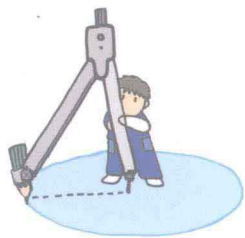


四色全彩

形形色色的  
科学  
SCIENCE



# 学数学， 就这么简单！

〔日〕濑山士郎/著

高丕娟/译

看过就忘不了的数学“图画书”

理解无限、函数、微分、积分、矩阵的关键所在  
数学基本技能全面提高的宝典！

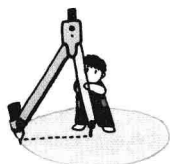


 科学出版社

形形色色的  
科学  
SCIENCE

S

# 学数学， 就这么简单！



〔日〕濑山士郎/著  
高丕娟/译



科学出版社  
北京

图字：01-2011-4288 号

## 内 容 简 介

我们生活的世界有形形色色的事物和现象,其中都必定包含着“科学”的成分。在这些成分中,有些是你所熟知的,有些是你未知的,有些是你还一知半解的。面对未知的世界,好奇的你是不是有很多疑惑、不解和期待呢?!“形形色色的科学”趣味科普丛书,把我们身边方方面面的科学知识活灵活现、生动有趣地展示给你,让你在畅快阅读中收获这些鲜活的科学知识!

掌握数学这个工具并不仅仅意味着记住公式、求解练习题,而是要体会到数学的精妙之处。学数学,真的有窍门!看了这本书,你就会明白,0、圆周率、无理数的发现,函数、微积分、线性代数等数学工具的来源和应用……

初高中生自不必说,对于想要重新理解数学的人本书更是必不可少!

### 图书在版编目(CIP)数据

学数学,就这么简单! / (日) 濑山士郎著. 高丕娟译. —北京: 科学出版社, 2011. 8

(“形形色色的科学”趣味科普丛书)

ISBN 978-7-03-031868-8

I. 学… II. ①濑… ②高… III. 数学-普及读物 IV. O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 140702 号

责任编辑: 张丽娜 赵丽艳 / 责任制作: 董立颖 魏 谨

责任印制: 赵德静 / 封面设计: 柏拉图创意机构

北京东方科龙图文有限公司 制作

<http://www.okbook.com.cn>

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京天时彩色印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2011 年 8 月第 一 版 开本: A5(890×1240)

2011 年 8 月第一次印刷 印张: 8 1/2

印数: 1—6 000 字数: 272 000

定 价: 32.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)



## 拥抱科学，拥抱梦想！

伴随着20世纪广域网和计算机科学的诞生和普及，科学技术正在飞速发展，一个高度信息化的社会已经到来。科学技术以极强的渗透力和影响力融入我们日常生活中的每一个角落。

“形形色色的科学”趣味科普丛书力图以最形象生动的形式为大家展示和讲解科学技术领域的发明发现、最新技术和基本原理。该系列图书色彩丰富、轻松有趣，包括理科知识和工科知识两个方面的内容。理科方面包括数学、理工科基础知识、物理力学、物理波动学、相对论等内容，本着“让读者更快更好地掌握科学基础知识”的原则，每本书将科学领域中的基本原理和基本理论以图解的生动形式展示出来，增加了阅读的亲切感和学习的趣味性；工科方面包括透镜、燃料电池、薄膜、金属、顺序控制等方面的内容，从基本原理、组成结构到产品应用，大量照片和彩色插图详细生动地描述了各工科领域的轮廓和特征。“形形色色的科学”趣味科普丛书把我们生活和身边方方面面的科学知识，活灵活现、生动有趣地展示给你，让你在畅快阅读中收获这些鲜活的科学知识！

