



中国科学技术
经·典·文·库

理论物理 (第三册)

电 磁 学

吴大猷 著



科学出版社
www.sciencep.com

中国科学技术经典文库·物理卷

理论物理(第三册)

电 磁 学

吴大猷 著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书为著名物理学家吴大猷先生的著述《理论物理》(共七册)中的第三册.《理论物理》是作者根据长期从事的教学实践编写的一部比较系统全面的大学物理教材.本册内容共分7章:第1章,静电学:Coulomb定律;第2章,静电学——场位理论;第3章,磁学与稳定电流;第4章,Maxwell方程式;第5章,电磁波:激发与传播;第6章,微观的电动力学;第7章,电磁场之Lagrangian形式及Hamiltonian形式.在多数章节之后还附有附录和习题供读者研讨和学习.

本书根据中国台湾联经出版事业公司出版的原书翻印出版,作者对原书作了部分更正.李政道教授为本书的出版写了序言,我们对原书中一些印刷错误也作了订正.

本书可供高等院校物理系师生教学参考,也可供相关专业研究生阅读.

图书在版编目(CIP)数据

理论物理(第三册):电磁学/吴大猷著. —北京:科学出版社,2010
(中国科学技术经典文库·物理卷)

ISBN 978-7-03-028723-6

I. 理… II. 吴… III. ①理论物理学 ②电磁学 IV. O41

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第162229号

责任编辑:钱俊 鄢德平/责任校对:陈玉凤

责任印制:钱玉芬/封面设计:王浩

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京佳信达版艺术印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

1983年8月第一版 开本:B5(720×1000)

2010年9月第二次印刷 印张:12 1/4

字数:232 000

定价:48.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

序 言

吴大猷先生是国际著名的学者, 在中国物理界, 是和严济慈、周培源、赵忠尧诸教授同时的老前辈. 他的这一部《理论物理》, 包括了“古典”至“近代”物理的全貌. 1977 年初, 在中国台湾陆续印出. 这几年来对该省和东南亚的物理教学界起了很大的影响. 现在中国科学院, 特别是由于卢嘉锡院长和钱三强、严东生副院长的支持, 决定翻印出版, 使全国对物理有兴趣者, 都可以阅读参考.

看到了这部巨著, 联想起在 1945 年春天, 我初次在昆明遇见吴老师, 很幸运地得到他在课内和课外的指导, 从“古典力学”学习起至“量子力学”, 其经过就相当于念吴老师的这套丛书, 由第一册开始, 直至第七册. 在昆明的这一段时期是我一生学物理过程中的大关键, 因为有了扎实的根基, 使我在 1946 年秋入芝加哥大学, 可立刻参加研究院的工作.

1933 年吴老师得密歇根大学的博士学位后, 先留校继续研究一年. 翌年秋回国在北大任教, 当时他的学生中有马仕俊、郭永怀、马大猷、虞福春等, 后均致力物理研究有成. 抗战期间, 吴老师随北大加入西南联大. 这一段时期的生活是相当艰苦的, 但是中国的学术界, 还是培养和训练了很多优秀青年. 下面的几段是录自吴老师的《早期中国物理发展之回忆》一书:

“组成西南联大的三个学校, 各有不同的历史. …… 北京大学规模虽大, 声望也高, 但在抗战时期中, 除了有很小数目的款, 维持一个‘北京大学办事处’外, 没有任何经费作任何研究工作的. 在抗战开始时, 我的看法是以为应该为全面抗战, 节省一切的开支, 研究工作也可以等战后再作. 但抗战久了, 我的看法便改变了, 我渐觉得为了维持从事研究者的精神, 不能让他们长期地感到无法工作的苦闷. 为了培植及训练战后恢复研究工作所需的人才, 应该在可能情形下, 有些研究设备. 西南联大没有此项经费, 北大也无另款. …… 我知道只好尽自己个人的力量做一点点工作了. …… 请北大在岗头村租了一所泥墙泥地的房子做实验室, 找一位助教, 帮着我三棱柱放在木制架上拼成一个最原始形的分光仪, 试着做些‘拉曼效应’的工作”.

