

高等学校规划教材 · 力学

PROGRAMMING TEXTBOOKS FOR HIGHER EDUCATION

# 结 构 力 学

于克萍 编著

西北工业大学出版社

高等学校规划教材·力学

# 结 构 力 学

于克萍 编著

西北工业大学出版社

**【内容简介】** 本书是根据国家教育部审定的结构力学课程教学基本要求编写的。其内容包括结构力学的基本知识、平面体系的几何组成分析、静定梁、静定平面刚架、静定拱式结构、静定平面桁架、影响线及其应用、静定结构的位移计算、力法、力法应用、位移法、渐近法和矩阵位移法计算连续梁。本书思路清晰、概念正确、内容精练，结构安排合理，叙述深入浅出。

本书可作为高等院校道路桥梁与渡河工程、铁道工程等专业教材，也可作为土建、水利类专业教材，同时可供有关工程技术人员参考。本书既适合于应用型本科院校学生、继续教育学院本专科学生、高等职业院校专升本学生使用，也可作为自学考试等的参考教材。

### 图书在版编目(CIP)数据

结构力学/于克萍编著. —西安:西北工业大学出版社,2011.1

ISBN 978 - 7 - 5612 - 2991 - 0

I . ①结… II . ①于… III . ①结构力学—高等学校—教材 IV . ①O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 264740 号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路 127 号 邮编:710072

电 话:(029)88493844 88491757

网 址:[www.nwpup.com](http://www.nwpup.com)

印 刷 者:陕西兴平报社印刷厂

开 本:787 mm×1 092 mm 1/16

印 张:15.75

字 数:381 千字

版 次:2011 年 1 月第 1 版 2011 年 1 月第 1 次印刷

定 价:33.00 元

# 前　　言

本书是根据国家教育部审定的结构力学课程教学基本要求编写的,内容上与教育部颁布实施的《普通高等学校本科专业目录》中规定的土木工程专业的培养目标相一致。针对土建、水利、道路桥梁和渡河工程等相关专业学生结构力学课程的学习,本书主要适合应用型本科院校学生、继续教育学院本专科学生以及高等职业专科学校专升本学生使用。

本书在编写过程中,注意吸收众多同类教材的长处和多年来丰富的教学经验,力图贯彻“重基础,理论联系实际及由浅入深”等原则,在内容的阐述上尽可能做到由具体到抽象,由简单到复杂,以符合学生的认识规律,既方便教学也有利于学生自学。在例题和习题的安排上比较全面,且大部分习题附有答案。

本书中冠以“\*”号的章节,根据专业的差异,可由使用本教材的教师根据实际情况加以取舍。

限于水平,书中难免有错误和不妥之处,恳请读者指正,以便进一步完善。

编著者

2010年6月

# 目 录

<b>第 1 章 绪论</b> .....	1
1.1 结构力学的研究对象和基本任务 .....	1
1.2 荷载的分类 .....	1
1.3 结构的计算简图 .....	2
1.4 杆件结构的分类 .....	5
<b>第 2 章 平面体系的几何组成分析</b> .....	7
2.1 基本概念 .....	7
2.2 平面体系的计算自由度 .....	7
2.3 几何不变体系的基本组成规则 .....	10
2.4 瞬变体系 .....	12
2.5 几何组成分析示例 .....	15
2.6 几何组成与静定性的关系 .....	17
习题 .....	18
<b>第 3 章 静定梁</b> .....	20
3.1 单跨静定梁的计算 .....	20
3.2 用叠加法绘弯矩图 .....	23
3.3 多跨静定梁 .....	26
3.4 简支斜梁的计算 .....	30
习题 .....	32
<b>第 4 章 静定平面刚架</b> .....	34
4.1 静定平面刚架的几何构成和特点 .....	34
4.2 静定平面刚架的内力分析 .....	35
4.3 少求或不求反力快速绘制弯矩图 .....	42
4.4 静定结构的特性 .....	44
习题 .....	46
<b>第 5 章 静定拱式结构</b> .....	49
5.1 概述 .....	49
5.2 三铰拱的数解法 .....	50

