

每日一刻钟

● 数学基本功训练

高二〔下〕

天津科学技术出版社



数学基本功训练

每日一刻钟

高一（下）

《每日一刻钟》编写组

天津科学技术出版社

封面设计：白 姑

津新登字（90）003号

数学基本功训练

每 日 一 刻 钟

高一（下）

《每日一刻钟》编写组

*

天津科学技术出版社出版

天津市张自忠路189号 邮编300020

天津市蓟县印刷厂印刷

新华书店天津发行所发行

*

开本787×1092毫米 1/32 印张5 字数100 00

1989年6月第1版

1991年4月第2版

1995年12月第8次印刷

ISBN 7-5308-0644-0

G·159 定价：3.50元

1. 填空

1

(1) 先把 $y = \sin x$ 的图象上所有的点向左平移 φ ($\varphi > 0$) 个单位, 就得到 $y = \sin(x + \varphi)$ 的图象, 后把这个图象上各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{\omega}$ ($\omega > 1$) 倍 (纵坐标不变), 就得到 $y = \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象, 再把这个图象上各点的纵坐标缩短到原来的 A ($0 < A < 1$) 倍 (横坐标不变), 就得到 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象;

(2) 我们已经知道, 作 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象时, 可用“伸缩平移的方法”画, 也可以用“五点法”画, 当用“五点法”画时, 可以令 $\omega x + \varphi$ 分别为 $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$, 由此得到这五个点的横坐标, 考虑到对应的函数值, 这五个点的坐标依次是 _____, _____, _____, _____, _____。具体说来, 作 $y = 5 \sin(3x - \frac{\pi}{4})$ 的图象时, 这五个点的坐标是 _____, _____, _____, _____, _____。

2. 选择题

$y = \sin(\omega x + \phi)$ ($\omega > 0$) 的图象是由 $y = \sin x$ 的图象作变换得到, 所作变换为 ()

- (A) 沿 x 轴向左平移 ϕ 个单位;
- (B) 沿 x 轴向右平移 $\omega\phi$ 个单位;
- (C) 沿 x 轴向左平移 $\omega\phi$ 个单位;
- (D) 沿 x 轴向左平移 $\frac{\phi}{\omega}$ 个单位。

1. 当函数 $y = A \sin(\omega x + \phi)$ ($A > 0, \phi > 0$), $x \in [0, +\infty)$ 表示一个振动量时, A 就表示这个量振动时离开平衡位置的 距离, 通常把它叫做这个振动的 振幅; 往复振动一次所需要的时间 $T = \underline{\hspace{2cm}}$, 它叫做振动的 周期; 单位时间内往复振动的次数 $f = \frac{1}{T} = \underline{\hspace{2cm}}$, 它叫做振动的 频率; $\omega x + \phi$ 叫做 相位, ϕ 叫做 初相 (即当 $x = 0$ 时的 相位).

2. 给定函数 $y = 2 \sin 4 \left(x + \frac{5\pi}{24} \right)$ 填空.

(1) 定义域是 $\mathbb{R}$, 值域是 $[-2, 2]$,

周期 $T = \underline{\frac{\pi}{2}}$,

奇偶性: 它是 奇 函数,

单调区间是 $\left[-\frac{\pi}{24}, \frac{\pi}{24} \right]$,

单调递增区间是 $\left[-\frac{\pi}{24}, \frac{\pi}{24} \right]$,

单调递减区间是 $\left[\frac{\pi}{24}, \frac{5\pi}{24} \right]$;

(2) 函数的图象是由函数 $y = 2 \sin 4x$ 的图象向 左 平移 $\frac{5\pi}{24}$ 个单位而得, 而函数 $y = 2 \sin 4x$ 的图象是由函数 $y = 2 \sin x$ 的图象上各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{4}$ 倍 (纵坐标不变) 而得;

(3) 当函数表示为一个振动量时, 振幅是 2, 周期是 $\frac{\pi}{2}$, 频率是 2, 相位是 $4x + \frac{5\pi}{6}$, 初相是 $\frac{5\pi}{6}$;

(4) 当函数的图象 ($x \geq 0$) 表示一个质点运动的曲线时, 那么当时间 $x = \underline{\frac{\pi}{24}}$ 时, 质点到最高点; 当时间 $x = \underline{\frac{5\pi}{24}}$ 时, 质点到最低点; 当时间 $x = \underline{0}$ 时, 质点到平衡位置.

