☆ 根据义务教育课程标准实验教材编写 ☆

双色 最新版

黄冈®
状元成才路

楚天教育研究中心

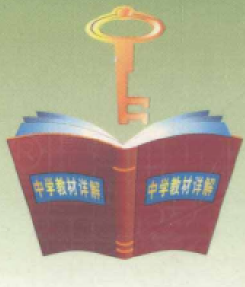
中学教材详解

ZHONGXUEJIAOCAI XIANGJIE

丛书主编／成正贵

新课标（人）

九年级数学（上）



甘肃文化出版社

责任编辑:周桂珍
封面设计:空间设计中心
CT80005JY1680

黄冈®
状元成才路
楚天教育研究中心

中学教材详解

分析讲解全面透彻
重点难点准确把握
思维导向新颖独特
能力培养科学实效

ISBN 978-7-80714-409-0
9 787807 144090 >

定价：84.00元(全5册)

☆根据义务教育课程标准实验教材编写☆

最新版　黄冈®

楚天教育研究中心

中学教材详解

黄冈武汉特高级教师联合编写

丛书主编/成正贵

新课标（人）

九年级数学（上）

甘肃文化出版社

责任编辑：周桂珍

封面设计：空间设计中心

丛书主编：成正贵

主　　编：蓝剑波

本册主编：夏松泉　段俊豪

编　　委：刘　康　周　敏　周　新

何少敏　王春燕　徐小利

黄冈状元成才路——中学教材详解

九年级数学（上）

出版发行	甘肃文化出版社	印　　制	枝江市新华印刷有限公司
社　　址	兰州市庆阳路230号	厂　　址	枝江市马家店民主大道119号
邮政编码	730030	邮政编码	443200
发行经销	（0931）8454246	发行经销	新华书店
开　　本	880×1230　1/32	版　　次	2007年4月第1版
印　　张	52.5　字数 1200千字	印　　次	2008年4月第2次

书　　号 ISBN 978－7－80714－409－0

定价 84.00元（全5册）

请与印刷厂联系调换　电话：0717－4212956）

致同学

ZHITONGXUE

当你打开这本书的时候，就好比登上了一艘科学考察船，它将带你到数学的海洋中去远航。

目前新的课程改革已在全国各地全面展开，如何更好地适应新理念、新教材是大家所关注的焦点。本书正是为适应这一需要由黄冈武汉特高级教师联袂编写而成。全书努力服务于新的教学实际，洋溢着强烈的时代气息。其特点如下：

一、理念新颖，分析透彻。

本书以章节基础知识为起点，通过对每节内容进行详尽透彻的讲解，突出重点突破难点，通过对各类题型的不同思维方式的分析，指明概念误区、方法误区、思维误区、能力误区，释疑解惑，从而使读者掌握每节内容中的精华部分。

二、引导探究，启发创新。

每节或每章中安排了大量的综合探究学习的内容，从而让同学们全面了解探究性学习的各个步骤，突出体验过程，并在探究中学习。同时在数学与生活中介绍数学学家的一些逸闻趣事或数学方面的前沿技术及应用，开阔了视野，激发了同学们的求知欲。

三、体系完整，突出能力。

本书每章结尾都有一个知识网络对本章的内容进行系统的梳理，并对每章的重难点知识进行提炼，让大家进一步了解，做到心中有数。同时对本章的潜在考点进行预测，并精选近几年各地中考典型题目加以分析讲解，以提高同学们的解题能力。

四、面向全体，兼顾两端。

本书每一道题都提供详细讲解，对每一节的知识点都进行分析归纳，使学习有困难的同学也一样能跟得上本书的节奏。同时对于课本上的疑难问题，进行点拨，具有梯度的选题，也足以让不同层次的同学都有收获。

由于水平有限，本书的疏漏在所难免，敬请广大读者批评指正。

编　者

中学数学知识网络结构图示

中学教材详解

- 每课详解
  - 整体感知　新知导航 —— 把握重点　明确方向
  - 夯实双基　课标诠释 —— 避免错误　理解课标
  - 应用创新　延伸拓展 —— 开掘潜能　发散思维
  - 方法点拨　课本疑难 —— 难点突破　释难解惑
  - 实力检测　知识链接 —— 掌握新知　贴近课堂
  - 数学与生活 —— 开阔视野　激发兴趣
  - 参考答案　实力检测 —— 评判对错　启迪思维
- 全章回顾与总结：温故知新、巩固所学
- 自主强化训练：同步练习、提高能力
- 期中测试：阶段检测、查漏补缺
- 期末测试：综合考查、全真模拟

与新课标接轨，与新课堂同步，吃透重点难点，全面掌握知识，寓学于乐，培养创新思维和综合素质。

MULU目录

·新教材、新理念、新设计·

第二十一章 二次根式

21.1 二次根式

新知导航·整体感知

知识要点：1.二次根式的定义；

2.二次根式有意义的字母的取值范围；

3.二次根式的性质.

