和控制生产过程。
- (2) 在轧制过程中进行质量检测，可以及时纠正轧制缺陷的继续产生；对轧制成品的检测，可以真实而准确地检查出成品是否合格，杜绝废品出厂。
- (3) 摸清现有轧制设备的负荷水平，在保证设备安全运转的条件下，充分发挥现有设备的潜力，以达到高产、优质、低成本的目的。
- (4) 通过对现有设备和新安装设备主要部件的受力状态、运动规律测试，从而判断设备性能是否符合设计要求。
- (5) 利用现代化的测试手段研究和鉴别生产过程中发生的物理现象，以对现有工艺设备、产品质量等进行剖析，明确进一步改进的方向。
- (6) 通过对测试结果的综合分析，可以为科研人员验证现有理论和建立新理论、设计人员确定最佳设计方案、工艺人员确定最佳工艺参数等提供科学依据。

总之，现代化的测试技术是轧制生产的关键因素，要实现现代化的轧制控制，必须要有与之相配的测试技术。实践证明，生产技术的发展是和测试技术的发展息息相关、互相渗透、互相促进的。因为，生产技术的发展推动了测试技术的发展；反过来，测试技术的发展又促进了生产技术的不断提高。因此，测试技术水平在一定程度上也标志着生产技术和科学技术的发展水平。

### 2. 轧制过程中常需的测量参数

#### (1) 轧机的负荷参数

- ① 主传动负荷参数——电流、电压、速度、功率和频率；
- ② 轧制负荷参数——轧制力、轧制力矩、弯辊力和平衡力。

#### (2) 主要辅助设备的过程参数

- ① 加热炉参数——区域温度、空气与燃料的比例和板坯推进速度；
- ② 除鳞水参数——压力和流量；
- ③ 轧辊冷却水参数——压力、流量黏度和温度；
- ④ 带钢冷却水参数——压力、流量和温度。

### (3) 轧制产品参数

- ① 几何参数——厚度、宽度、长度、侧弯、凸度、平直度和带卷直径；
- ② 冶金参数——温度和表面条件。

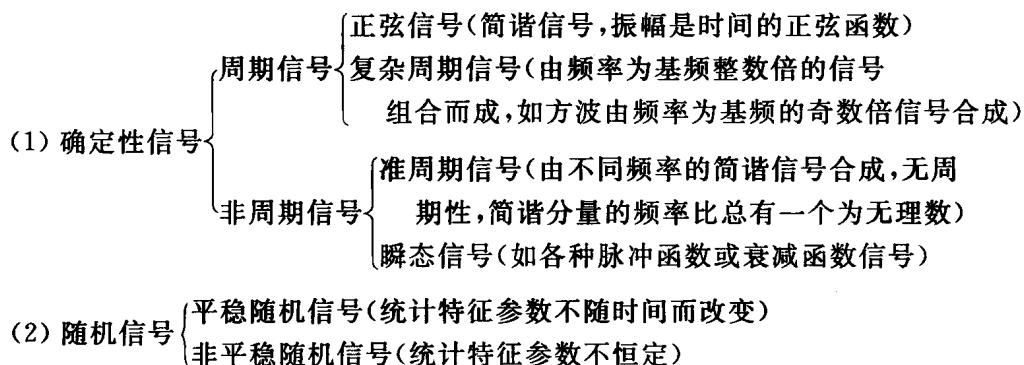
本课程是为研究测试技术在轧钢生产中的应用以及掌握现代化轧钢生产中必不可少的检测技术打基础。

## 1.2 信号的描述

信息是事物客观存在或运动状态的特征；信息本身不是物质，不具有能量，而信息的传输却依靠物质的能量。传输信息的载体称为信号，信息蕴藏于信号之中。如古代边境烽火，表现出的是光信号，蕴藏的信息是“敌人来进攻了”。

### 1.2.1 信号的分类

在动态测试中，将信号作为时间函数来研究。按照能否用明确的时间函数关系来描述，可将信号分为两类：



按照信号波形的形态，还可将信号分为连续信号和离散信号。连续信号在所讨论的时间间隔内，对任意时间值，除若干不连续点以外，都可以给出确定的函数值。离散信号在时间上是离散的，只在某些不连续的时间点上给出函数值，而其他时间没有意义。

### 1.2.2 信号描述的一般概念

#### 1. 信号的时域描述

直接观测或记录的信号，一般是随时间变化的物理量，即以时间  $t$  作为独立变量，以瞬时幅值  $x(t)$  为因变量。信号的时域描述，只能反映信号的幅值随时间变化的特征，而不能明确揭示信号的频率组成成分。