3

1. 正切函数 $y = \operatorname{tg} x, x \in$ _____ 的图象叫做 _____ 曲线; 余切函数 $y = \operatorname{ctg} x, x \in$ _____ 的图象叫做 _____ 曲线。

2. 正切、余切函数性质填表

	$y = \operatorname{tg} x$	$y = \operatorname{ctg} x$
定义域		
值域		
周期性		
奇偶性		
单调性		

3. 给定函数 $y = \operatorname{ctg} (3x - \frac{\pi}{4})$, 则:

- (1) 定义域是 _____, 值域是 _____;
- (2) 周期 $T =$ _____, 奇偶性考虑是 _____ 函数;
- (3) 单调减区间是 _____.

4. 选择题

(1) 下列命题

- ① $\sin 1 < \sin 2$; ② $\cos 3 < \cos 4$;
- ③ $\operatorname{tg} 1 < \operatorname{tg} 3$; ④ $\operatorname{ctg} 2 < \operatorname{ctg} 3$.

正确的个数是

()

- (A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4.

(2) 函数 $y = \operatorname{ctg} x$ 在 $[1, \frac{\pi}{2}] \cup [2, \frac{3\pi}{4}]$ 上的最

小值是

()

- (A) $\operatorname{ctg} 1$; (B) -1 ; (C) 0 ; (D) $\operatorname{ctg} 2$.

1. 选择题

4

(1) 下列函数中是奇函数的是 ()

(A) $y = \operatorname{tg}^2 x$; (B) $y = \operatorname{tg}^3 x$;

(C) $y = -|\operatorname{tg} x|$; (D) $y = -|\operatorname{ctg} x|$.

(2) 下列不等式中, 错误的一个是 ()

(A) $\operatorname{tg}(-\frac{\pi}{5}) > \operatorname{tg}\frac{4\pi}{7}$; (B) $\operatorname{tg}\frac{\pi}{16} > \operatorname{tg}\frac{7\pi}{8}$;

(C) $\operatorname{ctg}\frac{55\pi}{12} < \operatorname{ctg}\frac{5\pi}{4}$; (D) $\operatorname{tg}182^\circ < \operatorname{tg}341^\circ$.

(3) 已给函数 $y = \sin(-2x + \frac{\pi}{3})$, 那么 ()

(A) 它的初相是 $\frac{\pi}{3}$; (B) 它的位相是 $-2x + \frac{\pi}{3}$;

(C) 它与 $y = \sin(2x + \frac{2\pi}{3})$ 有相同的初相;

(D) 它与 $y = \sin(2x + \frac{2\pi}{3})$ 有不同的位相.

(4) 下列函数中

① $y = |\sin x|$; ② $y = \sin x + \cos x$;

③ $y = \sin x \cos x$; ④ $y = \operatorname{tg} 2x$.

最小正周期相同的函数是

(A) ①与②; (B) ①与③;

(C) ②与③; (D) ③与④.

2. $y = \operatorname{ctg} 2x$ 的递减区间是_____.

3. $y = |\operatorname{tg} x|$ 的递减区间是_____, 递增区间是_____.

1. 填空题

(1) 函数 $y = f(x) + m$ 的图象是由函数 $y = f(x)$ 的图象____平移____个单位而得 ($m > 0$) ;
或____平移____个单位而得 ($m < 0$) ;

(2) 函数 $y = f(x + m)$ 的图象是由函数 $y = f(x)$ 的图象____平移____个单位而得 ($m > 0$) , 或 平 移____个单位而得 ($m < 0$) ;

(3) 函数 $y = -f(x)$ 的图象是由函数 $y = f(x)$ 的图象关于____对称而得;

(4) 函数 $y = Af(x)$ ($A > 0$) 的图象是由函数 $y = f(x)$ 图象上的所有点的____伸长 ($A > 1$) 或缩短 ($0 < A < 1$) 到原来的____倍 (横坐标不变) 而得;

(5) 函数 $y = f(-x)$ 的图象是由 $y = f(x)$ 的图象关于____对称而得;

(6) 函数 $y = f(Ax)$ ($A > 0$) 的图象是由函数 $y = f(x)$ 图象上的所有点的____缩短 ($A > 1$) 或伸长 ($0 < A < 1$) 到原来的____倍 (纵坐标不变) 而得;

(7) 函数 $y = |f(x)|$ 的图象只须把 $y = f(x)$ 图象上 y 为负值的点作出关于____的对称点, 而非负值的点不变而得;