愉快轻松的阅读、让你拿起放不下的有趣科学知识，尽在“形形色色的科学”趣味科普丛书！

## 前 言

很多人都不喜欢数学这门课，不过最近情况好像有点变化，越来越多的人开始认识到数学这门基础学科的重要性和数学本身所蕴含的抽象美，以及其中所折射出的价值观。

要想学好数学，首先要选好教材，其内容要扎实，条理要清楚，然后，在学习过程中应该对照教材认真阅读并做好笔记，并正确理解数学符号的含义。数学是在符号和公式的基础上展开的学问，每个数学符号背后都有着丰富的内涵，理解了这些数学符号的内涵也就理解了数学的意义，将数学知识变成自己的知识。这本书实际上是在大家学习数学之前帮助大家打好数学基础的书。无论多么优质的房子，打好地基都是必需的，虽然已经建好的房子看不到地基打得有多么坚固，但抗震强度是不可能伪造的。学习数学也是如此。

为了帮助大家夯实数学基础，本书将以算式计算的形式来解释数学内容，重点强调对数学内涵的理解。数学离不开计算，但关键是真正理解自己正在进行的计算的意义。以微分的计算为例，如果不能理解微分到底是为了求取怎样的结果而进行的计算，那么即使计算出了结果，也不能真正理解计算的内容。



只要理解了其中的意义，数学将变得妙趣横生，而且数学水平也会确实提高一个档次。不仅如此，一旦理解了，还会有种豁然开朗的感觉，甚至对以前的不开窍感到不可思议。这就是数学。

为了让大家能够更简单地理解数学的意义，本书中将由一位泉山伸郎老师带领大家走进数学的殿堂。这位数学老师风趣幽默，爱说俏皮话，有时候甚至让人觉得有点儿疯疯癫癫，他是我濂山士郎的好朋友，也算是我的笔名吧。

阅读本书的各位读者，希望你们通过泉山老师风趣幽默的讲义，能够喜欢上数学，打好数学学习的基础。



学数学

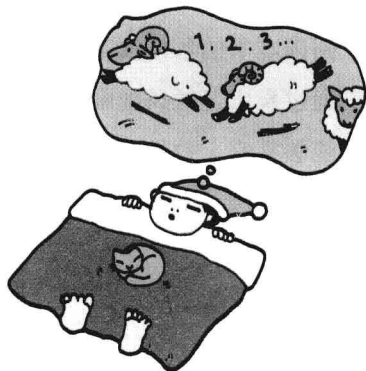
# 就这么简单

理解无限 · 函数 · 微分 · 积分 · 矩阵的窍门



目  
录

第1章 数数儿 不可思议的无限 ...	1
1.1 数数儿这回事儿 .....	2
1.2 数字体现着世界这回事儿 .....	7
1.3 0的使用和进位记数法 .....	14
1.4 一般小数所不能体现的无理数 和无理数 .....	20
1.5 圆周率这个无理数 .....	27

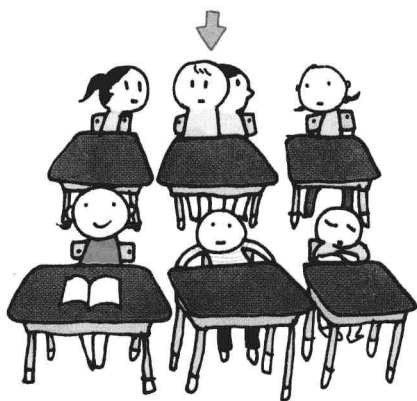


1.6	最后的数字——复素数 .....	33
1.7	再谈数数儿这事儿——一一对应的原理 .....	39
1.8	数清无限大——一对一原理的应用 .....	44
1.9	计算无限个数字的数学集合论 .....	50
1.10	再说一说数字体现世界这事儿 .....	57
第2章	<b>变化中的法则 什么是函数</b> .....	61
2.1	映射和函数 .....	62
2.2	分析变化这事儿 .....	69
2.3	一次函数和二次函数 .....	77
2.4	二次函数 .....	82
2.5	各种各样的函数 .....	92
2.6	函数的功能和黑匣子的内部结构 .....	108
第3章	<b>微分学 把函数无限细分</b> .....	119
3.1	什么是微分 .....	120
3.2	没有极限的微分法 .....	124
3.3	均质和不均质 .....	126
3.4	通过其他内包量来拜访微分的故乡 .....	132