重　　点：二次根式的意义.

正确理解二次根式的定义并明确以下两点：

(1)必须含有二次根号“$\sqrt{\ }$”，没有“$\sqrt{\ }$”就不是二次根式，如 $m\sqrt{n}$ $(n\geqslant 0)$是二次根式，而 mn 就不是二次根式；

(2)开方数无论是数还是代数式，都必须是非负的，否则二次根式无意义，如$\sqrt{2}$，$\sqrt{\frac{1}{5}}$，$\sqrt{x^2+2}$，$\sqrt{(m-n)^2}$，$\sqrt{a+1}(a\geqslant -1)$都是二次根式，但$\sqrt{-2}$，$\sqrt{-x^2-2}$，$\sqrt{a+1}(a<-1)$都不是二次根式，因为它们在实数范围内无意义.

难　　点：应用算术平方根概念理解$(\sqrt{a})^2=a$.

公式$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant 0)$表明：一个非负数的算术平方根的平方还是等于这个数.

这个式子反过来也可以写成：$a=(\sqrt{a})^2(a\geqslant 0)$，它表明：一个非负数可以写成它的算术平方根的平方.

课标诠释·夯实双基

➡要点详解

1.二次根式的概念

一般地，我们把形如$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$的式子

➡实例分析

【例1】　下列各式中，哪些是二次根式？哪些不是？为什么？

(1) $\sqrt{-3}$；　　(2) $\sqrt{(-3)^2}$；

叫做二次根式.二次根式$\sqrt{a}$的实质是一个非负数a的算术平方根,其中"$\sqrt{\ }$"读作"二次根号."

正确理解二次根式的概念,要从以下几个方面来理解:

(1)从表面形式上看,二次根式必须含有二次根号"$\sqrt{\ }$".如$\sqrt{3}$、$\sqrt{16}$等都有"$\sqrt{\ }$",虽然"$\sqrt{16}=4$",但是4是二次根式$\sqrt{16}$的计算结果,因此,$\sqrt{16}$、$\sqrt{121}$、$\sqrt{1.44}$、$\sqrt{\frac{9}{4}}$等等,也分别是二次根式.

(2)二次根式中的被开方数a既可以表示一个数,也可以表示一个代数式,但前提是必须保证$\sqrt{a}$有意义,由算术平方根的含义可知,非负数才有算术平方根,即$a\geqslant0$,也就是说,a如果表示数,就必须是非负数,如果表示代数式,这个代数式的值也必须是非负数.

(3)"$\sqrt{\ }$"的根指数为2,即是"$\sqrt[2]{\ }$",我们常省略

(3)$\sqrt{(-3)^3}$;　　(4)$\sqrt[3]{7}$;

(5)$\sqrt{-x}$;　　(6)$\sqrt[4]{4}$;

(7)$\sqrt{-2a^2-1}$;　　(8)$\sqrt{\frac{1}{(x+3)^2}}$;

(9)$\sqrt{-(a-4)^2}$;　　(10)$\sqrt{m^2+2m+1}$.

分析　判断一个式子是否是二次根式应满足两个条件:一是看是否含有二次根号"$\sqrt{\ }$";二是看被开方数是否是非负数.

解　(1)$\because -3<0$,$\therefore \sqrt{-3}$不是二次根式.

(2)$\because (-3)^2>0$,$\therefore \sqrt{(-3)^2}$是二次根式.

(3)$\because (-3)^3=-27<0$,$\therefore \sqrt{(-3)^3}$不是二次根式.

(4)$\because \sqrt[3]{7}$的根指数是3,$\therefore \sqrt[3]{7}$不是二次根式.

(5)$\because \sqrt{-x}$中的$-x$的符号不能确定,因此应分两种情况讨论:

①当$x\leqslant0$时,$\sqrt{-x}$是二次根式;

②当$x>0$时,$\sqrt{-x}$不是二次根式;

$\therefore \sqrt{-x}$不一定是二次根式.

(6)$\because \sqrt[4]{4}$的根指数是4,$\therefore \sqrt[4]{4}$不是二次根式.

(7)$\because -2a^2\leqslant0$,

$\therefore -2a^2-1<0$,

$\therefore \sqrt{-2a^2-1}$不是二次根式.

(8)$\because (x+3)^2\geqslant0$,当分母$x+3=0$时,原式没有意义.

$\therefore$当$x\neq-3$时,$\sqrt{\frac{1}{(x+3)^2}}$是二次根式.

$\therefore \sqrt{\frac{1}{(x+3)^2}}$不一定是二次根式.

(9)$\because -(a-4)^2\leqslant0$,$\therefore$只有当$a-4=0$,

即$a=4$时,$\sqrt{-(a-4)^2}$是二次根式.