(8) 函数 $y = f(|x|)$ 是个____函数, 其图象是由函数 $y = f(x)$ ($x \geq 0$) 的图象连同它关于____轴对称图象而得。

2. 试述函数 $y = -\sin|x|$ 与 $y = \sin x$ 图象间的关系。

1. 选择题

(1) 给出四个结论:

① $y = \sin|x|$ 是周期函数;② $y = \sin(|x| + 2)$ 的图象是由 $y = \sin|x|$ 的图象向左平移 2 个单位而得;③ $y = \sin(x + 2)$ 的图象是由 $y = \sin x$ 的图象向左平移 2 个单位而得;④ $y = \sin(|x| + 2)$ 的图象是由 $y = \sin(x + 2) (x \geq 0)$ 的图象及 $y = -\sin(x - 2) (x \leq 0)$ 的图象组成的。

那么上述结论正确的有几个 ()

(A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4.

(2) 给出四个结论:

① $y = |\operatorname{tg} x|$ 是周期函数;② $y = -|\operatorname{tg} x|$ 是偶函数;③ $y = |\operatorname{tg} x|$ 的图象是由 $y = \operatorname{tg} x$ 图象中 x 轴下方部分关于 x 轴对称而得 (x 轴上及 x 轴上方部分不变);④ $y = -|\operatorname{tg} x|$ 的图象是由 $y = |\operatorname{tg} x|$ 的图象关于 x 轴对称而得。

上述结论正确的有几个 ()

(A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4.

2. 画函数 $y = 4 \sin(3|x| + 2) + 1$ 的图象可先把函数写成分段函数:

$$y = \begin{cases} \underline{\hspace{2cm}} & (x \geq 0) \\ \underline{\hspace{2cm}} & (x < 0) \end{cases}$$

的形式, 再分段画出即成。

1. 选择题

(1) 当 $x \in (-\pi, \pi)$ 时, 函数 $y = \sec \frac{x}{2}$ ()

- (A) 有最大值无最小值;
 (B) 有最小值无最大值;
 (C) 无最小、最大值;
 (D) 既有最大值, 又有最小值.

(2) 函数 $y = \operatorname{tg}^3 |x|$ 是 ()

- (A) 增函数; (B) 减函数;
 (C) 有时递增有时递减; (D) 奇函数.

(3) 若 $0^\circ < \theta < 45^\circ$, 则下列不等式正确的是 ()

- (A) $\cos \theta < \sin \theta < \operatorname{ctg} \theta$; (B) $\operatorname{ctg} \theta < \sin \theta < \cos \theta$;
 (C) $\cos \theta < \operatorname{ctg} \theta < \sin \theta$; (D) $\sin \theta < \cos \theta < \operatorname{ctg} \theta$.

(4) 使函数 $y = \sin x + \cos x - 1$ 的值为正的 x 的范围是 ()

(A) $2k\pi - \frac{\pi}{2} < x < 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$;

(B) $2k\pi < x < 2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (k \in \mathbb{Z})$;

(C) $2k\pi < x < 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$;

(D) $2k\pi + \frac{\pi}{4} < x < 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \quad (k \in \mathbb{Z})$.

2. 函数 $y = \frac{\sin x - 3}{\sin x + 3}$ 的值域是_____.

1. 选择题

(1) 已知函数 $y = \sqrt{\cos(\sin x)}$, 下列结论正确的是 ()

- (A) 定义域是 R^+ ; (B) 奇函数;
(C) 值域是 $[\sqrt{\cos 1}, 1]$; (D) 不是周期函数.

(2) 若 $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta = 1$, 由此得下面四个结论:

- ① $\sin \theta \cos \theta = 0$; ② $\sin \theta + \cos \theta = \pm 1$;
③ $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = \pm 1$; ④ $\sin \theta - \cos \theta = \pm 1$.

则结论正确的有几个 ()

- (A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4.

(3) 函数 $y = -\sin 2x + 3$ 的最大值是 ()

- (A) 2; (B) 3; (C) 4; (D) 5.

(4) 函数 $y = 4(\cos^2 \theta + 3 \sin \theta)$ 的最大值是 ()

- (A) 11; (B) 12; (C) 13; (D) 14.

(5) 在下面给出的函数中, 哪一个函数既是区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上的增函数, 又是以 π 为周期的偶函数 ()

(A) $y = x^2 + \sin 2x$ ($x \in R$);

(B) $y = |\sin x|$ ($x \in R$);

(C) $y = \cos 2x$ ($x \in R$);

(D) $y = 3^{\sin 2x}$ ($x \in R$).