“我想在二十世纪, 在任何实验室, 不会找到一个拿三棱柱放在木架上做成的分光仪的了. 我们用了许多脑筋, 得了一些结果. ……”

“1941 年秋, 有一位燕京大学毕业的黄昆, 要来北大当研究生随我工作, 他是一位优秀的青年. 我接受了他, 让他半时作研究生, 半时作助教, 可以得些收入. 那年上学期我授‘古典力学’, 下学期授‘量子力学’. 班里优秀学生如杨振宁、黄昆、黄

授书、张守廉等可以说是一个从不易见的群英会。……”

“1945 年日本投降前，是生活最困难的时期。每月发薪，纸币满箱。因为物价飞跃，所以除了留些做买菜所需外，大家都立刻拿去买了不易坏的东西，如米、炭等。……我可能是教授中最先摆地摊的，……抗战初年，托人由香港、上海带来的较好的东西，陆续地都卖去了。等到 1946 年春复员离昆明时，我和冠世的东西两个手提箱便足够装了。”

就在 1946 年春，离昆明前吴老师还特为了我们一些学生，在课外另加工讲授“近代物理”和“量子力学”。当时听讲的除我以外，有朱光亚、唐敖庆、王瑞骐和孙本旺。

在昆明时，吴老师为了北京大学的四十周年纪念，写了《多原分子的结构及其振动光谱》一书，于 1940 年出版。这本名著四十多年来至今还是全世界各研究院在这领域中的标准手册。今年正好是中国物理学会成立的五十周年，科学出版社翻印出版吴大猷教授的《理论物理》全书，实在是整个物理界的一大喜事。

李政道

1982 年 8 月

写于瑞士日内瓦

总 序

若干年来, 由于与各方面的接触, 笔者对中国台湾的物理学教学和学习, 获有一个印象: (一) 大学普通物理学课程之外, 基层的课程, 大多强纳入第二第三两学年, 且教科书多偏高, 量与质都超过学生的消化能力. (二) 学生之天资较高者, 多眩于高深与时尚, 不知或不屑于深厚基础的奠立. (三) 专门性的选修课目, 琳琅满目, 而基层知识训练, 则甚薄弱.

一九七四年夏, 笔者拟想以中文编写一套笔者认为从事物理学的必须有的基础的书. 翌年夏, 得褚德三、郭义雄、韩建珊 (中国台湾交通大学教授) 三位之助, 将前此教学的讲稿译为中文, 有 (1) 古典力学, 包括 Lagrangian 和 Hamiltonian 力学, (2) 量子论及原子结构, (3) 电磁学, (4) 狭义与广义相对论等四册. 一九七六年春, 笔者更成 (5) 热力学, 气体运动论与统计力学一册. 此外将有 (6) 量子力学一册, 稿在整理中.

这些册的深浅不一. 笔者对大学及研究所的物理课程, 拟有下述的构想:

第一学年: 普通物理 (力学, 电磁学为主); 微积分.

第二学年: 普通物理 (物性, 光学, 热学, 近代物理); 高等微积分; 中等力学 (一学期).

第三学年: 电磁学 (一学年) 及实验; 量子论 (一学年).

第四学年: 热力学 (一学期); 狭义相对论 (一学期); 量子力学 (引论) (一学年).

研究院第一年: 古典力学 (一学期); 分子运动论与统计力学 (一学年); 量子力学 (一学年); 核子物理 (一学期).

研究院第二年: 电动力学 (一学年); 专门性的课目, 如固体物理; 核子物理, 基本粒子; 统计力学; 广义相对论等, 可供选修.

上列各课目, 都有许多的书, 各有长短. 亦有大物理学家, 集其讲学精华, 编著整套的书, 如 Planck, Sommerfeld, Landau 者. Landau-Lifshitz 大著既深且博, 非具有很好基础不易受益的. Sommerfeld 书虽似较易, 然仍是极严谨有深度的书, 不宜轻视的. 笔者本书之作, 是想在若干物理部门, 提出一个纲要, 在题材及着重点方面可作为 Sommerfeld 书的补充, 为 Landau 书的初阶.

