



双博士系列

普通高等教育“十五”国家级规划教材配套用书

高等数学 辅导

与同济五版配套使用

超值 最低价

主 编 北京大学数学科学学院 马 杰
同济大学 李 颜 王 珏
编 写 双 博 士 数 学 课 题 组
支 持 新浪教育频道 edu.sina.com.cn
双博士网校 www.bbdd.cc
总策划 胡东华



科学技术文献出版社

高等数学辅导

与同济五版配套使用

主 编 北京大学数学科学学院 马 杰
同 济 大 学 李 颜 王 珏
编 写 双 博 士 数 学 课 题 组
支 持 新浪教育频道 edu.sina.com.cn
双博士网校 www.bbdd.cc
总策划 胡东华

科学技术文献出版社
Scientific and Technical Documents Publishing House
北 京

声明:本书封面及封底均采用双博士品牌专用图标(见右图);该图标已由国家商标局注册登记。未经本策划人同意,禁止其他单位或个人使用。



出 版 者:科学技术文献出版社

邮 购 部 电 话:(010)82608021

图书发行部电话:(010)82608022,82608013

门 市 部 电 话:(010)62543201

图书发行部传真:(010)82608039

网 址:www.bbdt.cc

策 划 编 辑:胡东华

责 任 编 辑:郝宏智

责 任 校 对:郝崢嵘

封 面 设 计:蒲菊祥

发 行 者:科学技术文献出版社发行 新华书店北京发行所经销

印 刷 者:北京高岭印刷有限公司

版 (印) 次:2006 年 9 月第 2 版 第 1 次印刷

开 本:850 × 1168 大 32 开

字 数:85 千字

印 张:26.69

原 定 价:26.00 元,促销惊爆价:22.80 元

©版权所有 违法必究

盗版举报电话:010-82608021(著作权者)

也可发短信至 10601089101858

本书无数码防伪标识为盗版

凡购买本社图书,如有字迹不清、缺页、倒页、脱页,由本社发行部负责调换。

前言

双博士品牌《高等数学》辅导系列丛书,自出版诞生以来,以高品质低价位引爆高校数学教辅图书市场。该丛书在全国最大的新华书店——北京西单图书大厦连续五年销量居数理类图书排行榜榜首。在同类书中更是一枝独秀,深受读者欢迎和认可。

本书与同济版经典教材《高等数学》第五版完全配套使用,在章节安排上完全遵循同济五版的严密逻辑,严格地区分于同济四版。该书整体难易程度的把握,兼顾不同层次水平的学生,既适合基础差的学生夯实基础,提升成绩,也适合基础较好的学生再创佳绩,是一本集同步课堂辅导融合应试攻略全方位多角度经济实惠版学生用书。本书区别于双博士同类高等数学辅导系列之处在于所精选的典型例题更精炼更具有典型性,并将最新的考研信息贯穿本书各章节。

本书凸显以下几大特点:

知识网络图:将概念性质定理用图表的形式归类,使知识更加系统化。

考试内容及理解记忆法:准确完整地总结概念性质和定理等考试内容,并加注科学的记忆方法。

典型例题解析:荟萃典型经典试题,每题的后面都有经典技巧总结及方法点拨。

本章自测题:应用本章讲述的技巧方法,自测自练习题。

部分习题选解:本部分对《高等数学》(同济五版)各章、节中出现的比较难的练习题都给出了详尽的答案。

双博士奉献:

1. 本书封底均贴有数码防伪标识(由10位ID和6位PW组成),凭此ID和PW可登录双博士网校(www.bbdd.cc),免费获得30积分,享受相对应的黄金会员权限。凭此ID和PW还可以登录无敌学习网(www.5d.study.com),免费获得价值20元的充值金额。

考生在使用双博士系列丛书过程中遇到问题可登录双博士网校 www.bbdd.cc/bbs/ 或我爱双博士下面留言提问,有问必答。

2. 本书原定价26.00元,现改为22.80元,以最大的诚意和最大的让利,奉献给广大忠于双博士的读者!

