

高等学校铁道电气化规划教材

电力机车



牵引计算

DIANLIJICHE
QIANYINJISUAN

王凤臣 任良抒 丁菊霞 主编



西南交通大学出版社
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

高等学校铁道电气化规划教材

电力机车牵引计算

王凤臣 任良抒 丁菊霞 主编
李群湛 主审

西南交通大学出版社
· 成 都 ·

内 容 简 介

本书是依据高等学校电力机车专业“牵引计算”课程教学大纲,以及铁道部从1999年4月1日起颁布执行的、新中国成立以来第三部《列车牵引计算规程》(TB/T 1407—1998)而编写的。全书将“力学”和“牵引计算”两门课程进行整合和改革,各章理论均紧密联系当前我国电气化铁路运输的实际情况,精选了大量“牵引计算”所需的力学理论公式和实用经验公式,选择了相关的参考数据和图表,各章均配备了有关电力机车运用的思考题与习题。

本书可作为高等学校电力机车专业本科、大专学生,成人教育和电力机车乘务员培训的教材;也可供从事电力机车运用、安全管理、机务管理和运输管理的工程技术人员学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

电力机车牵引计算 / 王凤臣, 任良抒, 丁菊霞主编.
—成都: 西南交通大学出版社, 2010.4
高等学校铁道电气化规划教材
ISBN 978-7-5643-0621-2

I. ①电… II. ①王… ②任… ③丁… III. ①电力机车—牵引电器—高等学校—教材 IV. ①U264.3

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第050283号

高等学校铁道电气化规划教材

电力机车牵引计算

王凤臣 任良抒 丁菊霞 主编

*

责任编辑 李芳芳

封面设计 本格设计

西南交通大学出版社出版发行

(成都二环路北一段111号 邮政编码: 610031 发行部电话: 028-87600564)

<http://press.swjtu.edu.cn>

成都蓉军广告印务有限责任公司印刷

*

成品尺寸: 185 mm×260 mm 印张: 23.5

字数: 585 千字

2010年4月第1版 2010年4月第1次印刷

ISBN 978-7-5643-0621-2

定价: 37.50 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

西南交通大学电力机车专业自创办以来，已走过了 50 多年的历程，为国家铁道电气化事业的建设和发展培养了一大批工程技术人员。

随着教学改革的深入和培养铁道电气化应用型人才的需要，在电力机车专业教学计划中，实行“3+1”模式的改革与创新，《电力机车牵引计算》因此而诞生。

“牵引计算”是我校电力机车专业一门重要的专业技术基础课，考虑到该课程的理论内容需要大量的力学基础知识，如牵引力的形成与计算、制动力的形成与计算、列车阻力的形成与计算、列车运行速度和时间的计算、列车运动微分方程及应用等，因此，本书将过去的“理论力学”和“列车牵引计算”两门课程进行了整合和改革，将相关的力学知识分为静力分析、运动分析和动力分析三部分，并与“牵引计算”中的电力机车部分有机地整编成《电力机车牵引计算》。

本书是依据高等学校电力机车专业“牵引计算”课程的教学大纲，以及铁道部从 1999 年 4 月 1 日起颁布执行的《列车牵引计算规程》(TB/T 1407—1998)而编写的，其讲义试用四年来，颇受广大学生欢迎，现在不断改进的基础上，决定正式出版试行。

从打好基础的角度出发，本书从多方面结合我国铁路现阶段电力机车（包括高速动车组）运营的实际情况和发展建设的需要，精选了大量牵引计算所需的力学理论公式和实用经验公式，选择了许多相关的参考数据和图表，并在各章都配备了相关电力机车运用的思考题和习题。

本书不仅注重联系实际，而且注重培养学生的能力。在符合《新牵引规程》精神的前提下，结合铁路电力机车的运营现状，采取手算（人工计算）和电算并重的原则，突出解算实际问题。其中长期以来，手算是牵引计算的基本功，需要很好地掌握和应用，本书对手算重点加以保留，不仅在作业中有要求，而且在课程设计中也有相应要求。本书也增加了“牵引电算”的内容（第十章），在理论和方法上做了概括介绍，在使用具体电算软件时，应结合具体问题参考软件使用说明书。

作为学习的总结和提高，本书还新增了“电力机车牵引计算”课程设计（第十一章），详尽地介绍了课程设计的内容、要求、方法和实例等。

本书分上、下两篇，共十一章。其中，上篇为力学基础知识部分，共三章；下篇为牵引计算部分，共八章。每章后均附有思考题与习题。

本书编写分工为：前言、第一章至第五章由西南交通大学峨眉校区王凤臣老师编写，第六章至第八章由西南交通大学峨眉校区任良抒老师编写，第九章至第十一章由西南交通大学峨眉校区丁菊霞老师编写。

全书由西南交通大学电气工程学院博士生导师李群湛教授审阅。

特别值得提出的是，本书的出版得益于许多领导和同志，如西南交通大学峨眉校区常务

副校长张秀峰教授，原电气工程系主任骆开源教授、现副主任潘育山副教授和教务处教材发行中心主任陈庚生副研究员的大力支持和帮助；同时也受益于铁道部科学研究院车辆所，郑州铁路局机务处孙中央，郑州铁路机械学校张中央，北京交通大学饶忠、彭俊彬及钮泽全、张振鹏等专家、教授和他们的相关著作（详见参考文献），他们为本书提供了大量的参考数据资料和图表，在此一并表示诚挚的谢意。