笔者深信, 如一个教师的讲授或一本书的讲解, 留给听者或读者许多需要思索、补充、扩展、涉猎、旁通的地方, 则听者读者可获得较多的益处. 故本书风格, 偏于简练, 课题范围亦不广. 偶以习题的方式, 引使读者搜索, 扩大正文的范围.

笔者以为用中文音译西人姓名, 是极不需要且毫无好处之举. 故除了牛顿, 爱

因斯坦之外, 所有人名, 概用西文.*

本书得褚德三、郭义雄、韩建珊三位中国台湾交通大学教授之助, 单越 (中国台湾清华大学) 教授的校阅, 笔者特此致谢.

吴大猷
1977 年元旦

* 商务印书馆出版之中山自然科学大辞典中, 将 Barkla, Blackett, Lamb, Bloch, Brattain, Townes 译为巴克纳, 布拉克, 拉目, 布劳克, 布劳顿, 汤里士, 错误及不准确可见.

本 册 前 言

本册题材选定的构想,是为大学普通物理的电磁学部分之后,研究院电动力学(J. D. Jackson 的书的水准)之前,作一个由浅入深的电磁学入门.

有些书是从 Maxwell 电磁场方程式为出发点,计算 E, D, H, B 等函数而不先予这些量的来源和物理意义. 电磁学究竟是物理学而不是数学,这样看电磁学是不能令习物理者满意的. 本册试着由现象的观点及数学的观念,清晰地定义上述的电磁量;在概论中先指出电磁学颇扰人的各单位制的来源和它们间的关系.

第 2 章的场位理论,目的是介绍古典的应用数学的一部. 在电磁学中,学习正交函数如谐函数等,可能比在另外“应用数学”一类的课程为自然且有效些. 电磁学和电动力学,自然和狭义相对论有极密切的关系,但如只草率地把电磁学写成 Lorentz 变换的协变形式而不详解释相对论的意义,则是无甚意义之举. 故本册中不讲 Lorentz 变换;本书第四册甲部狭义相对论中将详述之.

末章应用 Lagrange 和 Hamilton 动力学方法于电磁场,系古典场论. 在这里只是一个数学形式,但对量子场论,这是一个起步点,故本册附了一个短短的介绍.

本册由中国台湾交通大学郭义雄教授译成中文,特此致谢.

目 录

序言

总序

本册前言

概论	1
1. 引言	1
2. 电荷之 Coulomb 定律	1
3. 磁极之 Coulomb 定律	1
4. 由电流所产生的磁场之 Biot-Savart 定律	2
5. 两带电流导体间作用力之 Ampere 定律	2
6. 单位制	3
(1) 有理化静电单位 (e.s.u.)(c.g.s.)	4
(2) 有理化电磁单位 (e.m.u.)(c.g.s.)	5
(3) Gaussian 单位	5
(4) 有理化 m.k.s.a. 制	6
参考文献	8
第 1 章 静电学: Coulomb 定律	9
1.1 自由空间之电场 E 与电位 V	9
1.2 群体电荷之能量	12
1.3 静电平衡中之导体	13
1.3.1 电荷之分布	13
1.3.2 电位、电容、电感等系数	17
1.3.3 导体群之能量	20
1.3.4 导体位移时所需之功	21
1.4 电介质 (dielectrics)	23
1.4.1 极化现象 (polarization)	23
1.4.2 电介质中之场能	30
习题	37
第 2 章 静电学 —— 场位理论	40
2.1 边界值问题之“唯一性定理” (uniqueness theorems)	40