即$a\neq4$时,$-(a-4)^2<0$,$\sqrt{-(a-4)^2}$不是二次根式.

$\therefore \sqrt{-(a-4)^2}$不一定是二次根式.

(10)$\because m^2+2m+1=(m+1)^2\geqslant0$,

$\therefore \sqrt{m^2+2m+1}$是二次根式.

方法总结:本题主要考查对二次根式的概念的理解,一定要注意当被开方数中含有字母时,应考虑字母的取值范围,即二次根式$\sqrt{a}$中的a必须是非负数.

【例2】 当x取何值时,下列各式有意义?

(1) $\sqrt{3x}+\sqrt{-x}$;　　(2) $\sqrt{-2x}+\dfrac{x}{x+2}$;

(3) $\sqrt{(x-1)^2}$;　　(4) $\sqrt{\dfrac{1}{2-3x}}$;

(5) $\dfrac{\sqrt{2x+4}}{x-2}$;　　(6) $\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2-3}$;

(7) $\dfrac{\sqrt{1-2x}}{|x|-1}$;　　(8) $\sqrt{2-a}+\dfrac{2a}{a+1}$.

分析 本题旨在考查二次根式有意义的条件,要使各式有意义,则被开方数必须是非负数,如果分母中有根式,那么满足被开方数为正数,因为零不能作分母.

解 (1)欲使$\sqrt{3x}+\sqrt{-x}$有意义,则必须有$\begin{cases}3x\geqslant 0\\-x\geqslant 0\end{cases}$,

$\therefore x=0$.

$\therefore$当$x=0$时,$\sqrt{3x}+\sqrt{-x}$有意义.

(2)欲使$\sqrt{-2x}+\dfrac{x}{x+2}$有意义,则必有$\begin{cases}-2x\geqslant 0\\x+2\neq 0\end{cases}$,$\therefore x\leqslant 0$且$x\neq -2$.

$\therefore$当$x\leqslant 0$且$x\neq -2$时,$\sqrt{-2x}+\dfrac{x}{x+2}$有意义.

(3)$\because (x-1)^2\geqslant 0$时,$\therefore$无论$x$取任何实数,$\sqrt{(x-1)^2}$都有意义.

(4)欲使$\sqrt{\dfrac{1}{2-3x}}$有意义,则必有$2-3x>0$,$\therefore x<\dfrac{2}{3}$.$\therefore$当$x<\dfrac{2}{3}$时,$\sqrt{\dfrac{1}{2-3x}}$有意义.

(5)欲使$\dfrac{\sqrt{2x+4}}{x-2}$有意义,则必有$\begin{cases}2x+4\geqslant 0\\x-2\neq 0\end{cases}$,

$\therefore x\geqslant -2$且$x\neq 2$.

$\therefore$当$x\geqslant -2$且$x\neq 2$时,$\dfrac{\sqrt{2x+4}}{x-2}$有意义.

根指数2,写作“$\sqrt{\ }$”,不要忽略这点,而误把“$\sqrt{\ }$”的根指数当作“0”,如“$\sqrt[3]{2}$”就不是二次根式,因为它的根指数是3.

(4)式子$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$既表示二次根式,又表示非负数a的算术平方根,因此式子$\sqrt{a}\geqslant 0$,也就是说,二次根式一定是非负数,所以$\sqrt{a}$中,不但a是非负数,$\sqrt{a}$也是非负数,即$\sqrt{a}$中,$a\geqslant 0$,$\sqrt{a}\geqslant 0$.

(5)形如$b\sqrt{a}(a\geqslant 0)$的式子是二次根式吗?首先我们考虑$b\sqrt{a}$的意义,它表示b与$\sqrt{a}$的乘积,如$2\sqrt{3}$表示$2\times\sqrt{3}$,因此它是二次根式.

2.二次根式有意义的字母的取值范围

要使$\sqrt{a}$有意义,被开方数a就必须是非负数,即$a\geqslant 0$,由此可以确定二次根式中被开方数的取值范围,如$\sqrt{2x+1}$,只有当$2x+1\geqslant 0$,即$x\geqslant$

$-\frac{1}{2}$时，二次根式$\sqrt{2x+1}$有意义，再比如对于式子$\frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{x+1}}$来说，当$-1<x\leqslant 3$时，式子才有意义.

3.二次根式的性质

(1)二次根式的双重非负性：$\sqrt{a}\geqslant 0$，$a\geqslant 0$. 因为$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$表示非负数a的算术平方根，所以由算术平方根的定义可知$\sqrt{a}\geqslant 0$，如$\sqrt{3}$、$\sqrt{\frac{3}{2}}$等都是非负数.