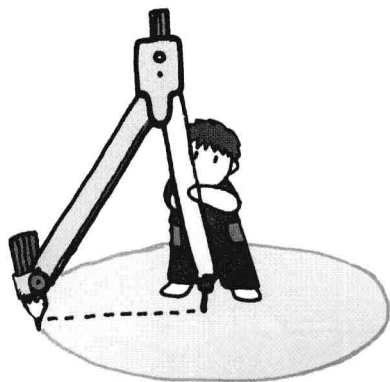




3.5	函数的变化率 .....	136
3.6	导函数的计算 .....	146
3.7	通过微分分析函数的特点 .....	159
3.8	指数函数和三角函数的泰勒展开 .....	164
3.9	博士最爱的数学式和欧拉公式 .....	171
<b>第4章</b>	<b>积分 堆积起来就能区分</b> .....	<b>175</b>
4.1	积分这一思考方法 .....	176
4.2	卡瓦列利定理 .....	181
4.3	积分的基本性质 .....	186
4.4	微积分学的基本定理 分开相加与微分的关系 .....	191
4.5	微积分学的基本定理 .....	198
<b>第5章</b>	<b>线性代数 正比例函数成长了</b> .....	<b>211</b>
5.1	再看正比例函数 .....	213
5.2	复比例 .....	216
5.3	成正比例关系的二维向量 .....	219
5.4	所谓成正比例关系 .....	224

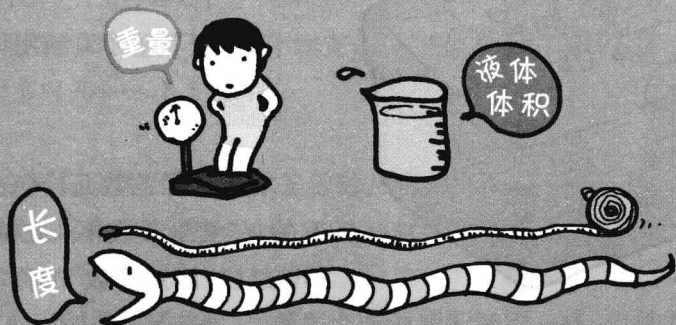


5.5 线性映射 .....	227
5.6 联立方程式和矩阵 .....	234
5.7 倒数和除法 .....	238
5.8 矩阵的计算和逆矩阵 .....	242
5.9 方程式 $AX=B$ 的解法 .....	246
参考文献 .....	259



# 第 1 章

## 数数儿 不可思议的无限



# 1.1

## 数数儿这回事儿

现在我们开始本年度的数学学习课程。大家来上这门课，都是为了学习数学的，没错吧。既然是数学教程，那一定是上来就得讲单位之类的数学知识，因为有这么想法才来上课的人请举手！很遗憾地告诉你们，我今天不讲与单位相关的数学知识，因为我要先讲关于“数字”的话题。

请问诸位，你们数过数儿吗？这老师是怎么回事儿，问这么愚蠢的问题！大家心里肯定都这么想吧。

“这个世界上还有没数过数儿的人吗？”

“大学课程里单位相关的内容很让人头痛，还不赶紧讲讲这些内容……”

说得没错，可能真的没有从来没数过数儿的人。例如，在上小学之前，跟父亲一起泡澡的时候，父亲就会说：



“来，从1数到50给我听听。”

“1,2,3,4,……”

有过这样数数儿经历的人应该不在少数吧。就在不久之前，这种情形曾经以“浴室算数”的称呼而被广

泛接受。

“有的有的，我父亲经常让我从1数到100，中间数错了就认真纠正我。我们爷俩儿每次泡澡时间都会很长。”

“数到100啊，数得也太多了吧。”

然而，请大家认真回忆一下，大家慢慢长大之后，例如到了中学时代之后，恐怕没有人再继续数过很大的数儿了吧。这个世界上，用数字来表现的事情有很多，这是不争的事实。说到很大的数字，一个国家的人口数量，或者一个国家的预算，等等，这都是些很庞大的数字。