2.2 Poisson 方程式之解: Green 函数	43
2.3 像法和倒转法 (methods of images and inversion)	47
2.3.1 像法	47
2.3.2 倒转法	48
2.4 Laplace 方程式: 谐函数 (harmonics)	49
2.4.1 Legendre 系数	51
2.4.2 联附 Legendre 系数 (associated Legendre coefficients)	63
2.5 Laplace 方程式, Bessel 函数	69
2.6 Laplace 方程式; 椭球坐标	75
习题	79
第 3 章 磁学与稳定电流	86
3.1 真空中静磁学	86
3.2 磁介质中静磁学 (magnetostatics in a magnetic medium)	88
3.2.1 $\chi > 0$ 顺磁性 (paramagnetism)	89
3.2.2 $\chi < 0$ 反磁性 (diamagnetism)	89
3.2.3 铁磁性 (ferromagnetism)	89
3.3 静磁场能量	90
3.4 稳定电流所产生之磁场: Biot-Savart 定律	91
3.5 Ampere 定律: 两电流线圈间之作用力	95
3.6 电流所产生之向量位 (vector potential) 与磁矩 (magnetic moment)	98
3.7 稳定电流的磁场之能量	102
3.8 Ohm 定律; Joule 定律	104
习题	105
第 4 章 Maxwell 方程式	110
4.1 Ampere 定律与 Maxwell 之位移电流 (displacement current)	110
4.2 Faraday 之电磁感应定律	111
4.3 Maxwell 方程式	111
4.4 以向量位 A 与纯量位中所表示之 Maxwell 方程式	114
4.4.1 Lorentz 关系式	114
4.4.2 规范变换 (gauge transformation)	115
4.4.3 以向量位 A 和纯量位 ϕ 所表示之 Maxwell 方程式	115
4.5 波动方程式之解; 延后与超前之电位 (retarded and advanced potential)	117
4.6 电磁场之能量与应力 (m.k.s.a. 制)	120

4.7 Maxwell 方程式之空间与时间对称性 (m.k.s.a.)	123
习题	126
第 5 章 电磁波: 激发与传播	130
5.1 电偶与磁偶之辐射	130
5.1.1 电偶	130
5.1.2 磁偶 - 电流线圈	134
5.2 电磁波之传播	136
5.2.1 均匀电介质: $\epsilon =$ 常数, $\mu =$ 常数	136
5.2.2 均匀导电介质	138
5.3 反射与折射	140
5.4 空心金属管中之电磁; 波导 (wave guides)	144
5.5 缓慢变化之电磁场	147
5.5.1 有电阻与电感之线路	148
5.5.2 有电阻、电感和电容之线路	149
5.6 趋肤效应 (skin effect)	151
第 6 章 微观的电动力学	153
6.1 微观的场方程式 (microscopic field equations)	153
6.2 常电磁场中电荷的运动	156
6.2.1 均匀磁场中的运动	156
6.2.2 稳定电场中的运动	157
6.2.3 交叉均匀电场磁场中的运动方程式	157
6.2.4 缓渐不变性 (adiabatic invariant)	157
6.3 原子内之电子在磁场的运动: Larmor 旋进及逆磁性	159
6.3.1 Larmor 定理	159
6.3.2 Larmor 旋进 (precession)	161
6.3.3 逆磁性 (diamagnetism)	161
6.4 振荡中之电子: 辐射与减幅 (radiation and damping)	162
6.5 光谱线之 Lorentz 宽度	165
6.6 色散理论 (theory of dispersion)	166
第 7 章 电磁场之 Lagrangian 及 Hamiltonian 形式	171
7.1 Lagrange 方程式	171
7.2 正则方程式	172
7.3 Lagrangian 形式之电磁场方程式	174
7.3.1 真空 (即 $\rho = j = 0$, (22), (23) 式)	175

7.3.2 有源之电磁场	175
7.3.3 粒子和电磁场的系统	176
7.4 Hamiltonian 形式之电磁场	176
7.5 电磁场之 Fourier 表象 (representation)	179
索引	182

概 论

1. 引 言

不管是学生或是教师在学习电磁学时,常常因为有各种不同的单位而发生极大困扰. 在使用不同单位时,不仅电磁物理量之数值随着单位有所差异,且其因次也截然不同. 虽然,为了避免上述之困扰,吾人当然可从头到尾持用一种单位,而将其其他略去不管. 但是,当在参阅其他书籍或文献时,则发现必需深切地了解各种单位间的关系. 所以作者认为在介绍本题材主要内容之前,吾人必须将平常使用之单位制、定义及来源等一一解说清楚.

凡一物理定律,乃系若干物理观念(量)间之函数关系. 有时物理定律中之物理观念早已有定义;但常常一个观念——其正确意义与单位——需由实验定律予以定义之. 如电磁理论中之电场 E , 磁场 B , 以及 D 和 H , 乃是依据实验定律如 Coulomb 定律, Ampere 定律和 Faraday 定律等,而定义的. 本节里,吾人将先接受这些定律,说明其各如何为各不同单位制中电磁量定义之基石.

