

高级品质管制学

中国生产力中心

高級品質管制學

編著者：吳張劉
玉源
印漳振

中國生產力中心

中華民國六十九年三月七版

序 言

目前本省實施統計的品質管制之工業計有：肥料、機械、製糖、燈泡、水泥、造紙、煉鋁、鋼鐵、鳳梨、洋菇、製菸、製酒、製碱、製藥、油漆、汽水、橡膠、肥皂、麵粉、紡織、人造纖維、馬達、電扇、日光燈、電線電纜、鋼纜、梭管、合板、石油、玻璃及其製品、農具、電視機、電晶體收音機、電冰箱、冷氣機等三十五種，工廠數在二百家以上，參加本中心品管訓練班研習者，數逾五千人。其對本省工業產品品質之改良，當曾發生極深遠之影響。

猶憶本中心自民國四十四年十一月成立後，即以介紹工業工程為服務項目之一，而統計的品質管制實為其中重要之一環，為求推廣至各工廠順利實施，自須先從訓練人才着手，而訓練所需之工具則首推教材。

顧其時中文品管書籍，全付闕如，本中心為適應各界需要，曾陸續逐譯，刊印小冊；嗣以各公民工廠委托本中心舉辦及本中心自辦之品管訓練班，年有多起，而教材之編訂，尤為刻不容緩。

品質管制學之範圍，包括：(1) 品質管制圖，(2) 抽樣檢驗，(3) 統計分析，及(4) 實驗計劃四者。如全部講授完畢，勢非連續一個月不可，各工廠派員參加講習，能否離職如此之久，有無影響本身工作，自須加以考慮。因參照美國品管權威 E. L. Grant 博士編著之 Statistical Quality Control 暨 I. W. Burr 博士編著之 Engineering Statistics and Quality Control 諸書之編纂方法，將管制圖

及抽樣計劃合併講授，爲期二週，稱爲品質管制初級班。凡從事品管之人員，均須修習是項基本課程。

統計分析及實驗計劃亦合爲一班，仍定期二週，以所需數學智識較爲高深，遂稱爲品質管制高級班，係爲訓練品管專業人才而設，自民國四十六年起，業已開班，即有高級品質管制學之編訂，其後又復採用化學工業品質管制一書，作爲教材，陸續補充，迄無定本，讀者多感不便。

惟本中心所需之教材，與一般大專院校所用者，不盡相同。蓋前來本中心參加講習之人士，多爲各工廠現職人員，程度不一，或離院校已久，或僅中學或職校畢業，亦有並非研習理工科之人士，故必須簡明扼要，說理清晰，深入淺出，並能注重實用，多附例題，講習之期間雖短，而返廠以後，可觸類旁通，參照運用。

吳玉印、張源漳、劉振諸先生，自民國五十年起，即在本中心擔任品質管制高級班講師，每年平均講授三班以上，積時既久，補充之資料逐年增加，因請三位先生就其多年之教學經驗，作有系統之介紹，本書第一章及第二章爲劉振先生所編，第三章爲吳玉印先生所編，第四章爲張源漳先生所編，至去（五十五）年十月即已完稿，遂加以油印，在臺北、高雄、花蓮等地共開四班，試用一年，復行增刪，然後定稿，正式付印。本書內容充實，理論與實際並重，不僅可供品管專業人員之參考，亦可作爲大專院校之教材。

茲值本書出版之時，爰將編纂經過，刊諸篇首，是爲序。

中國生產力中心
總經理 王士杰 謹識

目 錄

第一章 概說

第一節 前言

1. 發展簡史.....	1
2. 統計方法與品質管制.....	3
3. 統計方法之分類.....	3

第二節 數據之整理

1. 數字之修整.....	4
2. 有效數字.....	6
3. 精密度與準確度.....	7
4. 符號與術語.....	9

第三節 機率簡說

1. 機率.....	10
2. 相對次數.....	10
3. 基本定理.....	11

第四節 參數之分配

1. 連續分配.....	12
2. 間斷分配.....	16
(1) 超幾何分配.....	16
(2) 二項分配.....	17
(3) 卜氏分配.....	18