2. 函数 $y = \frac{10}{\sqrt{3 - \operatorname{ctg} 2x}}$ 的定义域是 _____.

3. 若 $\log_4(1 + 2 \sin x) < 0.5$, 则 x 的取值范围是 _____.

1. 选择题

(1) 已知函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0$, $\omega > 0$), 在同一周期内, 当 $x = \frac{\pi}{12}$ 时, 取最大值 $y = 2$, 当 $x = \frac{7\pi}{12}$ 时, 取最小值 $y = -2$, 则函数的解析表达式是 ()

(A) $y = \frac{1}{2} \sin(x + \frac{\pi}{3})$; (B) $y = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{3})$;

(C) $y = 2 \sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6})$; (D) $y = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{6})$.

(2) 已知 $\sin \theta = \frac{a-b}{a+b}$ ($0 < a < b$), 则 $\sqrt{\operatorname{ctg}^2 \theta - \cos^2 \theta}$ 的值是 ()

(A) $\frac{4ab}{b^2 - a^2}$; (B) $\frac{4ab}{a^2 + b^2}$;

(C) $\frac{4ab}{a^2 - b^2}$; (D) $\frac{4ab}{-a^2 - b^2}$.

2. 填空题

(1) 函数 $y = \lg[\cos(\lg x)]$ 的定义域是 _____;(2) 设 $0^\circ < x < 360^\circ$, 则当 $x =$ _____ 时, $\frac{\sin x + \cos x}{\operatorname{tg} x}$ 无意义;(3) 若 $\log_{\frac{1}{10}}(\sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2})$ 有意义, 则 θ 的取值范围是 _____.

1. 选择题

(1) 函数 $y = \sqrt{-\sin x} + \sqrt{\operatorname{tg} x}$ 的定义域是 ()

(A) $\{x | 2k\pi + \pi < x < 2k\pi + \frac{3\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\};$

(B) $\{x | 2k\pi + \pi \leq x \leq 2k\pi + \frac{3\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\};$

(C) $\{x | k\pi + \pi < x < k\pi + \frac{3\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\};$

(D) $\{x | 2k\pi + \pi < x < 2k\pi + \frac{3\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{x | x = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

(2) 函数 $y = \sqrt{\frac{1}{4} - \sin^2 x} + |\sin x|$ 的值域是 ()

(A) $[0, \frac{1}{2}];$ (B) $[0, \frac{\sqrt{2}}{2}];$

(C) $[\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}];$ (D) $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1].$

(3) 函数 $y = \cos(2x - \frac{\pi}{3})$ 的单调递增区间是 ()

(A) $[k\pi - \frac{\pi}{12}, k\pi + \frac{5\pi}{12}];$

(B) $[k\pi + \frac{5\pi}{12}, k\pi + \frac{11\pi}{6}];$

(C) $[k\pi - \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{\pi}{6}];$

(D) $[k\pi + \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{2\pi}{3}]. (k \in \mathbb{Z}).$

1. 选择题

(1) 已知 $\sin\theta = \frac{m-3}{m+5}$, $\cos\theta = \frac{4-2m}{m+5}$, 其

中 $\theta \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$, 则 m 的取值范围是 ()

- (A) $3 \leq m \leq 9$; (B) $m \geq 3$ 或 $m < -5$;
(C) $m = 0$ 或 $m = 8$; (D) $m = 8$.

(2) 对于任意的 $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$, 都有 ()

- (A) $\sin\sin\varphi < \cos\varphi < \cos\cos\varphi$;
(B) $\sin\sin\varphi > \cos\varphi > \cos\cos\varphi$;
(C) $\sin\cos\varphi > \cos\varphi > \cos\sin\varphi$;
(D) $\sin\cos\varphi < \cos\varphi < \cos\sin\varphi$.

(3) 求 $y = \frac{2\cos\theta + 1}{2\cos\theta - 1}$ 的极值, 下列正确的一个是

(A) $y_{\min} = 1, y_{\max} = \frac{1}{3}$;

(B) $y_{\min} = 3, y_{\max} = \frac{1}{3}$;

(C) $y_{\min} = 3$, 无极大值;

(D) $y_{\min} = \frac{1}{3}, y_{\max} = 3$.

2. 填空

已知正弦曲线 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 上一个最高点的坐标是 $(2, \sqrt{2})$, 由这个最高点到相邻最低点间, 曲线与 x 轴交于 $(6, 0)$. 则曲线的函数表达式是 _____, 周期是 _____, 单调递增区间是 _____, 单调递减区间是 _____.