3. 全国有三分之一的大学生和考研考生正在使用双博士图书,本品牌图书已成为全国最大的大学教辅图书品牌及知名考研图书品牌。

双博士总策划:胡东华
北京大学

附：

来自北京大学研究生会的感谢信

双博士：

您好！

首先感谢您对北京大学“十佳教师”评选活动的热情支持和无私帮助！师恩难忘，北京大学“十佳教师”评选活动是北京大学研究生会的品牌活动之一，是北京大学所有在校研究生和本科生对恩师情谊的最朴素表达。双博士作为大学教学辅导及考研领域全国最大的图书品牌之一，不忘北大莘莘学子和传道授业的老师，其行为将永久的被北大师生感怀和铭记。

作为考研漫漫征途上的过来人，双博士曾陪伴我们度过无数个考研岁月的日日夜夜，曾带给我们无数个明示和启发，当然也带给我们今天的成功。

特致此信，向双博士表达我们内心长久以来的感激之情，并祝愿双博士事业蒸蒸日上。

北京大学研究生会

二零零二年十二月

目 录

第一章 函数与极限	(1)
§ 1.1 映射与函数	(1)
§ 1.2 数列的极限	(16)
§ 1.3 函数的极限	(21)
§ 1.4 无穷小与无穷大	(24)
§ 1.5 极限运算法则	(27)
§ 1.6 极限存在准则 两个重要极限	(32)
§ 1.7 无穷小的比较	(39)
§ 1.8 函数的连续性与间断点	(42)
§ 1.9 连续函数的运算与初等函数的连续性	(51)
§ 1.10 闭区间上连续函数的性质	(56)
本章知识网络图	(61)
总习题一部分习题选解	(61)
小 结	(65)
历届考研真题评析	(66)
同步自测题	(69)
同步自测题参考答案	(70)
第二章 导数与微分	(75)
§ 2.1 导数的概念	(75)
§ 2.2 函数的求导法则	(87)
§ 2.3 高阶导数	(97)
§ 2.4 隐函数及由参数方程所确定的函数的导数 相关变化率	(101)
§ 2.5 函数的微分	(109)
本章知识网络图	(116)
总习题二部分习题选解	(116)
小 结	(119)
历届考研真题评析	(120)
同步自测题	(122)

同步自测题参考答案	(123)
第三章 微分中值定理与导数的应用	(127)
§ 3.1 微分中值定理	(127)
§ 3.2 洛必达法则	(134)
§ 3.3 泰勒公式	(145)
§ 3.4 函数的单调性与曲线的凹凸性	(154)
§ 3.5 函数的极值与最大值最小值	(164)
§ 3.6 函数图形的描绘	(172)
§ 3.7 曲率	(176)
§ 3.8 方程的近似解	(182)
本章知识网络图	(187)
总习题三部分习题选解	(188)
小 结	(192)
历届考研真题评析	(193)
同步自测题	(202)
同步自测题参考答案	(203)
第四章 不定积分	(208)
§ 4.1 不定积分的概念与性质	(208)
§ 4.2 换元积分法	(213)
§ 4.3 分部积分法	(222)
§ 4.4 有理函数的积分	(228)
§ 4.5 积分表的使用	(245)
本章知识网络图	(246)
总习题四部分习题选解	(246)
小 结	(252)
历届考研真题评析	(252)
同步自测题	(254)
同步自测题参考答案	(254)
第五章 定积分	(257)
§ 5.1 定积分的概念与性质	(257)
§ 5.2 微积分基本公式	(271)
§ 5.3 定积分的换元法和分部积分法	(280)
§ 5.4 反常积分	(294)
§ 5.5 反常积分的审敛法 Γ 函数	(302)

本章知识网络图	(313)
总习题五部分习题选解	(314)
小 结	(318)
历届考研真题评析	(319)
同步自测题	(324)
同步自测题参考答案	(324)
第六章 定积分的应用	(330)
§ 6.1 定积分的元素法	(330)
§ 6.2 定积分在几何学上的应用	(331)
§ 6.3 定积分在物理学上的应用	(342)
本章知识网络图	(346)
总习题六部分习题选解	(346)
小 结	(348)
历届考研真题评析	(348)
同步自测题	(351)
同步自测题参考答案	(352)
第七章 空间解析几何与向量代数	(355)
§ 7.1 向量及其线性运算	(355)
§ 7.2 数量积 向量积 *混合积	(361)
§ 7.3 曲面及其方程	(373)
§ 7.4 空间曲线及其方程	(381)
§ 7.5 平面及其方程	(386)
§ 7.6 空间直线及其方程	(392)
本章知识网络图	(407)
总习题七部分习题选解	(408)
小 结	(410)
历届考研真题评析	(412)
同步自测题	(413)
同步自测题参考答案	(414)
第八章 多元函数微分法及其应用	(415)
§ 8.1 多元函数的基本概念	(415)
§ 8.2 偏导数	(425)
§ 8.3 全微分	(428)
§ 8.4 多元复合函数的求导法则	(433)