5.3 三铰拱的压力线.....	55
5.4 三铰拱的合理拱轴线.....	55
习题 .....	58
<b>第6章 静定平面桁架 .....</b>	<b>60</b>
6.1 概述.....	60
6.2 结点法.....	61
6.3 截面法.....	63
6.4 截面法和结点法的联合应用.....	66
6.5 各类平面桁架的比较.....	68
6.6 组合结构的计算.....	69
习题 .....	71
<b>第7章 影响线及其应用 .....</b>	<b>75</b>
7.1 概述.....	75
7.2 静力法作单跨静定梁的影响线.....	76
7.3 机动法作单跨静定梁的影响线.....	80
7.4 多跨静定梁的影响线.....	82
7.5 间接荷载作用下的影响线.....	85
* 7.6 三铰拱的影响线 .....	87
* 7.7 桁架的影响线 .....	88
7.8 利用影响线求量值.....	91
7.9 公路和铁路的标准荷载制.....	93
7.10 最不利荷载位置 .....	94
7.11 简支梁的绝对最大弯矩 .....	99
7.12 简支梁的内力包络图 .....	101
习题.....	103
<b>第8章 静定结构的位移计算.....</b>	<b>107</b>
8.1 概述 .....	107
8.2 变形体系的虚功原理 .....	109
8.3 结构位移计算的一般公式——单位荷载法 .....	112
8.4 静定结构在荷载作用下的位移计算 .....	114
8.5 图乘法 .....	118
8.6 温度变化时的位移计算 .....	124
8.7 支座移动时的位移计算 .....	127
8.8 线弹性变形体的互等定理 .....	128

## 目 录

习题.....	130
<b>第 9 章 力法.....</b>	<b>134</b>
9.1 超静定结构的概述 .....	134
9.2 超静定次数的确定 .....	135
9.3 力法的基本概念 .....	137
9.4 力法的典型方程 .....	139
9.5 力法的计算步骤和示例 .....	142
9.6 对称性的利用 .....	149
9.7 温度变化时超静定结构的计算 .....	155
9.8 支座移动时超静定结构的计算 .....	157
9.9 超静定结构的位移计算 .....	158
9.10 超静定结构计算结果的校核.....	160
9.11 超静定结构的特性.....	162
习题.....	163
<b>第 10 章 力法应用 .....</b>	<b>168</b>
10.1 超静定结构的影响线.....	168
10.2 连续梁的均布荷载最不利位置及包络图.....	171
10.3 超静定拱概述.....	173
10.4 两铰拱及系杆拱的计算.....	175
10.5 对称无铰拱的简化计算方法——弹性中心法.....	178
10.6 对称无铰拱在荷载作用下的计算.....	179
习题.....	185
<b>第 11 章 位移法 .....</b>	<b>187</b>
11.1 概述.....	187
11.2 等截面直杆的转角位移方程.....	188
11.3 位移法的基本未知量和基本结构.....	194
11.4 位移法的典型方程.....	196
11.5 位移法的计算步骤与示例.....	198
11.6 按平衡条件建立位移法典型方程.....	207
11.7 力法和位移法的联合应用 .....	208
习题.....	211
<b>* 第 12 章 漐近法 .....</b>	<b>214</b>
12.1 概述 .....	214

12.2 力矩分配法的基本概念.....	214
12.3 力矩分配法计算连续梁.....	220
12.4 无剪力分配法.....	224
习题.....	227
<b>第 13 章 矩阵位移法计算连续梁 .....</b>	<b>229</b>
13.1 概述.....	229
13.2 矩阵位移法的基本概念.....	229
13.3 计算步骤及示例.....	236
习题.....	237
<b>附录 习题答案.....</b>	<b>238</b>
<b>参考文献.....</b>	<b>244</b>

# 第1章 緒論

## 1.1 結構力学的研究对象和基本任务

工程中能承受荷载并起骨架作用的部分称为结构。例如，公路、铁路上的桥梁和隧道，房屋中的梁柱体系以及挡土墙、水坝、涵洞等都是典型的结构实例。

按结构构件的几何特征，结构分为以下三大类：

(1) 杆件结构：这类结构是由若干根长度远远大于其它两个尺寸的杆件组成的，如建筑物中梁和柱组成的梁柱体系。

(2) 板壳结构：这类结构也称薄壁结构，它的厚度远远小于其它两个尺寸。若中面为平面的，称之为薄板，如屋面；若中面为曲面的，称之为薄壳，如双曲拱桥。

(3) 实体结构：它的三个方向的尺寸基本为同量级的结构，如基础、桥墩、挡土墙等。

结构力学是一门专业基础课，与理论力学、材料力学、弹性力学之间有着密切的关系。理论力学着重讨论物体机械运动的基本规律。其它三大力学着重讨论结构及其构件的强度、刚度和稳定性问题。材料力学以单个杆件作为研究对象；结构力学是在材料力学的基础上以杆件结构作为研究对象；弹性力学是以板壳结构和实体结构作为研究对象的。