(2)$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant 0)$. 由于$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$表示非负数$a$的算术平方根，将非负数$a$的算术平方根平方，就等于它本身$a$，因此有$(\sqrt{a})^2=a$. 例如：$(\sqrt{3})^2=3$、$(\sqrt{6})^2=6$，$(\sqrt{1.5})^2=1.5$，$(3\sqrt{2})^2=3^2\cdot(\sqrt{2})^2=18$，$\left(\frac{1}{2}\sqrt{6}\right)^2=\left(\frac{1}{2}^2\right)\cdot(\sqrt{6})^2=\frac{1}{4}\times 6=\frac{3}{2}$，$(\sqrt{x^2+1})^2=x^2+1$. 如果我们将公式$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant 0)$逆用，即$a=(\sqrt{a})^2$ (a

(6)欲使$\frac{\sqrt{x-3}}{x^2-3}$有意义，则必有$\begin{cases}x-3\geqslant 0\\x^2-3\neq 0\end{cases}$，$\therefore x\geqslant 3$.

$\therefore$当$x\geqslant 3$时，$\frac{\sqrt{x-3}}{x^2-3}$有意义.

(7)欲使$\frac{\sqrt{1-2x}}{|x|-1}$有意义，则必有$\begin{cases}1-2x\geqslant 0\\|x|-1\neq 0\end{cases}$，

$\therefore x\leqslant\frac{1}{2}$且$x\neq -1$.

$\therefore$当$x\leqslant\frac{1}{2}$且$x\neq -1$时，$\frac{\sqrt{1-2x}}{|x|-1}$有意义.

(8)欲使$\sqrt{2-a}+\frac{2a}{a+1}$有意义，则必有$\begin{cases}2-a\geqslant 0,\\a+1\neq 0\end{cases}$ $\therefore a\leqslant 2$且$a\neq -1$.

$\therefore$当$a\leqslant 2$且$a\neq -1$时，$\sqrt{2-a}+\frac{2a}{a+1}$有意义.

方法总结：本例中的(4)～(8)题应充分考虑到分母不能为零的情况，但(6)小题中，由$x-3\geqslant 0$，得$x\geqslant 3$，由$x^2-3\neq 0$，得$x\neq\pm\sqrt{3}$，而$\pm\sqrt{3}$均不在$x\geqslant 3$范围之内，所以只需满足$x\geqslant 3$即可.(7)小题中，由$1-2x\geqslant 0$得$x\leqslant\frac{1}{2}$，由$|x|-1\neq 0$得$x\neq\pm 1$，只有$x=-1$在$x\leqslant\frac{1}{2}$的范围之内，而$x=1$不在$x\leqslant\frac{1}{2}$的范围之内，所以只要满足$x\leqslant\frac{1}{2}$且$x\neq -1$即可.

【例3】 已知$\sqrt{x^2-4}+\sqrt{2x+y}=0$，求$x-y$的值.

分析 对于已知条件$\sqrt{x^2-4}+\sqrt{2x+y}=0$中的$\sqrt{x^2-4}$和$\sqrt{2x+y}$都是二次根式. 实际上，这里隐含着$\sqrt{x^2-4}\geqslant 0$，$\sqrt{2x+y}\geqslant 0$这两个条件，且这两个非负数的和等于0，所以每个非负数都等于0，即$x^2-4=0$且$2x+y=0$，进而求出x、y的值，再求$x-y$的值.

解 $\because\sqrt{x^2-4}+\sqrt{2x+y}=0$，且$\sqrt{x^2-4}\geqslant 0$，$\sqrt{2x+y}\geqslant 0$，

$\therefore\sqrt{x^2-4}=0$，$\sqrt{2x+y}=0$.

$\therefore\begin{cases}x^2-4=0,\\2x+y=0,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x_1=2,\\y_1=-4;\end{cases}$ 或$\begin{cases}x_2=-2,\\y_2=4.\end{cases}$

$\therefore x-y=2-(-4)=6$或$x-y=-2-4=-6$.

$\geq 0)$，那么就可以利用此公式把一个非负数写成一个数的平方的形式. 例如 $3=(\sqrt{3})^2$，$a-b=(\sqrt{a-b})^2(a\geq b)$. 这一公式常在因式分解中应用.

方法总结：解这类题的关键：一是利用二次根式是非负数的性质；二是利用若几个非负数之和等于0，则每个非负数都必须是0的性质.

【例4】 计算：

(1)$(\sqrt{\frac{3}{5}})^2$；(2)$(4\sqrt{3})^2$；(3)$\sqrt{(-6)^2}$；(4)$-\sqrt{(-\frac{1}{8})^2}$.

分析 第(1)题直接利用性质$(\sqrt{a})^2=a(a\geq 0)$即可；第(2)题需先利用积的乘方性质$(ab)^2=a^2b^2$变形. 再利用上述公式计算. 第(3)、(4)题利用性质$\sqrt{a^2}=a(a\geq 0)$即可.