3. 間斷分配的用途	19
4. 各種分配之比較	20

第五節 統計量之分配

1. 羣體與樣本	22
2. 統計量與參數之關係	22
3. 統計量的計算	24
4. 統計量之分配	24
5. 不偏推定量	27

第六節 統計量函數之分配

1. t 分配	28
2. F 分配	28
3. χ^2 分配	29
4. 三個分配間之關係	30
5. 自由度	32

第二章 統計分析

第一節 檢定

1. 假說檢定	38
2. 顯著水準	39
3. 兩側檢定與單側檢定	41

第二節 變異數之檢定

1. 兩組變異數之檢定	42
2. 二組樣本變異數比之檢定	44

第三節 平均值之檢定

1. 已知羣體 μ_0 及樣本平均值 $\bar{x}$ 時之檢定	46
---------------------------------------	----

2. 已知羣體 μ 樣本 $\bar{x}$, 未知羣體 σ 時之檢定	47
3. 兩組樣本平均值之檢定	48
4. 兩組樣本測定值互相對應時之檢定	51

第四節 計數值之檢定

1. 不良率之檢定	53
2. 缺點數之檢定	57
3. 適合度之檢定	58
4. 列關表	58
5. 2×2 列關表	61

第五節 推定

1. 點推定	62
2. 區間推定	63

第六節 平均值之區間推定

1. 已知羣體 σ^2 及 μ 時之推定	63
2. 未知羣體 σ^2 及 μ 時之推定	65
3. 兩組平均值相差之推定	67

第七節 變異數之區間推定

1. 根據一組樣本之推定	69
2. 根據數組樣本之推定	69

第八節 不良率之推定

1. 羣體不良率之推定	7
2. 兩組羣體不良率差之推定	7
3. 缺點數之推定	7

第三章 實驗計劃

第一節 實驗計劃之概念

1. 實驗之意義	77
2. 實驗計劃之基礎	78
3. 實驗計劃所使用之原理	78
4. 術語之說明	81

第二節 變異數分析的原理

1. 模型的製作	81
2. 平方和之計算	84
3. 模型 II	85
4. 變異數分析的實驗	87

第三節 一因素配置

第四節 二因素配置

1. 無反覆二因素配置	92
2. 有反覆二因素配置	95

第五節 拉丁方格

1. 無反覆拉丁方格	98
2. 有反覆拉丁方格	100
3. 希臘拉丁方格	102

第六節 2^n 型配置法

1. 2^n 型配置之應用範圍	104
2. 因素及階次之表示方法	105
3. 2^n 型配置法例	106
4. 計算表之作法	109

第七節 交絡法

- 1. 3 因素之交絡..... 110
- 2. 部份實施法..... 112

第八節 直交排列法

- 1. 前言..... 114
- 2. 秤量問題..... 115
- 3. 2 階次實驗之配置方法..... 117
- 4. $L_8(2^7)$ 型配置例..... 121
- 5. $L_4(2^{15})$ 型配置例..... 122
- 6. 3 階次實驗之配置方法..... 126
- 7. 配置方法之技巧..... 131

第九節 最佳條件之求法

- 1. 緒言..... 133
- 2. 最大傾斜之方法..... 135
- 3. 平坦區域之探求方法..... 137
- 4. 決定一次效果之實驗..... 137
- 5. b 值之計算..... 138
- 6. 實例..... 138

第十節 遞變作業

- 1. 概要..... 144
- 2. 2 因素實驗..... 144
- 3. 3 因素實驗..... 148

第四章 相關與迴歸**第一節 相關之意義**

1. 散佈圖.....	156
2. 相關表.....	157

第二節 相關分析

1. 相關係數.....	158
2. 相關係數之計算.....	161
3. 關於相關之檢定與推定.....	165
4. 相關關係之符號檢定.....	173

第三節 迴歸分析

1. 迴歸直線.....	174
2. 推定標準誤.....	178
3. 關於迴歸之檢定與推定.....	180
4. 迴歸分析.....	185

第四節 等級相關

第五節 高次多元迴歸

1. 高次迴歸分析.....	195
2. 多元迴歸與複相關.....	201
3. 淨迴歸係數之計算實例.....	207

附表

第一表	平方表.....	215
第二表	常態分配表.....	217
第三表	t 分配表.....	218
第四表	F 分配表	
	A. 冒險率 5 %.....	219
	B. 冒險率 2.5 %.....	220

C.	冒險率 1 %	221
D.	冒險率 0.5 %	222
第 五 表	χ^2 分配表	223
第 六 表	相關係數的顯著水準	224
第 七 表	Z 變換表	225
第 八 表	計算管制圖用常數表	226
第 九 表	符號檢定表	227
第 十 表	等級相關係數檢定表	228
第十一表	希臘字母對照表	229