#### 2. 信号的频域描述

为研究信号频率结构和各频率成分的幅值大小，应对信号进行频谱分析。所谓对信号作频域描述，就是把时域信号通过数学变换变成频域信号，也就是以频率  $f$  或圆频率  $\omega = 2\pi f$  作为变量。

### 3. 频谱

频谱是构成信号  $x(t)$  的各频率分量的集合, 它完整地表示信号的频率结构, 有幅频谱  $A(\omega)$  和相频谱  $\varphi(\omega)$  两种。

信号的频域描述、时域描述的关系如图 1-1<sup>[2]</sup>。

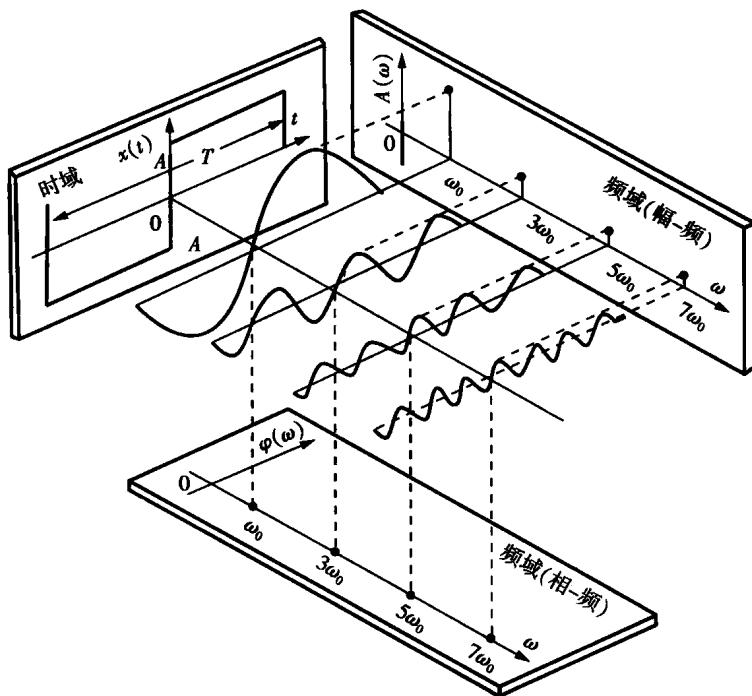


图 1-1 信号的时域描述和频域描述

#### 1.2.3 周期信号的频谱

##### 1. 周期信号概念

周期信号是经过一定时间间隔重复出现的信号。周期信号函数形式如下：

$$x(t) = x(t + nT)$$

其中,  $T$  为周期;  $n$  为整数。

常见周期信号是正弦信号和余弦信号, 两者可以互化。函数形式如下：

$$x(t) = A(\omega_0 t + \theta)$$

要完全确定一个正弦信号需要三个要素, 即幅值  $A$ 、角频率  $\omega_0$  或频率  $f_0$  和初相位角  $\theta$ 。

周期信号的强度表示为时域描述信号的特征参量：

- (1) 峰值  $x_{\max}$ ——是信号可能出现的最大瞬时幅值, 它表征了动态范围。
- (2) 均值  $x_{av}$ ——是信号在整个时域的积分平均, 它表征了直流分量。即

$$x_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$$

绝对均值为：

$$|x_{av}| = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)| dt$$

(3) 有效值  $x_{rms}$ ——是信号的均方根值,即

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}$$

均方值为：

$$P_{av} = x_{rms}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt$$

它表征了信号的平均功率。

(4) 方差  $\sigma_x^2$ ——信号相对其均值的均方值,表征了瞬时幅值对均值的波动程度。即

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - x_{av}]^2 dt$$

## 2. 周期信号的离散频谱

(1) 傅里叶级数

若周期函数满足狄里赫利条件：

① 在  $[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}]$  上连续,或只有有限个间断点；

② 只有有限个极值点。

则可展成傅里叶级数：

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t)$$

其中

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt$$

其中,  $n = 1, 2, 3, \dots$

(2) 幅频谱与相频谱

傅里叶级数展开式关系如图 1-2 所示。

傅里叶级数也可写为：

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_0 t + \phi_n)$$

其中

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\varphi_n = \operatorname{arctg} \frac{a_n}{b_n}$$

则  $A_n$  为幅值,  $A_n \sim \omega$  图称幅频谱, 则  $\varphi_n$  为相角,  $\varphi_n \sim \omega$  图称相频谱。