解 (1)$(\sqrt{\frac{3}{5}})^2=\frac{3}{5}$；

(2)$(4\sqrt{3})^2=4^2\times(\sqrt{3})^2=16\times 3=48$；

(3)$\sqrt{(-6)^2}=\sqrt{6^2}=6$；

(4)$-\sqrt{(-\frac{1}{8})^2}=-\frac{1}{8}$.

方法总结：恰当选择二次根式的性质.

➡易错点

1. 二次根式定义的理解

(1)二次根式必须有"$\sqrt{\ }$". 如$\sqrt{4}$是二次根式，而2就不是二次根式.

(2)有"$\sqrt{\ }$"不一定是二次根式. 如$\sqrt{-2}$、$\sqrt{-x^2-1}$都没有意义，所以都不是二次根式.

(3)"$\sqrt{\ }$"下可以是数，也可以是代数式，但必须保证非负.

2. 应用错误

如在实数范围内分解因式：$x^2-16=(x+4)(x-4)=(x+4)\cdot(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)$. $\sqrt{x}\pm 2$不是整式，所以不是因式分解.

【例】 当 x 为何整数时，$\sqrt{10x-1}+1$ 有最小整数值？并求出这个最小值.

错解1 当 $x=0$ 时，$\sqrt{10x-1}+1=\sqrt{0-1}+1=-1+1=0$，此时，最小值是0.

错解2 当 $x=\frac{1}{10}$时，$\sqrt{10x-1}+1=\sqrt{10\times\frac{1}{10}-1}+1=0+1=1$，此时最小值是1.

错因 错解1忽略了 $10x-1\geq 0$ 和 $\sqrt{10x-1}\geq 0$ 这两个性质，错解2忽略了应取整数这个条件.

正解 $\because 10x-1\geq 0$，$\therefore x\geq\frac{1}{10}$，

当 $x=1$ 时，$10x-1=10\times 1-1=9=3^2$，

即 $\sqrt{10x-1}=\sqrt{3^2}=3$.

$\therefore$ 当 $x=1$ 时，$\sqrt{10x-1}+1$ 有最小值，为 $3+1=4$.

方法总结：此题是求 $\sqrt{10x-1}+1$ 的最小整数值，如果不要求 x 为整数，则有最小值1，此时 $10x-1=0$，即 $x=\frac{1}{10}$.

3.二次根式有意义的条件.如 $\sqrt{x+1}$,当 $x\geqslant-1$ 时是二次根式,当 $x<-1$ 时没有意义,所以不是二次根式.

4.$(\sqrt{a})^2=a$,$\sqrt{a^2}=a$ 中的 a 一定满足 $a\geqslant0$.当 $a<0$ 时,$\sqrt{a}$无意义,$\sqrt{a^2}=|a|=-a$.

【例2】 化简 $\sqrt{4x^2-4x+1}-(\sqrt{2x-3})^2$

错解 $\sqrt{4x^2-4x+1}-(\sqrt{2x-3})^2$
$=(2x-1)-(2x-3)=2x-1-2x+3$
$=2$

错因 在解题过程中忽视自变量的取值范围,忽视 $\sqrt{a^2}=a(a\geqslant0)$ 中的 $a\geqslant0$ 这一条件.

正解 由 $2x-3\geqslant0$ 得到 $x\geqslant\frac{3}{2}$

$4x^2-4x+1=(2x-1)^2$

$\because x\geqslant\frac{3}{2}$ $\therefore 2x-1>0$

故 $\sqrt{4x^2-4x+1}-(\sqrt{2x-3})^2$
$=\sqrt{(2x-1)^2}-(2x-3)$
$=2x-1-2x+3=2$

方法总结:二次根式化简时,可运用二次根式的性质,但必须注意 $a\geqslant0$ 这一条件.

延伸拓展·应用创新

【例1】 如果 $\sqrt{x-1}+\sqrt{y+2}=0$,求 $2x-y$ 的值.

分析 由二次根式的意义,$\sqrt{x-1}\geqslant0$,$\sqrt{y+2}\geqslant0$,而 $\sqrt{x-1}+\sqrt{y+2}=0$,故只有 $\sqrt{x-1}=0$ 且 $\sqrt{y+2}=0$.

解 由题意:$\sqrt{x-1}=0$ 且 $\sqrt{y+2}=0$,所以 $x=1$,$y=-2$.

所以 $2x-y=2\times1-(-2)=4$.

方法总结:1.学习了二次根式,就有了三个常见的“非负数”:$|a|\geqslant0$;$a^{2n}\geqslant0$(n 是正整数);$\sqrt{a}\geqslant0(a\geqslant0)$.

2.$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant0)$;$\sqrt{a^2}=a(a\geqslant0)$.