结构力学的基本任务主要有以下三个方面：

(1) 研究结构的组成规律及合理形式。

(2) 研究结构的内力和变形的计算原理与计算方法，即结构的强度和刚度计算。

(3) 研究结构的稳定性以及结构在动力荷载作用下的特性和反应。

## 1.2 荷載的分类

荷载是指主动作用在结构上的外力，如结构的自重、桥梁上行驶车辆的载重、水压力和土压力等。除荷载外，还有其它因素也可以使结构产生内力和变形，如温度变化、支座移动、制造误差和材料收缩等。

荷载可根据不同特征进行分类。

### 一、按荷载作用时间的长短分

(1) 恒载：指长期作用在结构上的不变荷载，如结构的自重、固定在结构上的永久性设备。

(2) 活载：指暂时作用在结构上的可变荷载，如风、雪荷载，行驶在桥梁上的人流及车辆。

### 二、按荷载作用性质分

(1) 静力荷载：指大小、方向、作用位置不随时间变化或变化缓慢的荷载。它不致使结构产

生明显的加速度,因而可以不考虑惯性力的影响,如结构的自重。

(2)动力荷载:指随时间迅速变化的荷载。它将引起结构明显的振动,产生显著的加速度,因而惯性力的影响不可忽略,如打桩机产生的冲击荷载及动力机械产生的振动荷载。

### 三、按荷载的作用位置是否变化分

(1)固定荷载:指在结构上的作用位置不发生变化的荷载,如结构的自重。

(2)移动荷载:指在结构上的作用位置发生变化的荷载,如公路、桥梁上的汽车荷载。

### 四、按荷载作用的范围可分

(1)分布荷载:指连续分布在结构上的荷载,如水压、风荷载。当分布荷载为常量时,称为均布荷载。

(2)集中荷载:当荷载作用区域很小时,可认为此荷载是作用在结构的一点上,称为集中荷载,如火车铁轨上的轮压。

## 1.3 结构的计算简图

实际结构复杂多样,完全按照结构的实际工作状态进行力学分析是不可能的,也是没有必要的。因此,在对实际结构进行力学分析之前,必须加以简化,略去次要的因素,突出其主要特点,用一个简化的力学模型或图形来代替实际结构,这个简化的力学模型或图形称为此结构的计算简图。

计算简图的选择是力学计算的基础,选择的好坏直接影响着我们计算上的工作量和精确程度。如果选择得不恰当,那么计算结果不能反映结构的实际工作状态,严重的将会造成工程事故,所以应慎重选择。

选择计算简图应遵循的原则:

- (1)尽可能地反映实际情况,使计算结果精确可靠。
- (2)略去某些次要的因素,以便简化计算。

对于同一结构,在设计的不同阶段或采用不同的计算手段时,可以采用不同的计算简图。如在初步设计阶段,可采用较粗糙的计算简图;而在设计阶段,计算简图则应准确和完善。若用手算,可采用较为简单的计算简图;若用电算,则可采用较复杂的计算简图。

结构的简化工作分为三个方面:

- (1)荷载的简化;
- (2)杆件的简化;
- (3)支座和结点的简化。

#### 1. 杆件的简化

杆件的截面尺寸通常比杆件的长度小得多,因此可以近似地采用平截面假定,截面上的应力可根据截面的内力来计算,截面上的变形也可根据轴线上的变形来确定。所以,在计算简图中,杆件用其轴线表示。若轴线是直线,则用直线表示;若轴线是曲线,即用曲线表示。

#### 2. 结点的简化

在杆件结构中,杆件与杆件之间连接的地方称为结点。在计算简图中,结构的结点有两种

基本类型,即铰结点和刚结点。

(1) 铰结点:被连接的杆件间在连接处允许有相对转动,但不允许发生相对移动,其受力特征是能承受和传递力,但不能承受和传递力矩。这种理想情况,实际上很难遇到,但木结构中的榫接结点可以作为铰结点对待(见图 1.1)。

