高等学校教材配套教辅 9

线性代数与空间解析几何同步训练

XIAN XING DAI SHU YU KONG JIAN JIE XI JI HE TONG BU XUN LIAN

主编 郭 潇 孟晨辉 徐 阳

哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

高等学校教材配套教辅 9

线性代数与空间解析几何同步训练

XIAN XING DAI SHU YU KONG JIAN JIE XI JI HE TONG BU XUN LIAN

主　编　郭　潇　孟晨辉　徐　阳
编委会　王忠英　王春程　边　伟
　　　　李祝春　杨枫林　孟晨辉
　　　　郑宝东　徐　阳　郭　潇

哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本书是与线性代数与空间解析几何课程配套的同步训练题，书中习题形式新颖，有代表性.

本书适合高等院校数学系学生及数学爱好者使用.

图书在版编目(CIP)数据

线性代数与空间解析几何同步训练/郭潇，孟晨辉，徐阳主编.
—哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2015.8
ISBN 978-7-5603-5591-7

Ⅰ.①线…　Ⅱ.①郭…②孟…③徐…　Ⅲ.①线性代数－高等学校－习题集②立体几何－解析几何－高等学校－习题集
Ⅳ.①O151.2－44②O182.2－44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 208819 号

策划编辑　刘培杰　张永芹
责任编辑　张永芹　钱辰琛
封面设计　孙茵艾
出版发行　哈尔滨工业大学出版社
社　　址　哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号　邮编 150006
传　　真　0451－86414749
网　　址　http://hitpress.hit.edu.cn
印　　刷　哈尔滨久利印刷有限公司
开　　本　787mm×1092mm　1/16　印张 6.75　字数 126 千字
版　　次　2015 年 8 月第 1 版　2015 年 8 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 978-7-5603-5591-7
定　　价　10.00 元

目录

成绩:________

线性代数与空间解析几何同步训练

习 题 一

班级:________________

学号:________________

姓名:________________

心得 体会 拓广 疑问

1 计算下列行列式：

(1)(1.2)① $\begin{vmatrix} 32\,153 & 32\,053 \\ 75\,284 & 75\,184 \end{vmatrix}$；

(2)(1.2) $\begin{vmatrix} 10 & 8 & 2 \\ 15 & 12 & 3 \\ 20 & 32 & 12 \end{vmatrix}$；

(3)(1.2) $\begin{vmatrix} -ab & ac & ae \\ bd & -cd & de \\ bf & cf & -ef \end{vmatrix}$；

年 月 日

① 完成此题目需要学过的小节.

心得 体会 拓广 疑问

(4)(1.1) $\begin{vmatrix} & & & & 1 \\ & & & 2 & \\ & & 3 & & \\ & 4 & & & \\ 5 & & & & \end{vmatrix}$;

(5)(1.1) $\begin{vmatrix} a & 3 & 0 & 5 \\ 0 & b & 0 & 2 \\ 1 & 2 & c & 3 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{vmatrix}$;

(6)(1.3) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 11 \\ -2 & -1 & 4 & 4 \\ -2 & -1 & 1 & 10 \end{vmatrix}$;

年 月 日

心得 体会 拓广 疑问

(7)(1.2) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ x+1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$.

❷ 计算下列 n 阶行列式：

(1)(1.1) $D_n = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \\ n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$;

(2)(1.2) $D_n = \begin{vmatrix} x & a & \cdots & a \\ a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$;

年　月　日

心得 体会 拓广 疑问

(3)(1.3)$D_n=\begin{vmatrix} a & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & a & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & a \end{vmatrix}$;

(4)(1.2)$D_n=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -1 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{vmatrix}$;

(5)(1.2)$D_n=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & -1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & -1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & -1 \end{vmatrix}$;

年　月　日

心得 体会 拓广 疑问

(6)(1.2) $D_n=\begin{vmatrix} x_1-m & x_2 & \cdots & x_n \\ x_1 & x_2-m & \cdots & x_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n-m \end{vmatrix}$;

(7)(1.3) $D_n=\begin{vmatrix} a_0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_1 & x & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n-2} & 0 & 0 & \cdots & x & -1 \\ a_{n-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & x \end{vmatrix}$;

(8)(1.3) $D_n=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \cdots & n \\ 1 & 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 \\ 1 & x & 1 & 2 & \cdots & n-2 \\ 1 & x & x & 1 & \cdots & n-3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x & x & x & \cdots & 1 \end{vmatrix}$.