我们以“1亿”这个数儿为例子来进行说明。1亿，用数字来表达的话，就是100000000。

“什么呀，这有什么了不起的，只不过是1后面有8个0而已。”

“就算比1亿更大的数儿，写起来也很简单嘛。”

可是，请你试着数数看。如果是很大的数字，你是很难在一秒钟之内数完的。举个例子，98765432，请你数数看，是不是一秒钟之内是数不出来的？因为如此细究起来太麻烦，所以我们在此假定每数一个数儿花费一秒钟时间，如此一来，数到1亿就需要1亿秒钟！接下来我们换算一下1亿秒钟是多少天。1分钟是60秒，一个小时就是3600秒，一天是24小时，也就是86400秒，那么1亿秒钟就是 $100000000 \div 86400$ 天，大概是1157天。也就是说，不分昼夜，不吃饭不洗澡不睡觉，一秒钟内数一个数字，从1数到1亿需要3年多时间。

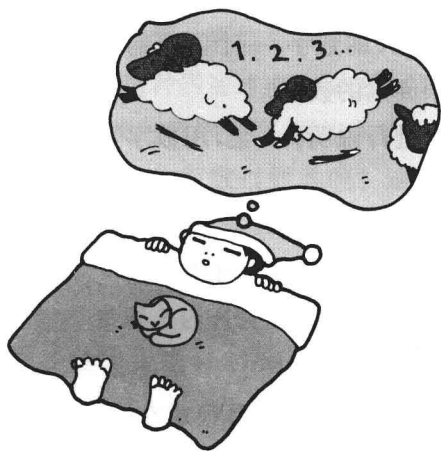
“谁会闲着没事儿躲在旮旯里数数儿玩儿啊？”

“就算是再无聊的课程，数到5400也就结束了。”

3年的时间是长还是短，虽然每个人的判断都不一样，但就算人这一辈

子能活到 90 岁,人生也不过约有 30 亿秒钟而已。我们日常生活中常用的数字不过都是些十位数,稍微夸张些说,顶多也就是一百左右而已。如此对比之后就不难发现,真是“人生易老,学问难成”啊!

日本的四格漫画《海螺小姐》中有这么一幅,田河豚益男怎么都睡不着觉,于是决定数数儿催眠(《海螺小姐》长谷川町子著、朝日新闻社出版发行、共 22 卷 112 页)。



“1, 2, 3, ..., 999, 1000, ...  
1853”

“那一年,佩里来航<sup>❶</sup>。”

突然从隔壁传来一个声音。

“鲶鱼,你还没睡吗?”

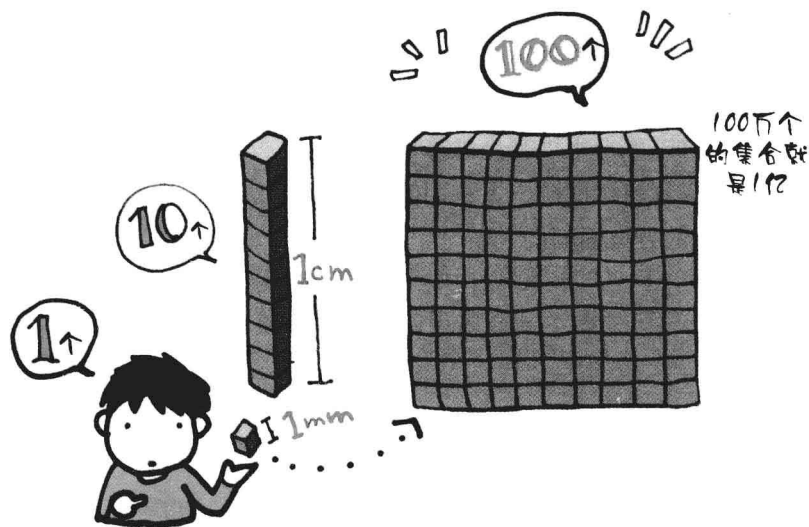
“明天要考历史!”