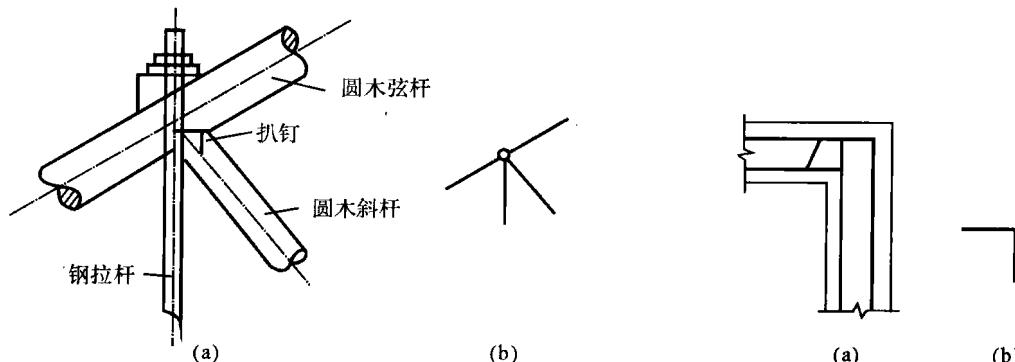


图 1.1

图 1.2

(2) 刚结点:被连接的杆件在连接处既不能相对移动,也不能相对转动,其受力特征是既能承受和传递力,也能承受和传递力矩。现浇的钢筋混凝土结点通常属于这类结点(见图 1.2)。

### 3. 支座的简化

将结构与基础联系起来的装置称为支座。支座的形式很多,在计算简图中常见的有辊轴支座、铰支座、定向滑动支座和固定支座。

(1) 辊轴支座:也称活动铰支座。被支承的部分可以转动和水平移动,不能竖向移动。这类支座所提供的反力只有竖向反力。在计算简图中,可以用一根垂直于支承面的链杆来表示(见图 1.3)。

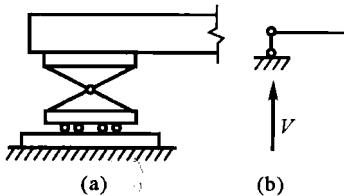


图 1.3

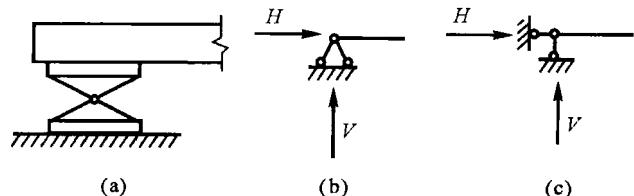


图 1.4

(2) 固定铰支座:被支承的部分可以转动,但不能移动。这类支座所提供的反力有水平方向和竖直方向的反力。在计算简图中,用两根相交的支座链杆表示(见图 1.4)。

(3) 定向滑动支座:又称滑动支座。被支承的部分不能沿垂直于支承面的方向移动,也不能转动,但可以沿支承面方向移动。提供的反力有垂直于支承面的反力和一个反力偶。在计算简图中,可用垂直于支承面的两根平行的支座链杆表示(见图 1.5、图 1.6)。

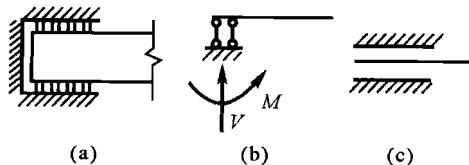


图 1.5

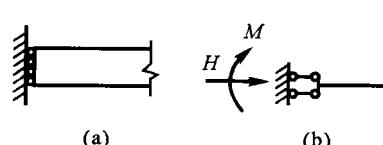


图 1.6

(4) 固定支座: 被支承的部分不允许有任何移动和转动。它提供的反力有水平方向和竖直方向的反力以及反力偶(见图 1.7)。

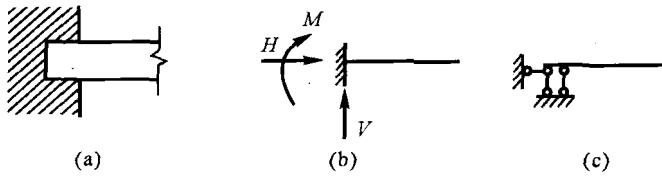


图 1.7

下面以实例说明结构的简化过程。

例如,有一根直梁两端搁在墙上,上面放一个重物如图 1.8(a)所示。简化时,梁上的重物由于与梁的接触面很小,可视为一集中荷载,梁的自重是沿着梁均匀分布的,则视为均布荷载。梁可用其轴线来表示。至于支座,由于墙限制了梁端部的上下移动,再考虑到接触面比较粗糙,有摩擦,因此梁不能左右移动。但是因为材料的热胀冷缩,所以可将一端视为固定铰支座,而另一端视为辊轴支座。这样,就得到了图 1.8(b)所示的计算简图。