上述两条性质,有一个共同的条件,即 $a\geqslant0$,但二者又有着微妙的差异:第一个式子中的 a 只能是非负数(a 是负数时,$\sqrt{a}$没意义);而对于第二个式子中的 $\sqrt{a^2}$,当 a 为非负数时,结果如上,但是这里 a 也可以是负数($\sqrt{a^2}$ 仍然有意义),只是这时结果不再等于 a 而已(容后细述).

【例2】 已知 $y>\sqrt{2x-1}+\sqrt{1-2x}+2$,化简 $\frac{\sqrt{y^2-4y+4}}{2-y}+3-2x$.

分析 要求代数式的值,就要先求出 x 的值及 y 的取值范围,由二次根式的定义可知,$2x-1\geqslant0$ 且 $1-2x\geqslant0$,可求出 x 的值,从而求得 y 的取值范围.

解 由二次根式的定义可知$\begin{cases}2x-1\geqslant 0\\1-2x\geqslant 0\end{cases}$，$\therefore x=\dfrac{1}{2}$，

把$x=\dfrac{1}{2}$代入$y>\sqrt{2x-1}+\sqrt{1-2x}+2$中，

得$y>2$，$\therefore y-2>0$，

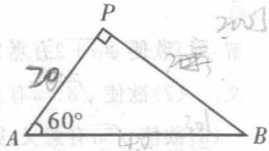
$\therefore \dfrac{\sqrt{y^2-4y+4}}{2-y}+3-2x=\dfrac{\sqrt{(y-2)^2}}{2-y}+3-2x=\dfrac{|y-2|}{2-y}+3-2x$

$=\dfrac{y-2}{2-y}+3-2x=-1+3-2x=2-2x$

$=2-2\times\dfrac{1}{2}=2-1=1$.

方法总结：有些值(例如x的值)在题目中没有直接给出，而是隐藏在已知条件里，解题时我们要注意挖掘这些条件.此例中就可以根据二次根式的定义求得x，从而求得y的取值范围，使问题迎刃而解.

【例3】 如图所示，有一形状为直角三角形的菜地，分配给张、王、李三家耕种，已知张、王、李三家的人口分别2人、4人、6人，菜地要按人口比例进行分配，在Rt△PAB中，$\angle P=90^\circ$，$PA=20$米，$\angle A=60^\circ$，试计算每家应分配的菜地面积.



分析 由30°所对的直角边等于斜边的一半，求得AB，再勾股定理求出BP，进而求得$S_{\triangle ABP}$.由三家的人口比就是分得的菜地比，可求出三家应分得的菜地.

解 在Rt△PAB中，因为$\angle P=90^\circ$，$\angle A=60^\circ$，所以$\angle B=30^\circ$，所以$AB=2AP=2\times 20=40$(米)，所以$BP=\sqrt{40^2-20^2}=20\sqrt{3}$(米).

所以$S_{\triangle PAB}=\dfrac{1}{2}PA\cdot PB=\dfrac{1}{2}\times 20\times 20\sqrt{3}=200\sqrt{3}$(平方米).

因为$S_{张}:S_{王}:S_{李}=2:4:6=1:2:3$，

所以$S_{张}=\dfrac{1}{6}\times 200\sqrt{3}=\dfrac{100}{3}\sqrt{3}$(平方米)，$S_{王}=\dfrac{2}{6}\times 200\sqrt{3}=\dfrac{200}{3}\sqrt{3}$(平方米)，

$S_{李}=\dfrac{3}{6}\times 200\sqrt{3}=100\sqrt{3}$(平方米).

答：张家分得的菜地面积为$\dfrac{100}{3}\sqrt{3}$平方米，王家分得的菜地面积为$\dfrac{200}{3}\sqrt{3}$平方米，李家分得的菜地面积为$100\sqrt{3}$平方米.

方法总结：三家的人口比就是每家应分得的菜地面积比.

【例4】 观察下列各式：

$\sqrt{1+\dfrac{1}{3}}=2\sqrt{\dfrac{1}{3}}$，$\sqrt{2+\dfrac{1}{4}}=3\sqrt{\dfrac{1}{4}}$，$\sqrt{3+\dfrac{1}{5}}=4\sqrt{\dfrac{1}{5}}$，…，用含自然数$n$($n\geqslant 1$)的代数式表示你观察到的规律.

分析 左边根号包括两项:整数和分数,整数是从 1 开始的连续整数,分数是从 $\frac{1}{3}$ 开始的分母依次增加 1 的分数,右边根号外的因数是从 2 开始的正整数,根号内的分数与左边根号内分数相同.

解 规律为$\sqrt{n+\frac{1}{n+2}}=(n+1)\sqrt{\frac{1}{n+2}}$.

方法总结:解决这类题需要同学们观察类比,归纳总结.