§ 8.5 隐函数的求导公式	(439)
§ 8.6 多元函数微分学的几何应用	(444)
§ 8.7 方向导数与梯度	(448)
§ 8.8 多元函数的极值及其求法	(452)
§ 8.9 二元函数的泰勒公式	(458)
§ 8.10 最小二乘法(略)	(462)
本章知识网络图	(462)
总习题八部分习题选解	(463)
小 结	(466)
历届考研真题评析	(467)
同步自测题	(471)
同步自测题参考答案	(471)
第九章 重积分	(475)
§ 9.1 二重积分的概念与性质	(475)
§ 9.2 二重积分的计算方法	(482)
§ 9.3 三重积分	(498)
§ 9.4 重积分的应用	(510)
§ 9.5 含参变量的积分(略)	(516)
本章知识网络图	(516)
总习题九部分习题选解	(516)
小 结	(518)
历届考研真题评析	(519)
同步自测题	(522)
同步自测题参考答案	(523)
第十章 曲线积分与曲面积分	(529)
§ 10.1 对弧长的曲线积分	(529)
§ 10.2 对坐标的曲线积分	(539)
§ 10.3 格林公式及其应用	(548)
§ 10.4 对面积的曲面积分	(558)
§ 10.5 对坐标的曲面积分	(566)
§ 10.6 高斯公式 通量与散度	(572)
§ 10.7 斯托克斯公式 环流量与旋度	(580)
本章知识网络图	(587)
总习题十部分习题选解	(587)

小 结	(596)
历届考研真题评析	(597)
同步自测题	(599)
同步自测题参考答案	(601)
第十一章 无穷级数	(609)
§ 11.1 常数项级数的概念和性质	(609)
§ 11.2 常数项级数的审敛法	(619)
§ 11.3 幂级数	(636)
§ 11.4 函数展开成幂级数	(649)
§ 11.5 函数的幂级数展开式的应用(略)	(658)
§ 11.6 函数项级数的一致收敛性及一致收敛级数的基本性质	(658)
§ 11.7 傅里叶级数	(669)
§ 11.8 一般周期函数的傅里叶级数	(681)
本章知识网络图	(688)
总习题十一部分习题选解	(695)
小 结	(696)
历届考研真题评析	(700)
同步自测题	(701)
同步自测题参考答案	(706)
第十二章 微分方程	(706)
§ 12.1 微分方程的基本概念	(706)
§ 12.2 可分离变量的微分方程	(710)
§ 12.3 齐次方程	(715)
§ 12.4 一阶线性微分方程	(723)
§ 12.5 全微分方程	(733)
§ 12.6 可降阶的高阶微分方程	(743)
§ 12.7 高阶线性微分方程	(748)
§ 12.8 常系数齐次线性微分方程	(753)
§ 12.9 常系数非齐次线性微分方程	(758)
§ 12.10 欧拉方程	(765)
§ 12.11 微分方程的幂级数解法(略)	(770)
§ 12.12 常系数线性微分方程组解法举例	(770)
本章知识网络图	(783)

总习题十二部分习题选解	(784)
小 结	(793)
历届考研真题评析	(793)
同步自测题	(795)
同步自测题参考答案	(796)

第一章

函数与极限

在这一章里,我们首先简单复习一下函数的定义、性质和几个常用的初等函数(我们省略了映射部分的内容).然后研究序列、函数的极限,这其中包括它们几种情况下的不同定义形式和例题.最后我们讨论函数的连续性,以及如何利用函数的连续性的一些性质证明一些命题.