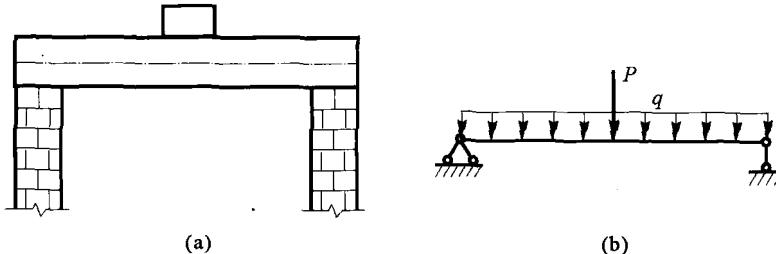


图 1.8

又如图 1.9(a)所示为一工业厂房结构图。该厂房结构是由一系列的屋架、柱和基础组成的平面单元(见图 1.9 (b)),再由屋面板等纵向构件组成的空间(见图 1.9(a))。作用在厂房上的荷载,通常沿纵向是均匀分布的。因此,可以从这个空间结构中,取出柱间距中线之间的部分作为力计算单元。在计算单元中,荷载和杆件都在同一平面中,因而简化为平面结构(见图 1.9(b))。

对于图 1.9(b)所示平面结构,讨论其屋架的计算简图。

在竖向荷载作用下,简化时,屋架的杆件用其轴线表示;屋架杆件之间的结点简化为铰结点;屋面荷载通过屋面板以集中力的形式作用在屋架上弦上;屋架的两端通过钢板焊接在柱上,可将其连接的地方分别简化为固定铰支座和辊轴支座。于是得到图 1.9(c)所示屋架的计算简图。

结构计算简图的选择十分重要,又很复杂,不仅需要力学基础,而且要有结构构造、结构设计与施工方面的专业知识和实际经验,有时还需借助于模型试验或现场实测才能确定合理的计算简图。通过这节的学习,初步了解到选择计算简图与简化的一般方法,但要真正掌握计算简图的合理选择,尚需在今后的学习与工作中注意体会,积累经验,逐步提高。

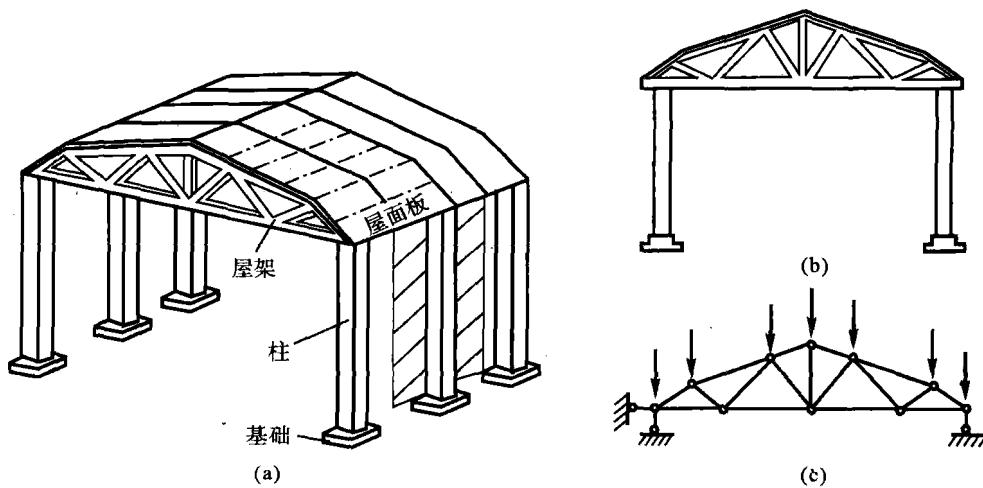


图 1.9

## 1.4 杆件结构的分类

如上所述,结构力学研究的并不是实际的结构,而是代表实际结构的计算简图,因此结构的分类实际上是指计算简图的分类。

杆件结构按其受力特点不同,可分为以下几种:

(1) 梁:梁是一种受弯杆件,杆件轴线一般为直线。梁有单跨梁和多跨梁,如图 1.10 所示。

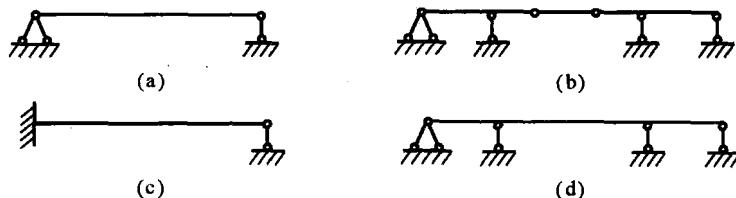


图 1.10

(2) 拱:轴线为曲线且在竖向荷载作用下能产生水平推力。水平推力大大地改变了拱的受力特性,如图 1.11 所示。

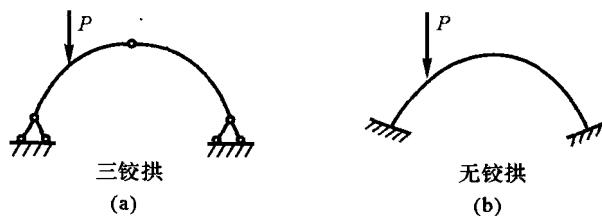


图 1.11

(3) 刚架:具有刚性结点的直杆结构,如图 1.12 所示。

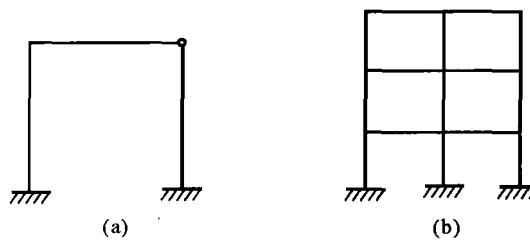


图 1.12

(4) 桁架:由直杆组成且所有结点均为铰结点,如图 1.13 所示。当只承受结点荷载时,各杆只产生轴力。

(5) 组合结构:组合结构是桁架和梁或桁架与刚架组合在一起的结构,其中有些杆件只承受轴力,另一些杆件则同时还承受弯矩和剪力,如图 1.14 所示。

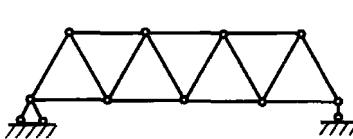


图 1.13

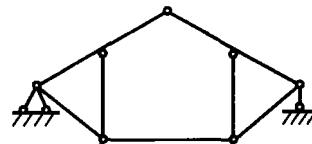


图 1.14

根据杆件和荷载的空间位置,结构可分为平面结构和空间结构:

(1) 平面结构:各杆的轴线和荷载均在同一平面内,则此结构称为平面结构,如图 1.15 所示。

(2) 空间结构:各杆的轴线和荷载不在同一个平面内的结构称为空间结构,如图 1.16 所示。

按照结构的计算特点,结构可分为静定结构和超静定结构:

(1) 静定结构:全部反力和内力均可由静力平衡条件求出的结构称为静定结构,如图 1.10(a),(b) 所示。

(2) 超静定结构:反力和内力不能由静力平衡条件全部求出的结构称为超静定结构,如图 1.10(c),(d) 所示。

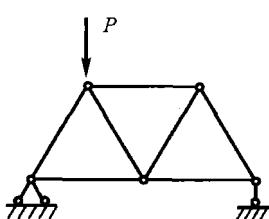


图 1.15

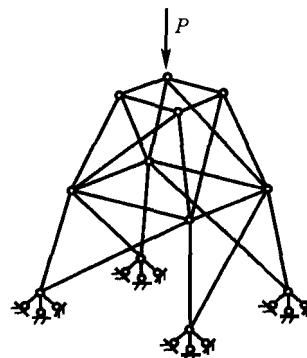


图 1.16

## 第2章 平面体系的几何组成分析

### 2.1 基本概念

为了能够承受荷载,结构的几何形状和位置是不能发生改变的。如果一个体系的几何形状和位置发生变化,即不能作为工程结构。

在任意荷载作用下,结构中的杆件由于材料产生微小的变形,结构的几何形状会发生微小的变化。在分析杆件体系的形状时,可不考虑材料自身变形而引起的形状变化,即将杆件看成是没有变形的刚性杆件。在进行几何组成分析时,将杆件看作刚片。