第一章 概 說

第一節 前 言

1. 發展簡史

自從有工業以來，就知道怎樣管制品質，即便在手工業時代，熟練的技工們對於他們自己所製造出來的產品，一定也非常注意品質，並且懂得如何去把品質做好，這完全是憑他個人所累積的經驗。在近代，工廠中的檢查和研究工作，其目的無非是在尋求保證產品品質的方法。所以品質管制可說已有很長的歷史了。

而統計的品質管制 (SQC) 却是一門新的科學，到現在不過四十多年，顧名思義，是應用統計方法來管制產品的品質，W. Edwards Deming 博士曾給它下過定義：“統計的品質管制係在所有各生產階段中，應用統計的原理和技術，使用途最大而具有銷路的產品，獲致最經濟的製造”。(見品質簡訊一卷三期)。

因此，我們必須談到統計學，雖說統計學的起源甚早，在古埃及與巴比倫時的人口普查和征稅方面，已具雛形，但僅是把數字資料作簡單的記錄而已。直到十八、十九世紀，才有統計理論的發展。

數理統計學對於品質管制的貢獻甚大。可分為記述統計學 (Descriptive statistics) 和推測統計學 (Inferential statistics) 兩個階段，係逐漸演變而來。前者以各種量數 (Measure) 如：平均數，中位數，變異數等來處理數字資料，作有系統的整理，並將數據列表製圖，亦包括在此範圍以內。後者以機率論為基礎，根據樣本所得的資料，用各種統計方法來推測羣體的性狀。

在17及18世紀，數理統計學的先驅 Jacques Bernoulli (1654~1705) 著機率論，1730年 Abraham De Moivre (1667~1754) 發表常態曲線方程式，說明大量觀察時，經驗機率與理論機率相一致，為大數法則之理論根據，19世紀中經 M. P. S. de Laplace (1749-1827), A. Fourier, K. R. Gauss (1777-1855),

Simeon Denis Poisson (1781~1840) 等著名數學家不斷之研究，對於機率論有迅速之進步，並應用於天文學等方面。19世紀中葉，比人 Adophe Quetelet (1796~1874) 曾任比國中央統計委員會主席，奠定大數法則之原理，並應用於社會及教育等問題上。其後 Francis Galton (1822~1911) 發表相關理論等，並應用於遺傳，優生，心理等方面。至英人 Karl Pearson (1857~1936) 提供精密之統計分析方法，而有長足之進展，其主要貢獻為迴歸分析，動差法， χ^2 分配等。

美國著名心理學家 James McKeen Cattell 於1880年赴歐洲研究統計學，與 Galton 氏及歐洲之統計學家相交遊，返美後即與渠學生 E. L. Thorndike 等將統計方法應用於心理及教育問題上。此數人對於美國統計學上之影響，殊為深遠。不數年間，美國各大學始陸續開設理論統計學及應用統計學等課程。

以上所述之統計方法，均以大量觀察為基礎，其對象為大樣本，至20世紀初，始有小樣本理論之發展，英國農業化學技師 W. S. Gosset (1876~1936) 於1899年在 Dublin 地方一家啤酒工廠服務，乃將其化學與數學智識應用於品質管制問題上，運用機率理論以小樣本代替大樣本，此一小樣本方法立為該廠所採用，Gosset 氏於1907年以“Student”之筆名，在 Biometrika 雜誌上發表有關小樣本之理論，為現代統計學之肇始。

至1923年，英國 Ronald Aylmer Fisher (1890~1962) 創始變異數分析法，復導出 Z 檢定法，嗣經 G. W. Snedecor 之修改變形，於1937年命名為 F 檢定法，以紀念 Fisher 氏。Fisher 氏復利用隨機化思想，確定實驗計劃之基礎。1926年更進一步發表小樣本統計分析法理論，同時有 E. S. Pearson (K. Pearson 之子) 及 J. Neyman 等建立假設檢定論等，將之導入工業，廣被應用，演變而成為現代之推測統計學 Stochastics (簡稱推計學)。