1. 选择题

(1) 给出四个点的坐标: $P_1(1, 0)$; $P_2(\cos\alpha, \sin\alpha)$; $P_3(\cos(\alpha+\beta), \sin(\alpha+\beta))$; $P_4(\cos(-\beta), \sin(-\beta))$. 则有 ()

- (A) $|P_1P_2| = |P_3P_4|$; (B) $|P_1P_3| = |P_2P_4|$;
(C) $|P_1P_4| = |P_2P_3|$; (D) 以上结果都不对.

(2) 给出四个三角式:

- ① $\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$;
② $\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$;
③ $\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$;
④ $\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$.

上面的三角式与下面的哪一个恒等. 试进行配伍 (即配对) 选择 ()

- (A) $\sin(\alpha+\beta)$; (B) $\sin(\alpha-\beta)$;
(C) $\cos(\alpha+\beta)$; (D) $\cos(\alpha-\beta)$;

(3) 与 $\cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{6}}{4}$ 相等的三角式是 ()

- (A) $\cos(-\frac{\pi}{12})$; (B) $\sin\frac{\pi}{12}$;

- (C) $\cos(-\frac{5\pi}{12})$; (D) $\sin\frac{5\pi}{12}$.

2. 填空题

(1) 计算 $\cos 15^\circ + \cos 75^\circ =$ _____;

(2) 化简 $\cos(\alpha+30^\circ) \cdot \cos 30^\circ + \sin(\alpha+30^\circ) \sin 30^\circ$ 的结果是 _____.

1. 选择题

(1) 给出四个三角式:

① $\cos 38^\circ \cos 7^\circ - \sin 38^\circ \sin 7^\circ$;

② $\cos 71^\circ \cos 11^\circ + \sin 71^\circ \sin 11^\circ$;

③ $\sin 46^\circ \cos 14^\circ + \sin 14^\circ \cos 46^\circ$;

④ $\sin 93^\circ \cos 3^\circ - \cos 93^\circ \sin 3^\circ$.

上面的三角式与下列哪一个值相等. 试进行配伍选择

()

(A) $\frac{1}{2}$; (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; (D) 1.

(2) 与 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 的值相等的式子是 ()

(A) $\cos 40^\circ \cos 10^\circ + \sin 160^\circ \cos 40^\circ$;

(B) $\cos 40^\circ \sin 80^\circ + \sin 170^\circ \cos 50^\circ$;

(C) $\cos 20^\circ \cos 10^\circ + \cos 290^\circ \cos 80^\circ$;

(D) $\cos 160^\circ \cos 170^\circ + \cos 110^\circ \cos 100^\circ$.

2. 填空

(1) 已知 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos(\alpha + \beta) = -\frac{5}{13}$, 且 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$,

$\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则 $\cos \beta =$ _____;

(2) 已知 $\sin x \sin 30^\circ - \cos x \cos 30^\circ = \frac{1}{2}$, 则 $x =$ _____;

(3) 已知 $\sin(\frac{\pi}{6} + \alpha) = \frac{1}{8}$, 则 $\cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha$ 的值是 _____.

1. 诱导公式填表

形如 $90^\circ \pm \alpha$ 、 $270^\circ \pm \alpha$ 的三角函数值等于 α 的 _____ 函数值，前面加上一个把 α 看成 _____ 时原函数值的符号。

	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$270^\circ - \alpha$	$270^\circ + \alpha$
sin				
cos				
tg				
ctg				
sec				
csc				

2. 下列恒等式中错误的一个是 ()

(A) $\sqrt{3} \cos \alpha \pm \sin \alpha = 2 \sin(\frac{\pi}{3} \pm \alpha);$

(B) $\cos \alpha \pm \sin \alpha = \sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{4} \pm \alpha);$

(C) $\cos \alpha \pm \sqrt{3} \sin \alpha = 2 \sin(\frac{\pi}{6} \pm \alpha);$

(D) $\sin \alpha \pm \cos \alpha = 2 \sin(\frac{\pi}{4} \pm \alpha).$

3. 已知 $\cos(\alpha + 2\beta) = m$, $\sin(\alpha + \beta) = n$, 且 $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$,

$\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{3\pi}{4}$, 则 $\cos(2\alpha + 3\beta) =$ _____.

4. 已知 $f(\cos x) = \cos 17x$, 求证:

$f(\sin x) = \sin 17x.$