课本疑难·方法点拨

练习(P_5)

1. 它的边长应取 $2\sqrt{3}$cm,$3\sqrt{3}$cm

2. $BC=\sqrt{13}$ 3. (1)$a\geqslant 1$;(2)$a\geqslant -\frac{3}{2}$

练习(P_7)

1. (1)3 (2)18 2. (1)0.3 (2)$\frac{1}{7}$ (3)$-\pi$ (4)$\frac{1}{10}$

习题 21.1(P_8)

1. 解:(1)欲使$\sqrt{a+2}$有意义,则必有 $a+2\geqslant 0$,$\therefore a\geqslant -2$,$\therefore$当 $a\geqslant -2$ 时,$\sqrt{a+2}$有意义. (2)欲使$\sqrt{3-a}$有意义,则必有 $3-a\geqslant 0$,$\therefore a\leqslant 3$,$\therefore$当 $a\leqslant 3$ 时,$\sqrt{3-a}$有意义. (3)欲使$\sqrt{5a}$有意义,则必有 $5a\geqslant 0$,$\therefore a\geqslant 0$,$\therefore$当 $a\geqslant 0$ 时,$\sqrt{5a}$有意义. (4)欲使$\sqrt{-a}$有意义,则必有 $-a\geqslant 0$,$\therefore a\leqslant 0$,$\therefore$当 $a\leqslant 0$ 时,$\sqrt{-a}$有意义.

2. 解:(1)$(\sqrt{5})^2=5$.(2)$(-\sqrt{0.2})^2=0.2$. (3)$\sqrt{0.6^2}=|0.6|=0.6$. (4)$\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}=\left|-\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3}$.

3. 解:(1)设圆的半径为 R,由圆的面积公式得 $S=\pi R^2$,所以 $R^2=\frac{S}{\pi}$,所以 $R=\pm\sqrt{\frac{S}{\pi}}$.因为圆的半径不能是负数,所以 $R=-\sqrt{\frac{S}{\pi}}$不符合题意,舍去,所以取 $R=\sqrt{\frac{S}{\pi}}$,即面积为 S 的圆的半径为$\sqrt{\frac{S}{\pi}}$. (2)设较短的边为 $2x$,则它的邻边为 $3x$.由矩形的面积公式得 $2x\cdot 3x=S$,所以 $x=\pm\sqrt{\frac{S}{6}}$,因为 $x=-\sqrt{\frac{S}{6}}$不符合题意,舍去,所以取 $x=\sqrt{\frac{S}{6}}$.所以 $2x=2\sqrt{\frac{S}{6}}=\frac{1}{3}\sqrt{6S}$,$3x=3\sqrt{\frac{S}{6}}=\frac{1}{2}\sqrt{6S}$,即这个矩形的相邻两边的长分别为$\frac{1}{3}\sqrt{6S}$和$\frac{1}{2}\sqrt{6S}$.

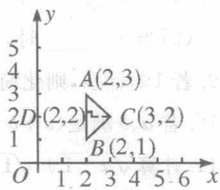
4. 解:(1)由勾股定理得 $c^2=a^2+b^2$,又$\because a=12,b=5$,$\therefore c^2=12^2+5^2=144+25=169$,

$\therefore c=\pm\sqrt{169}=\pm13$,又$\because$ $c=-13$不符合题意,舍去,$\therefore c=13$. (2)由勾股定理得 $c^2=a^2+b^2$,又$\because a=3,c=4$,$\therefore 4^2=3^2+b^2$,$\therefore b^2=4^2-3^2=16-9=7$,$\therefore b=\pm\sqrt{7}$.又$\because$ $b=-\sqrt{7}$不符合题意,舍去,$\therefore b=\sqrt{7}$. (3)由勾股定理得 $c^2=a^2+b^2$,又$\because c=10,b=9$,$\therefore 10^2=b^2+9^2$,$\therefore a^2=10^2-9^2=19$,$\therefore a=\pm\sqrt{19}$,又$\because a=-\sqrt{19}$不符合题意,舍去,$\therefore a=\sqrt{19}$.

5. 解:由题意可知 $\pi r^2=\pi\cdot 2^2+\pi\cdot 3^2$,$\therefore r^2=13$,$\therefore r=\pm\sqrt{13}$,$\because$ $r=-\sqrt{13}$不符合题意,舍去,$\therefore r=\sqrt{13}$,即 r 的值是 $\sqrt{13}$cm.

6. 解:设这个正方形的边长为 xm.由题意可知 $x^2=2^2+2^2$,$\therefore x^2=8$,$\therefore x=\pm2\sqrt{2}$,$\because x=-2\sqrt{2}$不符合题意,舍去,$\therefore x=2\sqrt{2}$.答:这个正方形的边长是 $2\sqrt{2}$m.