根据杆件体系的形状和位置,杆件体系可分为两大类:

(1) 几何不变体系(见图 2.1(a))。在不考虑材料自身变形的前提下,在任意荷载作用下,体系的几何形状和位置均不发生变化。

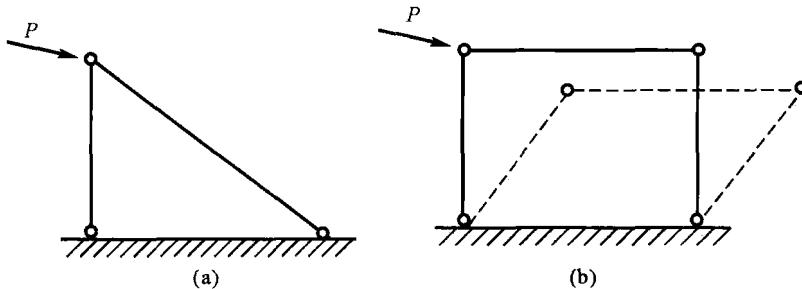


图 2.1

(2) 几何可变体系(见图 2.1(b))。在不考虑材料自身变形的前提下,即使在很小的荷载作用下,体系也会发生机械运动而不能保持原有的几何形状和位置。

工程结构都必须是几何不变体系,而不能采用几何可变体系,否则将不能承受任意荷载而维持平衡。因此,在设计结构和选取其计算简图时,首先必须判别它是否几何不变,从而决定能否采用。这一工作就称为体系的几何组成分析或机动分析。

在几何组成分析时,由于不考虑材料的自身变形,所以可以将一根杆件或已知为几何不变的一部分作为一个整体来分析,这个整体在平面体系的几何组成分析时称为刚片。

### 2.2 平面体系的计算自由度

分析一个体系是否几何不变,实际上就是判断该体系是否存在运动的方式,即体系的自由度。

## 一、自由度

所谓体系的自由度，是指体系具有几种独立的运动方式，也就是确定体系位置所需要的独立坐标的数目。例如，平面中一个点在自由运动时，其位置要用两个坐标  $x$  和  $y$  来确定（见图 2.2(a)）。所以，平面中一个点的自由度等于 2。又如，平面中一个刚片在自由运动时，其位置可由它上面任一点 A 的坐标  $x$ ,  $y$  和任一直线 AB 的倾角  $\varphi$  来确定（见图 2.2(b)）。因此，平面中一个刚片的自由度等于 3。

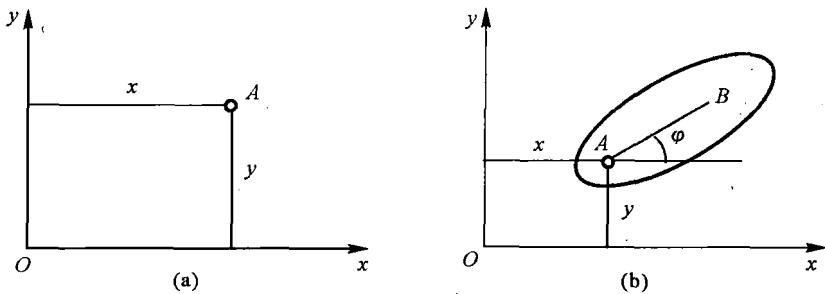


图 2.2

## 二、约束

减少体系自由度的装置或连接，称为约束。凡减少一个自由度的装置，称为一个约束。常用的约束有链杆和铰。

### 1. 链杆约束

图 2.3(a) 所示为用一根链杆将一个刚片与基础相连。因 A 点不能沿链杆方向移动，故刚片将只有两种运动方式：A 点绕 C 点转动，刚片绕 A 点转动。此时刚片的位置只需用两个参数，如链杆的倾角  $\varphi_1$  以及刚片上任一直线的倾角  $\varphi_2$  即可确定，其自由度由 3 减少为 2。由此可知，一根链杆为一个约束。