前述之統計方法，其時大都應用於生物、農作、心理、社會等領域，工業方面應用甚少。直至1924年5月16日，美國 Bell Telephone Laboratories 之 Walter A. Shewhart 博士(1891~1967)，發明第一張管制圖，是為統計方法應用於品質管制之嚆矢。另有 H. F. Dodge 及 H. G. Romig 二人，將統計原理應用於抽樣檢驗，並製成抽樣表，遂逐漸形成新的統計應用方法。初期適逢工商業不景氣，未為美國工業界所重視，直至第二次世界大戰(1939~1945)期間，在工業方面的應用，方大為興起，不久，應用統計學已完全滲入工業方面，並有工業統計學之專書，蓋工程師可藉統計學之助，充分利用所獲得之資料，雖不

能取代精確之數學分析，然當資料甚少不能用精確之數學處理時，則統計方法已成為必要之工具。

近年以來，在工業上之應用，異常廣泛。如研究室，試驗工場，製造工廠等，均可利用統計分析，相關分析，迴歸，實驗計劃，EVOP等統計方法，將複雜之問題，加以處理，已獲驚人之效果，故美國、日本、英國、荷蘭、法國、蘇俄、印度等國工業界人士，均先後倡導，悉力以赴，現已成為每一位工程師所必需之基本知識矣。

2. 統計方法與品質管制

統計方法之基礎為數理統計學 (Mathematical statistics)，前已述及，故需有精深之數學知識及理論，非專門研究者不易瞭解，且不在本書範圍之內。本書係說明若干統計概念，並使用已導出之公式及數值表，說明其在品質管制上所用之技巧，故應用時並不困難。

推測統計學係由記述統計學演變而來。前者為少數資料之演繹 (Deductive)，而後者為大量觀察，將其結果加以記述，故兩者應有嚴格之區分。

而近代之推測統計學則係運用科學的歸納法則 (Inductive) 及機率理論，憑少數資料 (即樣本) 研究其所得的結果，再演繹而至全體 (即羣體)，故統計學在品質管制學上之地位，應歸功於推測統計學之發展。

品質管制學之範圍，除管制圖及抽樣計劃外，尚有統計分析及實驗計劃。在統計分析部份，可再細分為統計檢定，統計推定，變異數分析，相關分析，迴歸等，本書當逐一說明，俾可利用此等工具，在技術上作進一步之探討，以尋求其所以然之原因。惟效用之能否發生，仍有賴於工程科學之知識及所採取之行動，蓋統計結果無非易於發覺其變異之所在，以避免主觀判斷之錯誤耳。

3. 統計方法之分類

按使用之目的而言，可分兩大類：

(1) 獲取數據之方法：

- (a) 計劃法——按照分析的目的，預先設計實驗計劃 (Design)，依照計劃進行。
- (b) 抽樣法——為求推定羣體之性狀，可照一定之抽樣方法 (Sampling)，抽取樣本，使推定之效率提高。

(2) 解釋數據之方法：

- (a) 分析法——將資料內之變異 (Variation)，分析 (Analyze) 為各種原因別，然後比較其間之大小。
- (b) 檢定法——比較平均值或變異數等統計量，其目的並非比較樣本之差異，而係檢定 (Test) 羣體間有無相差。
- (c) 推定法——自樣本推定 (Estimate) 羣體。

若按形式分類，可分為數式法及圖式法兩種，數式法係用數學方式計算，手續較繁，但精密度高。而圖式法係使用圖表，如常態機率紙、二項機率紙等，將資料繪製成圖，判定其結果之方法，計算簡便，易於瞭解，本中心出版之初級品質管制學中，亦曾加以介紹。

第二節 數據之整理

吾人在製造過程或研究室中，以及利用實驗計劃或抽樣法等，均可獲得許多測定值 (Measuring value)，而此等測定值，無論其數字如何鉅大或微小，其間必有變異，決不能完全相同。故須先將數據予以整理，再行運算，然後將所得結果，分析判斷。

數據蒐集後，可加以分組 (Grouping)，製成次數分配表或繪製次數分配圖等，並可先將數據簡化 (Coding)，然後運算，既較簡捷，又可減少錯誤。

上述整理數據之方法，在統計學或品質管制學書籍上，均有詳盡說明，諸君當已熟諳此等方法，茲不多贅。

1. 數字之修整

初學品質管者，在作計算時，似有以計算之位數愈多愈好，有時在小數點之後，寫至七、八位，尤其在使用計算機時，更多此種情形，認為計算位數越多，結果越準確，實則並非如此。因為位數多並不能增加結果的準確度 (Accuracy)，有時反而更不準確。如用在管制圖上，則更屬不需要，因管制圖上之橫格甚小，以致無法辨認應該點在何處，因此即使位數多，非僅無益，徒增困惑。