年 月 日

心得 体会 拓广 疑问

3 证明：

(1)(1.3) $\begin{vmatrix} a^2 & ab & b^2 \\ 2a & a+b & 2b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (a-b)^3$；

(2)(1.3) $\begin{vmatrix} 1 & x_1+a_1 & x_1^2+b_1x_1+b_2 & x_1^3+c_1x_1^2+c_2x_1+c_3 \\ 1 & x_2+a_1 & x_2^2+b_1x_2+b_2 & x_2^3+c_1x_2^2+c_2x_2+c_3 \\ 1 & x_3+a_1 & x_3^2+b_1x_3+b_2 & x_3^3+c_1x_3^2+c_2x_3+c_3 \\ 1 & x_4+a_1 & x_4^2+b_1x_4+b_2 & x_4^3+c_1x_4^2+c_2x_4+c_3 \end{vmatrix} =$
$\prod\limits_{1\leqslant j<i\leqslant 4}(x_i-x_j)$；

(3)(1.3) $D_n = \begin{vmatrix} 2 & 1 & & & \\ 1 & 2 & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & 2 & 1 \\ & & & 1 & 2 \end{vmatrix} = n+1.$

年 月 日

4 用克莱姆(Cramer)法则解下列方程组：

心得 体会 拓广 疑问

(1)(1.4)$\begin{cases}5x_1+6x_2=1\\x_1+5x_2+6x_3=0\\x_2+5x_3=0\end{cases}$；

(2)(1.4)$\begin{cases}x_1-3x_3-6x_4=9\\2x_1-5x_2+x_3+x_4=8\\-x_2+2x_3+2x_4=-5\\x_1-7x_2+4x_3+6x_4=0\end{cases}$.

5 (1.4) 求一个二次多项式 $f(x)$，使 $f(1)=1, f(-1)=9, f(2)=-3$.

年　月　日

心得 体会 拓广 疑问

6 填空题.

(1)(1.1)1 至 6 的排列 241356 的逆序数为________.

(2)(1.1)1 至 $2n$ 的排列 $13\cdots(2n-1)24\cdots(2n)$ 的逆序数为________.

(3)(1.1) 若由 1 至 9 的排列 $91274i56j$ 为偶排列,则 $i=$________, $j=$________.

(4)(1.1) 若由 1 至 9 的排列 $71i25j489$ 为奇排列,则 $i=$________, $j=$________.

(5)(1.1)5 阶行列式 $|(a_{ij})|$ 的展开式中项 $a_{23}a_{42}a_{55}a_{14}a_{31}$ 的符号是________.

(6)(1.1)n 阶行列式 D 中,元素 $a_{1n},a_{2,n-1},\cdots,a_{n1}$ 的乘积项 $a_{1n}\cdot a_{2,n-1}\cdot\cdots\cdot a_{n1}$ 的符号为________.

(7)(1.3) 已知 $D=\begin{vmatrix}2&1&-3&5\\1&1&1&1\\4&2&3&1\\2&5&3&1\end{vmatrix}$,则第 4 行元素的代数余子式之和 $A_{41}+A_{42}+A_{43}+A_{44}=$________;余子式之和 $M_{41}+M_{42}+M_{43}+M_{44}=$________.

7 选择题.

(1)(1.3)$\begin{vmatrix}8&27&64&125\\4&9&16&25\\2&3&4&5\\1&1&1&1\end{vmatrix}$ 的值为(　　).

(A)12　　(B)-12　　(C)16　　(D)-16

(2)(1.3)$\begin{vmatrix}1&2\\3&4\end{vmatrix}$ 中位于第 2 行第 1 列位置的元素 3 的代数余子式为(　　).

(A)2　　(B)-2　　(C)1　　(D)4

(3)(1.2) 如果

$$\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}=d$$

则行列式

$$\begin{vmatrix}3a_{31}&3a_{32}&3a_{33}\\2a_{21}&2a_{22}&2a_{23}\\-a_{11}&-a_{12}&-a_{13}\end{vmatrix}$$

的值为(　　).