7. 解:(1)由二次根式的定义可知:$18-n\geqslant0$,所以 $n\leqslant18$,又因为 n 是自然数,所以 $0\leqslant n\leqslant18$,又因为 $\sqrt{18-n}$是整数,所以当 $n=2$ 时,$\sqrt{18-n}=\sqrt{18-2}=4$;当 $n=9$ 时,$\sqrt{18-n}=\sqrt{18-9}=3$;当 $n=14$ 时,$\sqrt{18-n}=\sqrt{18-14}=2$;当 $n=17$ 时,$\sqrt{18-n}=\sqrt{18-17}=1$;当 $n=18$ 时,$\sqrt{18-n}=\sqrt{18-18}=0$;综上所述,自然数 n 的值是 2,9,14,17,18. (2)由二次根式的定义可知 $24n\geqslant0$,所以 $n\geqslant0$.所以 $n=0,1,2,3,4,\cdots$,又因为 $\sqrt{24n}$是整数,所以当 $n=6$ 时,$\sqrt{24n}=\sqrt{24\times6}=12$,即正整数 n 的最小值是 6.



8. 解:(1)如图所示,过点 C 作 $CD\perp AB$,垂足为 D,则 $D(2,2)$,$\therefore CD=1,AD=1,BD=1$.在 Rt$\triangle ADC$ 中,由勾股定理可得:$AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$.同理,在 Rt$\triangle BCD$ 中,得 $BC=\sqrt{2}$.$\therefore AC=BC$,并且$\angle A=\angle B=45^\circ$,$\angle ACB=90^\circ$.$\therefore\triangle ABC$ 是等腰直角三角形. (2)将$\triangle ABC$ 沿着边 AC 旋转,得到一个以 BC 边为底面半径,以 AC 边为高的圆锥,其体积是:$V=\frac{1}{3}\pi BC^2\cdot AC=\frac{1}{3}\pi\cdot(\sqrt{2})^2\cdot\sqrt{2}=\frac{2}{3}\sqrt{2}\pi$.

知识链接·实力检测

一、选择题

1. 下列各式中,是二次根式的有(B)

① $\sqrt{x^2+2}$; ② $\sqrt[3]{x-3}(x\geqslant3)$; ③ $\sqrt{-(2x-3)^2}\left(x\geqslant\frac{3}{2}\right)$;

④ $\sqrt{(-x)^2}$; ⑤ $\sqrt{a^2-b^2}(a>b)$.

A. 2 个　　B. 3 个　　C. 4 个　　D. 5 个

2. 当 $a<0,b>0$ 时,化简 $\sqrt{(-a)^2}+|b|$的结果为(D)

A. $a+b$　　B. $-a-b$　　C. $a-b$　　D. $-a+b$

3. 使式子 $\sqrt{2-x}+\frac{x}{x+1}$有意义的 x 的取值范围是(A)

A. $x\leqslant 2$，且 $x\neq -1$　　B. $x\leqslant 2$

C. $x\neq 1$　　D. $x\geqslant 2$

4. 等式 $\sqrt{(x+1)(x-1)}=\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-1}$ 成立的条件是（ B ）

A. $x\leqslant 1$　　B. $x\geqslant 1$　　C. $x\geqslant 0$　　D. $-1\leqslant x\leqslant 1$

5. 把 $4\frac{1}{4}$ 写成一个正数的平方的形式是（ C ）

A. $\left(\pm 2\frac{1}{2}\right)^2$　　B. $\left(2\frac{1}{2}\right)^2$　　C. $\left(\frac{\sqrt{17}}{2}\right)^2$　　D. $\left(\pm\frac{\sqrt{17}}{2}\right)^2$

6. 使式子 $-\sqrt{-(a-3)^2}$ 有意义的 a 的值有（ B ）

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 无数个

二、填空题.

7. (1) $(2\sqrt{3})^2=$______；　　(2) $(x\sqrt{y})^2=$______；

(3) $\left(-5\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2=$______；　　(4) $(0.5x\sqrt{y})^2=$______.

8. (1) 当 x ______ 时，$(\sqrt{x-2})^2=x-2$；

(2) 当 x ______ 时，$\sqrt{(x-2)^2}=2-x$.

9. 若 $1\leqslant x\leqslant 4$，则化简 $\sqrt{(x-4)^2}+\sqrt{(x-1)^2}$ 的结果是______.

10. 若 a、b 满足 $(a+b-2)^2+\sqrt{b-2a+3}=0$，则 $2b-a+1=$______.

11. 计算 $\sqrt{x-1}+\sqrt{1-x}+x^2-2x+3=$______.

三、综合题.

12. 当 x 取何值时，下列二次根式有意义？

(1) $\sqrt{x^2-4x+4}$；(2) $\sqrt{-\frac{1}{x-1}}$；(3) $\frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+3}}$.

13. 已知 $\sqrt{x+2y+1}+\sqrt{2x+y-1}=0$，求 $x+y$ 的值.