統計數據大半為近似數值，所謂近似數值 (Approximate number) 即係相對的準確而含有誤差之數值，凡計量值 (如長度、重量、年齡等)、估計值、已修整或簡化尾數之數值，均為近似數值。

至於尾數之修整 (Rounding)，在計算時常常需要應用。通常採用四捨五入

法，即被修整之尾數，等於或大於5者，則在其前一位加一，小於5者則捨棄之。如6.47462一數，割捨三位尾數則為6.47，割捨二位尾數則為6.475。此法雖甚簡單，但遇到5字時，總是向上修整（Rounded up），則將發生系統誤差（Systematic error）或稱系統偏差（Systematic bias）。

尚有一種更精密之方法，如修整之尾數大於5，則在其前一位數加一；倘小於5，則捨棄之。當尾數恰為5時，如前一位數字為奇數，則在奇數上加一，如為偶數則捨棄之。故亦有稱此法為“奇升偶捨法”者。此法多少可消除因修整而發生之誤差。

第1.1表為兩種方法之比較。表中原數之總和為2.28127，四捨五入法之總和為2.29，而更精密之方法則為2.28，與原數之總和更為接近。

第1.1表 數字修整方法

原 數	四捨五入法	更精密之方法
0.51510	0.52	0.52
0.03276	0.03	0.03
0.78500	0.79	0.78
0.21849	0.22	0.22
0.23500	0.24	0.24
0.49492	0.49	0.49
2.28127	2.29	2.28

至於究竟應割捨幾位，須視吾人所需之準確度（Accuracy）而定。如準確至個位數，則小數點以後之數字均可割捨，如準確至小數點後二位，可類推。茲舉例說明於下：

準確至個位數

$$7.2 = 7$$

$$7.8 = 8$$

準確至 0.1

$$7.17 = 7.2$$

$$7.11 = 7.1$$

$$.09 = .1$$

準確至0.01

$$7.177 = 7.18$$

$$.674 = .67$$

$$1.098 = 1.10$$

如係整數部份之尾數，亦可比照上法，加以簡化。例如55年12月16日臺灣地區戶口普查，當時常住人口為13,512,143人。倘在某種場合，僅需準確至以萬為單位，即已合用，則可簡化為13,510,000人，或改寫1,351萬人，不滿一萬之餘數，按四捨五入法處理。倘以千為單位則可寫作13,512,000人，或13,512千人，若以百萬為單位，即寫作14,000,000人，或14百萬人。總之，以吾人所需之準確程度而定取捨，凡超過吾人研究某種問題所需要之準確度，均可將尾數予以修整或簡化。

2. 有效數字

凡表示數值之準確程度的數字，稱為有效數字 (Significant figures or Significant digits)。如81, 8.12, 81.28三個數值，前者為二位有效數字，中為三位有效數字，後者為四位有效數字，如：

81	二位	12.800	五位
812	三位	1976.09	六位
81.2	三位	0.036	二位
8001	四位	0.0036	二位

0.0036也只有兩位有效數字，因為如以丈表示此數，則可改用厘（即萬分之一丈）為單位，寫成36厘，原來的零就毋需寫出，寫出亦無意義，故不應視為有效數字。

不過小數點以後末尾的零，却不能作如此看法，例如1.2公斤與1.20公斤，其意義完全不同，前者準確至十分之一公斤，後者準確至百分之一公斤，此末尾之零，係表示測量之準確度，為實際測量所得者，並非隨意加上，故應視為有效數字。

在整數方面而言，倘末尾有許多零字，如13,510,000，則末尾之四個零，是否為有效數字？答案須視原始數據之準確程度而定。如以萬為單位，則簡化成1351，末尾四個零便不是有效數字，祇有前四位是有效數字，如以千為單位，則簡化成13512，共有五位有效數字，末尾三個零，便不能計算在內。

在乘除時，亦須考慮到有效數字，一般而言，其結果（積或商）的有效數字，不能比乘（除）數或被乘（除）數中最少的有效數字為多。

如 $7.6 \times 3.8445 = 29$ ，而非29.21820，因為7.6是二位有效數字。

上述各種數值，有時可用科學記數法表明其準確度。例如13,510,000一數