2. 电荷之 Coulomb 定律

两电荷 e_1, e_2 之间作用力,与其距离 r 平方成反比,此定律在 1776 年由 H. Cavendish 发现,在 1785 年由 Coulomb 建立之

$$F = \frac{e_1 e_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (0-1)$$

常数 ϵ_0 之值,视 e, r 和 F 所取之单位而定. 倘若 e 尚未由其他方法予以定义,则 ϵ_0 之选择也可决定 e 之单位. 若电荷量 e 已有定义,则每单位时间之电荷称为电流 I . 而电场 E 则为每单位电荷所受作用力. 这是所谓静电制单位 (e. s. u.).

3. 磁极之 Coulomb 定律

约在 1785 年 Coulomb 也建立了磁极之间作用力与距离平方成反比之定律 (该磁极为细长磁棒之端极,而不是孤立单极),

$$F = \frac{\mu_0 p_1 p_2}{4\pi r^2} \quad (0-2)$$

常数 μ_0 之值乃视其他量之单位而定, 或如已先选择一值 μ_0 , 则可用来决定磁极强度 p 之单位. 一旦 p 已有定义, 则磁场 B 可定义为每单位磁极上之作用力.

注意: (1) 和 (2) 式, 若无进一步发展, 它们是毫无关系的.

4. 由电流所产生的磁场之 Biot-Savart 定律

1820 年 Oersted 发现电流能产生磁场. 同年, Biot 与 Savart 建立下一定律

$$\gamma \mathbf{H} = \frac{I_1}{4\pi R^3} [ds_1 \times \mathbf{R}], \quad \mathbf{R} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 \quad (0-3)$$

在 $\mathbf{r}_2$ 之磁场乃是由在 $\mathbf{r}_1$ 之导体元素 ds_1 中之电流 I_1 所产生. 或在无限长之直导线 s_1 之特例下, 则得

$$\gamma \mathbf{H} = \frac{I_1}{2\pi R} \quad (0-3a)$$

(参看 (3-27) 和 (3-28)). 这里又引入一个新的常数 γ , 因为 (3) 与 (1)(2) 式之电荷和磁极的个别 Coulomb 定律不同, 乃是将电场与磁场之间系联接在一起的. 事实上, 我们没有理由说除了 ϵ_0 和 μ_0 两常数外不能再加上另一常数. 其实, 如 (3) 或 (3a) 中的 $\mathbf{H}$ 先予以定义, 则可得电流之另一定义. 相反地, 若电流先予以定义 (借用下面 Ampere 定律), 则 (3) 或 (3a) 可予 $\mathbf{H}$ 以定义. 电磁现象近代的处理, 皆倾向后述之观点. 但由 (2) 和 (3) 定义的 $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{H}$, 它们必须能牵连在一起, 而常数 $\epsilon_0, \mu_0, \gamma$ 之引入, 正足使吾人能将电磁理论中所有现象, 组成一完整之理论.

5. 两带电流导体间作用力之 Ampere 定律

1825 年, Ampere 由广而且深入的研究, 建立了两电流 I_1, I_2 间的作用力之定律如下

$$\mathbf{F}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi\gamma^2} I_1 I_2 \frac{1}{R^3} [ds_2 \times [ds_1 \times \mathbf{R}]], \quad \mathbf{R} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 \quad (0-4)$$

I_1, I_2 分别为两导体所通过之电流. ds_1 与 ds_2 分别为导体之 (长度) 元素, 两者之间距离为 R (见 (3-36)). 若上式之两导体为无穷长之直导线时; 则每导体上每单位长度所受之作用力为

$$\frac{dF}{dL} = -\frac{\mu_0}{4\pi\gamma^2} \frac{I_1 I_2}{R^2} \quad (0-4a)$$

定律 (4) 可视为两个因素所组成; (1) F 力乃是由已定义之磁场 $\mathbf{B}$ 而来 ($\mathbf{B}$ 称为磁感应), 即

$$\mathbf{F}_2 = I_2 \left[ds_2 \times \frac{1}{\gamma} \mathbf{B} \right] \quad (0-5)$$