因为  $n$  是整数序列, 所以相邻频率间隔最小为:

$$\Delta\omega = \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

即各频率成分都是  $\omega_0$  的整数倍, 故谱线是离散的。 $\omega_0$  称为基频,  $n$  次倍频成分, 则

$$A_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n)$$

称为  $n$  次谐波 ( $n=1$  为基波)。

### 3. 傅里叶级数实例

**例 1** 周期方波, 其时域描述及波形为:

$$x(t) = \begin{cases} -A, & -\frac{T}{2} \leq t \leq 0 \\ A, & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \end{cases}$$

求该信号频谱图。

方波信号的时域描述如图 1-3 所示。

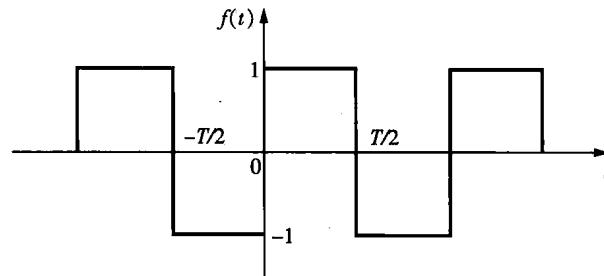


图 1-3 周期方波信号

解 该信号有如下特点:

(1) 在单个周期内, 上半周期和下半周期围成面积相等, 方向相反, 均值为 0, 即

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt = 0$$

(2) 函数为奇函数, 因为  $x(t) \cos n\omega_0 t$  为奇函数, 而奇函数在对称区间内积分为零。

因此, 余弦系数为:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt = 0$$

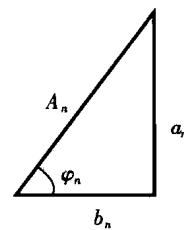


图 1-2 傅里叶级数  
展开式关系图

因此,该周期方波信号仅有正弦分量组成,其各次正弦波幅值为:

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} A \sin \frac{2n\pi}{T} t dt \\ &= \frac{2A}{n\pi} [1 - \cos n\pi] = \frac{4A}{n\pi} \sin^2 \frac{n\pi}{2} = \begin{cases} \frac{4A}{n\pi}, & n=1,3,5,\dots \\ 0, & n=2,4,6,\dots \end{cases} \end{aligned}$$

该方波最终展开成傅氏级数为:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n) = \frac{4A}{\pi} \left[ \sin\omega_0 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_0 t + \dots \right]$$

其幅频谱和相频谱分别为:

$$A(\omega) = A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \sqrt{b_n^2} = \frac{4A}{n\pi}, \quad n=1,3,5,\dots$$

$$\varphi(\omega) = \varphi_n = \arctg \frac{a_n}{b_n} = 0$$

方波波形图及其频谱图如图 1-4 所示。

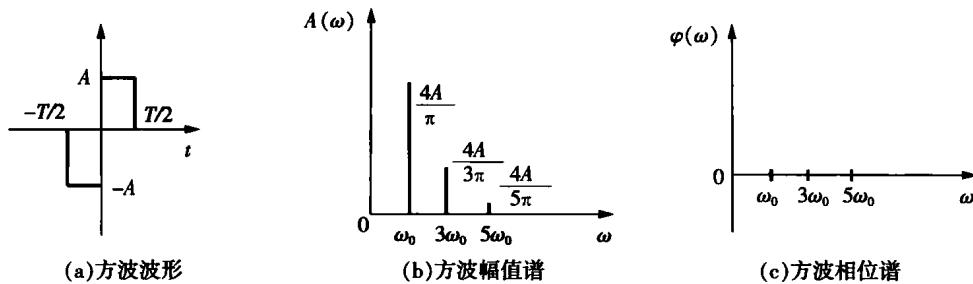


图 1-4 方波信号的波形、幅值谱和相位谱

由以上实例可见,傅里叶级数把一个复杂周期信号表示成为许多正(余)弦信号之和的形式,由于级数中的每一项都对应一个频率分量,并且,既是该分量的时域描述又是频域描述。因此,傅里叶级数本身就是复杂周期信号的频域描述。

#### 1.2.4 非周期信号的频谱

##### 1. 非周期信号概述

两个或两个以上的正、余弦信号叠加,如果任意两个分量的频率比不是有理数,或者说各分量的周期没有公倍数,那么合成的结果就不是周期信号,如下式所表达的就是这样一个信号。

$$x(t) = A_1 \sin(\sqrt{3}t + \theta_1) + A_2 \sin(3t + \theta_2)$$

这种由没有公共整数倍周期的各个分量合成的信号是一种非周期信号,但是,这种信