(A)$-6d$　　(B)$6d$　　(C)$4d$　　(D)$-4d$

年　月　日

心得 体会 拓广 疑问

(4)(1.2) 对下面关于 2 阶行列式的等式,正确的是(　　).

(A) $\begin{vmatrix} a_1+a_2 & b_1+b_2 \\ c_1+c_2 & d_1+d_2 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{vmatrix}$

(B) $\begin{vmatrix} a_1+ka_1 & b_1+kb_1 \\ c_1+kc_1 & d_1+kd_1 \end{vmatrix}=(1+k)\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{vmatrix}$

(C) $\begin{vmatrix} a_1+kb_1 & b_1+ka_1 \\ c_1+kd_1 & d_1+kc_1 \end{vmatrix}=(1+k^2)\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{vmatrix}$

(D) $\begin{vmatrix} a_1+kb_1 & b_1+ka_1 \\ c_1+kd_1 & d_1+kc_1 \end{vmatrix}=(1-k^2)\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{vmatrix}$

8 判断下列结论是否正确.

(1)(1.2) $\begin{vmatrix} x & 0 & 0 & 1 \\ 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & 0 \\ 1 & 0 & 0 & x \end{vmatrix} \xlongequal{r_1+(-\frac{1}{x})r_4} \begin{vmatrix} x-\frac{1}{x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & 0 \\ 1 & 0 & 0 & x \end{vmatrix}=x^3(x-\frac{1}{x}).$

(2)(1.3) $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}=\prod_{1\leqslant j<i\leqslant 3}(x_j-x_i)=(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_2-x_3).$

(3)(1.2)n 阶行列式 D 等于零的充要条件是 D 的某两行(或某两列)的元素成比例.

(4)(1.2) 若 n 阶行列式 D 等于零,则 D 一定含有零列.

(5)(1.1) 在一个 n 阶行列式中,如果等于零的元素比 n^2-n 还多,那么这个行列式必为零.

(6)(1.3) 在一个 n 阶行列式中,如果某一行元素的代数余子式全是零,则这个行列式为零.

(7)(1.1) $\begin{vmatrix} & & & \lambda_1 \\ & & \lambda_2 & \\ & \lambda_3 & & \\ \lambda_4 & & & \end{vmatrix}=-\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4.$

(8)(1.2) $\begin{vmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1}+b_{n1} & a_{n2}+b_{n2} & \cdots & a_{nn}+b_{nn} \end{vmatrix}=$

$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nn} \end{vmatrix}.$

(9)(1.3) 若某 4 阶行列式 D 中第 3 列元素依次为 $-1,2,0,1$,它们的余子式分别为 $5,3,-7,4$,则 $D=5$.

年　月　日

成绩：____________

线性代数与空间解析几何同步训练

习 题 二

班级：________________________

学号：________________________

姓名：________________________

心得 体会 拓广 疑问

❶ (2.2) 设 $A=\begin{pmatrix}2&2\\3&5\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}-1&2\\4&3\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}5&4\\13&-1\end{pmatrix}$，试计算：

(1) $A+B$；

(2) $A-B$；

(3) $2A+3C+B$.

❷ (2.2) 设 $A_1=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$A_2=\begin{pmatrix}-1\\0\\-3\end{pmatrix}$，$A_3=\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}$，求 $\frac{1}{3}A_1+\frac{1}{4}A_2+\frac{1}{12}A_3$.

❸ 计算：

(1)(2.2) $\begin{pmatrix}4&3&1\\1&-2&3\\5&7&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}7\\2\\1\end{pmatrix}$；

年 月 日

心得 体会 拓广 疑问

(2)(2.2) $\begin{pmatrix}1\\4\\1\\1\end{pmatrix}(1\quad 3\quad 2\quad 1)$；

(3)(2.2) $(1\quad 3\quad 2\quad 1)\begin{pmatrix}1\\4\\1\\1\end{pmatrix}$；

(4)(2.2) $\begin{pmatrix}k_1 & & \\ & k_2 & \\ & & k_3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\\ a_{31} & a_{32}\end{pmatrix}$；

年　月　日