§ 1.1 映射与函数

1.1.1 考试内容及理解记忆方法

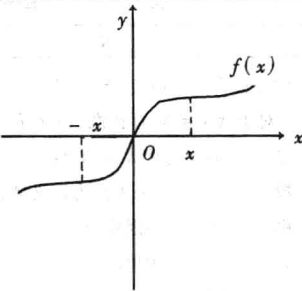
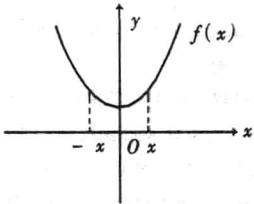
表 1.1 - 1 函数及相关的定义

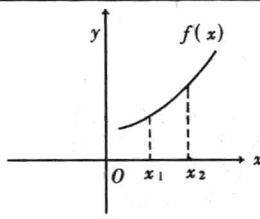
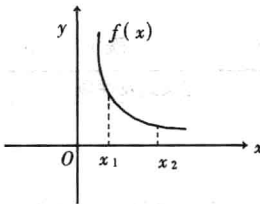
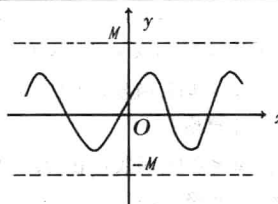
名称	定 义	要点	补充说明
函数	给定集合 X , 若存在某种对应规则 f , 对于 $\forall x \in X$, 存在惟一 $y \in R$ 与之对应, 称 f 是从 X 到 R 的一个函数, 记作 $y = f(x)$; X 称为定义域, x 称为自变量, y 为因变量. $\{f(x) x \in X\}$ 为值域	对应规则、定义域	
函数的图形	平面上点集 $\{(x, f(x)) x \in X\}$ 称为函数 $f(x)$ 的图形		
复合函数	设函数 $y = f(u)$ 的定义域包含 $u = g(x)$ 的值域, 则在函数 $g(x)$ 的定义域 X 上可以确定一个函数 $y = f[g(x)]$, 此函数称为 g 与 f 的复合函数. 记作 $y = f[g(x)]$ 或 $y = f \circ g$	对应规则、定义域、值域	结合律成立, $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$, 但没有交换律, 即 $f \circ g \neq g \circ f$
一一对应	设 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x_1, x_2 \in X$, 若由 $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$, 或者由 $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$, 则称函数 $f(x)$ 在 X 上是一一对应的		一一对应的函数把不同的 x 变成不同的 y

(续)

名称	定 义	要点	补充说明
反 函 数	设 $y = f(x)$ 在 X 上是一一对应的, 值域为 $Y, \forall y \in Y$, 用满足 $f(x) = y$ 的惟一确定的 $x \in X$ 与之对应, 由这样的关系所确定的函数 $x = f^{-1}(y)$ 就称为原来函数 $y = f(x)$ 的反函数		$f: X \rightarrow Y$ $f^{-1}: Y \rightarrow X$ $f^{-1}(f) = I_X: X \rightarrow X$ $f \circ f^{-1} = I_Y: Y \rightarrow Y$ $(f^{-1})^{-1} = f: X \rightarrow Y$ I_X 表 X 上恒同变换
初 等 函 数	基本初等函数经过有限次的四则运算及复合运算后所得到的函数	有限次复合	

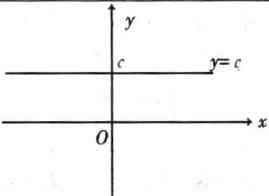
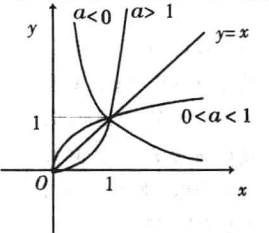
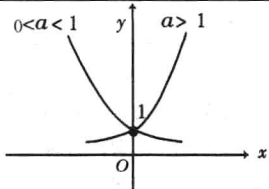
表 1.1 - 2 函数的几种特性

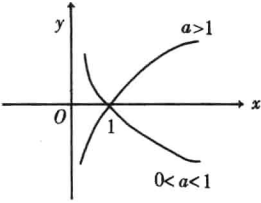
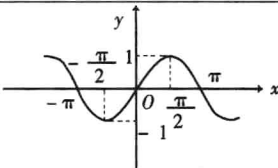
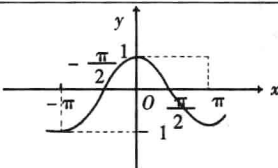
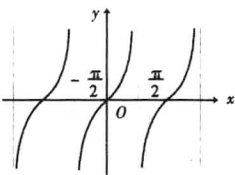
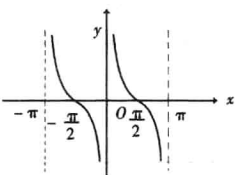
性质	定 义	图例或说明
奇 偶 性	奇函数 函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x, -x \in X$, 且 $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为奇函数	
	偶函数 函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x, -x \in X$, 且 $f(-x) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为偶函数	