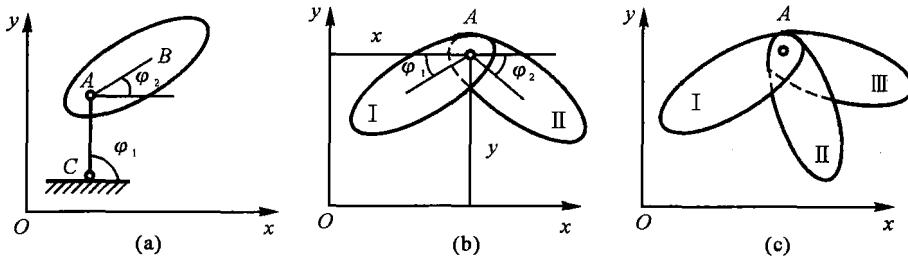


图 2.3

### 2. 铰约束

如图 2.3(b) 所示，刚片 I 和刚片 II 用一个铰 A 连接起来，这种连接两个刚片的铰称为单铰。刚片 I 的位置由 A 点的坐标  $x$ ,  $y$  和倾角  $\varphi_1$  确定后，刚片 II 只能绕 A 点转动，其位置只需一个参数倾角  $\varphi_2$  即可确定。这样，两个刚片总的自由度就由 6 减为 4。由此可见，一个单铰为两个约束，也就是相当于两根链杆的作用。

有时一个饺同时连接两个以上刚片，这种饺称为复饺。如图 2.3(c) 所示，三个刚片共享一个饺 A 相连。若刚片 I 的位置已确定，则刚片 II, III 都只能绕 A 点转动，从而各减少了两个自由度。因此，连接三个刚片的复饺相当于两个单饺的作用。由此可推知，连接  $n$  个刚片的复饺相当于  $(n-1)$  个单饺。

在体系中如遇复饺，应会将它换算为单饺。如果用  $h$  表示单饺的数目，图 2.4 所示的几种情况，相当的单饺数目分别为 3, 2, 1。

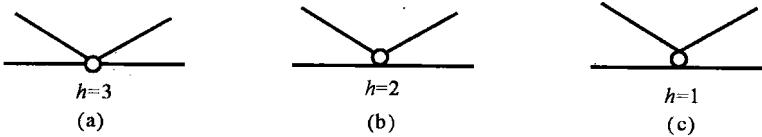


图 2.4

如果在体系中加入一个约束，而体系的自由度并不因此而减少，则此约束称为多余约束。

### 三、平面体系的计算自由度

一个平面体系，通常是由若干个刚片彼此用饺相连并用支座链杆与基础相连而组成的。设其刚片数为  $m$ ，单饺数为  $h$ ，支座链杆数为  $r$ ，则当各刚片都是自由的时，它们所具有的自由度总数为  $3m$ ；而所加入的单饺约束和支座约束的总数为  $(2h+r)$ 。设每个约束都使体系减少一个自由度，则体系的自由度为

$$W = 3m - (2h + r) \quad (2.1)$$

实际上每个约束不一定都能使体系减少一个自由度，因为这与约束所在的具体位置有关。因此， $W$  不一定能反映体系的真实自由度。为此，把  $W$  称为体系的计算自由度。

下面举例说明  $W$  的计算。

#### 例 2.1 计算图 2.5 所示体系的自由度。

解 图 2.5 所示体系，可将除支座链杆外的各杆件均视为刚片，其中  $CD$  与  $BD$  两杆在结点  $D$  处为刚结，因而  $CDB$  为一整体，故可作为一个刚片。这样，总的刚片数  $m=8$ 。在计算单饺数  $h$  时，应正确识别各复饺所连接的刚片数。例如在结点  $D$  处，折算单饺数应为 2。其余各结点处的折算单饺数均在图中括号内标出。这样，体系的单饺数共为  $h=10$ 。注意到固定支座  $A$  处相当于有三根支座链杆，故体系总的支座链杆数  $r=4$ 。于是由式 (2.1)，可算出此体系的自由度为

$$W = 3m - (2h + r) = 3 \times 8 - (2 \times 10 + 4) = 0$$

#### 例 2.2 计算图 2.6(a) 所示体系的自由度。

解 如图 2.6(a) 所示，则有

$$m = 9, \quad h = 12, \quad r = 3$$

代入式(2.1)，其自由度为

$$W = 3 \times 9 - (2 \times 12 + 3) = 0$$

图 2.6(a) 所示这种完全由两端铰结的杆件所组成的体系，称为铰结链杆体系。这类体

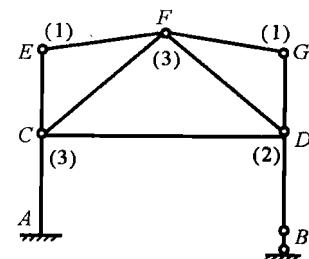


图 2.5