(2) 在 r_2 点的 B 场乃是由在 ds_1 之电流 I_1 所产生, 即

$$\frac{1}{\gamma} B(r_2) = \frac{\mu_0}{4\pi\gamma^2} \frac{[ds_1 \times R]}{R^3}, \quad R = r_2 - r_1 \quad (0-6)$$

由 (6) 和 (3), 可见

$$B = \mu_0 H \quad (0-7)$$

吾人亦可利用 (5) 定义 B , 然后再利用 (7) 定义 H . 或者, 利用 (3a) 定义 H , 再利用 (7) 定义 B . 因在真空 μ_0 乃是常数, 故上述两观点皆相同. 但在其他介质里, 则 H 和 B 并不是相同之物理量; 二者之差别不仅限于一 μ_0 而已. 在此情形下, 电磁感应之 Faraday 定律, 对 B 之观念极重要. B 和 H 之问题将留待于第 3 章讨论之. (参看 (3-29) 下的讨论)

6. 单 位 制

电磁理论中, 不同之单位制, 不仅是物理量之数值不同而已且物理之因次亦不同. 若吾人由电荷之 Coulomb 定律 (1) 出发, 则所有电之物理量皆属于 e. s. u. 制. 现由磁极之 Coulomb 定律 (2), 可定义单位磁极强度 p 及场 B . 若今按 Biot-Savart 定律定义单位电流及电荷, 则所得者为电磁单位制 (e. m. u.). 这两个单位制并不是互相独立的; 它们可由定义所使用之定律予以连接. 由定义, 可知电荷之 e. m. u. 单位和 e. s. u. 单位的因次及数值之比, 皆 $1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ *.

* 电荷之 e. m. u. 及 e. s. u. 单位之比, 可获得如下:

历史上 e. m. u. 制乃由磁极之 Coulomb 定律 (2) 出发, 它定义单位磁极 p , 及作用在单位磁极上之力 B , 由 (2) 式, 可见 p 之因次乃视 μ_0 而定, 如 $\frac{1}{\sqrt{4\pi\mu_0}}$, 而 B 之单位则如 $\sqrt{4\pi\mu_0}$. 由 (7) 式, 可见 H 之单位变化如 $\sqrt{\frac{4\pi}{\mu_0}}$.

若已定义 p, B, H 如上, 则吾人可按 Biot-Savart 定律 (3a) 将单位电流予以定义, (在 e. m. u. 制中使 $\gamma = 1$). 单位电流乃 —— 流通 —— 半径为 1cm, 弧长为 1cm 之圆弧, 在圆弧中心产生作用一 dyne 之力于一单位磁极之电流. 电荷之单位乃是电流一秒, 其对 μ_0 之变如 $\sqrt{\frac{4\pi}{\mu_0}}$.

在 e. s. u. 制, 电荷之单位乃由 Coulomb 定律 (1) 定律, 其与 ϵ_0 之变如 $\sqrt{4\pi\epsilon_0}$. 因此乃得下述之比

$$\frac{e_{\text{e.m.u.}}}{e_{\text{e.s.u.}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$$

在早期习惯, Coulomb 定律 (2) 中之 μ_0 乃在分母里, 而 H 却定义为作用于每单位磁极之力.

如为了一般性起见, 吾人保留 Biot-Savart 定律 (3) 及 Ampere 定律 (4) 中之常数 γ , 则电荷在 e. m. u. 和 e. s. u. 两单位制, 其数值及因次之比为

$$\frac{e_{\text{e.m.u.}}}{e_{\text{e.s.u.}}} = \left(\frac{\gamma^2}{\epsilon_0 \mu_0} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (0-8)$$

[在 (1), (2), (3a) 中, 皆用 cm-gram-sec 单位].