根据剧情,田河豚益男好像数到了 1853,假定一秒钟数一个数字,也就是 1853 秒,大概需要 30 分钟时间。这个时间真是很微妙呢,一般情况下数不到 100 人就睡着了。我是当老师的,曾经数过 70 人左右的学生,很清楚地知道这是件相当花费时间的事情。这么说来,日本有 700 兆日元的借款,真是难以想象的事情。

接下来我们从量的角度感受一下 1 亿这个数字。从手边的方眼纸上取下最小的正方形,这是一个边长为 1mm 的正方形。1 亿个边长为 1mm 的正方形的集合,就是 1 亿(这是理所当然的事情)。那么,这会是多么大面积的正方形呢? 边长为 1cm 的正方形正好有 100 个边长为 1mm 的小正方形,如此算来,边长为 1m 的正方形中正好有 10000 个边长为 1cm 的正方形,也

❶ 指 1953 年,美国海军准将马修·佩里率舰队驶入江户湾浦贺海面的事件。——译者

就是说有 100 万个边长为 1mm 的小正方形。所以，边长为 10m 的正方形中正好有 1 亿个边长为 1mm 的小正方形。将边长为 1mm 的正方形看做是 1 的话，边长 10m 的正方形就是 1 亿这个量。



在以前一个数学教育研究会上，我曾经亲身感受过 1 亿这个量有多大。占据了整个舞台的边长为 10m 的正方形和握在手里那个边长为 1mm 的小正方形的对比，让人切切实实感受到了 1 亿是一个多么庞大的概念。能够亲身感受 1 亿这个数字是多么庞大，这对于每一个人来说都具有非常重要的意义，当然，这一生当中只要有一次机会就行，但我觉得，最好在小学时代就能亲自感受一下。

“嗯……1 亿到底有多大还真从来没有考虑过呢，是啊，1 亿个边长为 1mm 的正方形组成的正方形边长就是 10m 呢。”

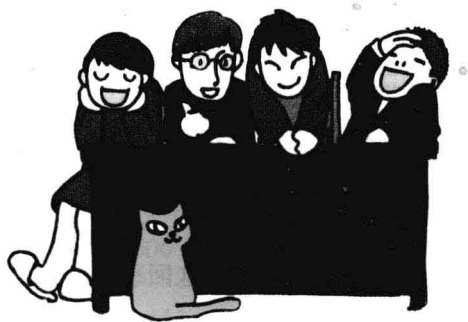
“这样就能切实感受到了啊。”

如上所述，说到数数儿这回事儿，我们在实际生活中其实是很少需要数数儿的，就算需要数数儿的时候，一般也就是数到 100 左右而已。我们从来

没有从1数到过1亿,但也从来没有因此觉得有什么不自在,这难道是因为我们根本不需要把这么大的数字教给孩子们吗?不是的,就算在日常生活中不需要数到1亿,但我们还是需要数字的,因为数字体现着这个世界的方方面面。

数字体现着世界,这是数字最本质的作用,但这一点却意外地没有被大家意识到。我们就像呼吸空气一样自然而然地在使用数字,如果不特意去认识这一点的话,或许永远都不会意识到。

所以,请大家再次回顾一下我们的日常生活,重新感受一下数字是如何体现这个世界的方方面面的。





# 1.2

## 数字体现 着世界这回事儿

我们上了小学之后才开始学习数字,请大家回忆一下当时我们是怎么学习数字的。教科书上有很多图画,有的画面是孩子们在一起玩耍,一共有3个孩子;有的画面是十盘子里放着苹果,一共有3个;有的画面是停车场里停放着汽车,一共有3辆。这些图画里面有一个表达着其共同性质的数字,就是“3”。



这些图画里面的共同性质是什么呢? 孩子们是男孩子还是女孩子? 苹果是青的还是红的? 或者停车场里的车是大众的还是丰田的? 很明显,这些都不是我们要寻找的共同性质。在这里,共同的性质是数量的“多少”。如上所述,数字给我们最初的印象是表示东西数量的多少。这样的数字我们称之为“集合数”(也称作“基数”)。

如果要区分1个人和2个人的不同,那就需要记住1和2这两个概念。