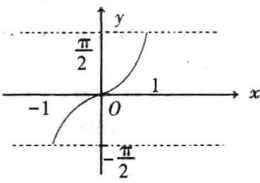
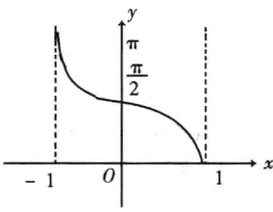
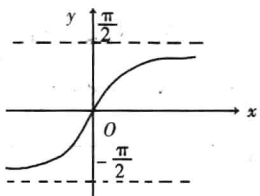
性质	定义		图例或说明
单调性	单调上升(单调递增)	函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x_1, x_2 \in X$, 由 $x_1 < x_2 \Rightarrow$ $f(x_1) \leq f(x_2)$	
	单调下降(单调递减)	函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x_1, x_2 \in X$, 由 $x_1 < x_2 \Rightarrow$ $f(x_1) \geq f(x_2)$	
若严格不等号成立,则称严格单调上升(下降)			
有界性	函数 $f(x)$ 在 X 上定义, 若 $\exists M > 0, \forall x \in X$, 有 $ f(x) \leq M$ (或 $\exists m, M$, 使得 $m \leq f(x) \leq M$ 成立), 则称函数 $f(x)$ 在 X 上是有界函数		 即函数的图形位于 $y = M$ 与 $y = -M$ 之间
无界性	函数 $f(x)$ 在 X 上定义, 若 $\forall M > 0, \exists x' \in X$, 使得 $ f(x') > M$, 则称 $f(x)$ 在 X 上无界		例 $f(x) = \frac{1}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上无界, 因为 $\forall M$ > 0 , 取 $x' = \frac{1}{3M}$, 则 $f(x') = 3M > M$

性质	定 义	图例或说明
周 期 性	函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上定义, 若 $\exists T > 0$, $\forall x \in (-\infty, +\infty)$, 有 $f(x+T) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 是周期为 T 的周期函数. 若在无穷多个周期中, 有最小的正数 T, 则称 T 为周期函数 $f(x)$ 的最小周期, 简称周期	若 T 是 $f(x)$ 的周期, 则 (1) $f(x+kT) = f(x)$, (k 为整数); (2) $f(ax+b)$ ($a \neq 0, b \in R$) 是一个以 $\left \frac{T}{a} \right$ 为周期的函数

表 1.1-3 基本初等函数

名称	定义式及性质	图 例
常 数 函 数	$y(x) = c, (-\infty < x < +\infty)$. 平行于 x 轴, 过 $(0, c)$ 点的直线	
幂 函 数	$y = x^a, (0 < x < +\infty, a \neq 0)$ $a > 0$ 时, 函数 x^a 在 $(0, +\infty)$ 上严格上升 $a < 0$ 时, 函数 x^a 在 $(0, +\infty)$ 上严格下降 $y = x^a$ 与 $y = x^{\frac{1}{a}}$ 互为反函数	
指 数 函 数	$y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ $a > 1$ 时, 函数 $y = a^x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上严格上升 $0 < a < 1$ 时, 函数 $y = a^x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上严格下降	

性质	定 义	图例或说明
对数函数	$y = \log_a x, (a > 0, a \neq 1, 0 < x < +\infty)$ $a > 1$ 时, 函数 $y = \log_a x$ 在 $(0, +\infty)$ 上严格上升 $a < 1$ 时, 函数 $y = \log_a x$ 在 $(0, +\infty)$ 上严格下降 $y = a^x$ 与 $y = \log_a x$ 互为反函数. (若 $a = e$, 记 $y = \log_e x$ 为 $y = \ln x$)	
三角函数	正弦函数 $y = \sin x, (-\infty < x < +\infty)$	
	余弦函数 $y = \cos x = \sin(\frac{\pi}{2} - x), (-\infty < x < +\infty)$	
	正切函数 $y = \tan x, (x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$	
	余切函数 $y = \cot x, (x \neq k\pi, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$	

名称	定义式及性质	图例
反三角函数	反正弦函数 $y = \arcsin x$, $(-1 \leq x \leq 1, -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2})$	
	反余弦函数 $y = \arccos x$, $(-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \pi)$	
	反正切函数 $y = \arctan x$, $(-\infty < x < +\infty, -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2})$	
	反余切函数 $y = \operatorname{arccot} x$, $(-\infty < x < +\infty, 0 < y < \pi)$	