兹试探讨 $\gamma^2/\epsilon_0\mu_0$ 的意义. 由 (1) 式吾人可得电荷 e 之因次

$$[e^2] = [\epsilon_0 \text{ML}^3 \text{T}^{-2}]$$

而电流

$$[I] = [e \text{T}^{-1}]$$

故

$$[I^2] = [\epsilon_0 \text{ML}^3 \text{T}^{-4}] \quad (0-9)$$

但由 (4) 或 (4a) 中, 吾人可得电流为

$$[I^2] = [\gamma^2 \mu_0^{-1} \text{MLT}^{-2}] \quad (0-10)$$

由 (9) 和 (10) 式, 则得

$$\left[\frac{\gamma^2}{\epsilon_0 \mu_0} \right] = \left[\frac{\text{L}^2}{\text{T}^2} \right] \quad (0-11)$$

此即 $\gamma^2/\epsilon_0\mu_0$ 乃有速度平方之因次.

当然, 任何只有因次上之考虑, 是不能得到该速度之数值的. 电磁场之 Maxwell 方程式早期发展最大成功之一, 乃是 $\gamma/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ 适为电磁波在自由空间传播速度, 并且由实验发现该速度与光速完全相同.

吾人将会明了, 在下述条件下

$$\frac{\gamma^2}{\epsilon_0 \mu_0} = c^2, \quad (0-12)$$

如何对 $\epsilon_0, \mu_0, \gamma$ 作不同之选择, 可获各不同的单位制.

(1) 有理化静电单位 (e.s.u.)(c.g.s.)

在 (1), (2) 式, 使

$$4\pi\epsilon_0 = 1, \quad \frac{\mu_0}{4\pi} = \frac{1}{c^2}, \quad \gamma = 1 \quad (0-13)$$

如两个同性之单位电荷, 距离为 1cm 时, 其相互排斥之力为 1 达因 (dyne), 该单位电荷称为 1 statcoulomb. 而单位电流称为 statampere, 亦即 statcoul/sec. 电位单位为 statvolt, 乃距 1 statcoul 电荷 1cm 之电位.

假使吾人由 (1), (2) 式开始, 而将 4π 取去, 并使

$$\varepsilon_0 = 1, \quad \mu_0 = \frac{1}{c^2}, \quad \gamma = 1 \quad (0-14)$$

则 e 及电流等之单位, 与上述相同. 但由于 (1), (2) 式中无 4π , 此后在许多方程式中将出现 4π , 主要乃是应用 Gauss 定理之结果. 这就是所谓非有理化单位制.

(2) 有理化电磁单位 (e. m. u.)(c. g. s.)

出发点乃从 Ampere 定律 (4a). 使

$$\frac{\mu_0}{4\pi} = 1, \quad 4\pi\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}, \quad \gamma = 1 \quad (0-15)$$

故 (4a) 可写为

$$\frac{dF}{dL} = \frac{2I_1 I_2}{R} \quad (0-16)$$

电流之单位为 abampere; 若有两平行导体, 其距离为 1cm, 带有同向之单位电流, 则其导体相互吸引之力, 为每厘米之导体 1dyne.

如用 (12) 式于 (4a), 则将得

$$\frac{dF}{dL} = \frac{2I_1 I_2}{4\pi\varepsilon_0 c^2 R}$$

在 e.s.u. 制度下, $4\pi\varepsilon_0 = 1$, 上式即成 $\frac{dF}{dL} = \frac{2I_1 I_2}{c^2 R}$. 以此与 (16) 式比较, 得见 e.m.u. 之电流单位, 较 e.s.u. 的大 c 倍.

$$1\text{abampere} = c \text{ statampere} \quad (0-17)$$

(3) Gaussian 单位

在 (1), (2) 及 (4a) 式中, 使

$$4\pi\varepsilon_0 = 1, \quad \frac{\mu_0}{4\pi} = 1, \quad \gamma = c \quad (0-18)$$

因此所有电之物理量皆是使用有理化 e. s. u. 制, 而所有磁之物理量皆是使用 e.m.u.(c. g. s) 制. 这单位制称为 Heaviside 制.

假若吾人由 (1), (2) 及 (4a) 式出发, 将所有之 4π 略去, 并使

$$\varepsilon_0 = 1, \quad \mu_0 = 1, \quad \gamma = c, \quad (0-19)$$

则所有单位与前面之单位制相同 (即电量为 e. s. u., 磁量为 e. m. u. 皆用 c. g. s.), 但此后电荷密度 ρ 及电流密度 j 将有 4π 之出现. 这单位制称为 Gaussian 制.