由于作者水平有限，书中疏漏和不足之处在所难免，欢迎广大读者批评指正。

感谢西南交通大学出版基金的资助。

编 者

2010 年 3 月

目 录

上篇 力学基础知识

第一章 静力学基础知识	1
第一节 力和力对点之矩、力偶和力偶矩、力的投影	1
第二节 静力学公理、约束和约束反力、受力分析与受力图	10
第三节 平面力系、平面力系平衡方程及应用	23
第四节 考虑滑动摩擦时的平衡问题	32
第五节 物体的重心	41
思考题与习题	50
第二章 运动学基础知识	60
第一节 点的运动方程及速度、加速度的直角坐标表示法	60
第二节 点的运动方程及速度、加速度的自然坐标表示法	65
第三节 刚体的基本运动	71
第四节 绕定轴转动刚体的传动问题	78
第五节 点的合成运动	81
第六节 刚体平面运动的概念及运动分析	86
第七节 求平面图形内各点速度的合成法、速度投影定理和速度瞬心法	88
思考题与习题	91
第三章 动力学基础知识	98
第一节 动力学基本定律	98
第二节 质点运动微分方程	100
第三节 动力分析概述	105
第四节 质点系的动量和动量定理、质心运动定理	106
第五节 转动惯量	117
第六节 质点系的动能和动能定理	122
第七节 功率和功率方程	139
第八节 动静法及其应用	141
思考题与习题	152

下篇 牵引计算

第四章 电力机车牵引力	159
第一节 概述	159
第二节 电力机车牵引力	162
第三节 电力机车牵引力及牵引特性	167
第四节 电力机车牵引力取值方法	170
第五节 电力机车牵引力的计算标准和取值规定	176
第六节 电力机车牵引力的限制	189
第七节 高速列车牵引特性	195
第八节 小结	201
思考题与习题	205
第五章 列车运行阻力	208
第一节 基本阻力	208
第二节 附加阻力	215
第三节 列车运行阻力的计算公式	218
第四节 列车运行阻力计算例题	219
思考题与习题	222
第六章 列车制动力	224
第一节 概述	224
第二节 制动力的分析	224
第三节 闸瓦制动力的计算	226
第四节 列车制动力的换算法	233
第五节 电力机车的动力制动	243
思考题与习题	249
第七章 列车运动方程及运行速度和运行时间的解算	250
第一节 单位合力曲线	250
第二节 列车运动方程	256
第三节 列车运行时间的分析计算法	260
第四节 解算列车运行时分的均衡速度法	265
第五节 列车运行速度和时间的图解法	268
第六节 线路纵断面的化简	275
思考题与习题	282

第八章 列车制动问题的解算	284
第一节 制动空走时间和制动空走距离的计算	285
第二节 有效制动距离和制动距离的计算	287
第三节 列车制动限速问题的解算	295
思考题与习题	299
第九章 电力机车能耗量和牵引重量的计算	300
第一节 电力机车耗电量的计算	300
第二节 牵引重量的计算	303
第三节 牵引重量的校验	310
第四节 牵引定数的确定	314
思考题与习题	314
第十章 牵引电算	316
第一节 概述	316
第二节 牵引电算的基本概念	318
第三节 牵引电算程序概述	321
第四节 牵引电算总体模块与功能子模块	322
第五节 电算工况初选和速度时分的试算	324
第六节 换坡点处的退回重算	328
第七节 进站停车试凑	330
第十一章 “电力机车牵引计算” 课程设计	334
第一节 前言	334
第二节 课程设计目录及内容	335
思考题与习题	354
附 录	356
部分习题答案	362
参考文献	367

上篇

力学基础知识

第一章 静力学基础知识

第一节 力和力对点之矩、力偶和力偶矩、力的投影

一、力的概念

力是人们生产和生活中很熟悉的概念,属于力学的基本概念,人们对于力的认识,最初是与推、拉、举、掷时肌肉的紧张和疲劳的主观感觉相联系的。后来在长期的生产和生活中逐步认识到,无论在自然界或工程实际中,物体机械运动状态的改变和物体的变形,都是物体间相互机械作用的结果。这样,人们通过科学的抽象,得出了力的定义:力是物体间相互的机械作用,这种作用的结果是使物体的机械运动状态发生改变或使物体形状变化。例如,行驶的列车刹车时,靠制动力能使它停下来;锻压加工时,压力使工件变形。

力使物体的运动状态发生变化的效应,称为力的外效应;力使物体发生变形的效应,称为力的内效应。本课程主要研究力的外效应。

实践证明,力对物体作用的效应,同时取决于力的三要素:力的大小、方向和作用点。其中任何一个因素改变了,力对物体的作用效应也会随之改变。这三个因素表明力是一个定位矢量。力矢量常用黑体字母 $\mathbf{F}$ 表示,而力的大小则用 F 表示。和一切矢量一样,力矢量可用有向线段来表示(图 1.1 中的 $\overline{AB}$)。线段长度按所选比例尺表示力的大小;线段方位和箭头指向表示力的方向;线段的起点或终点表示力的作用点。通过力的作用点沿力的方向的直线,称为力的作用线。

在国际单位制(SI)中,度量力的单位是牛顿(N)或千牛顿(kN);在工程单位制中,则是千克力(公斤力,kgf)或吨力(tf)。大小关系为

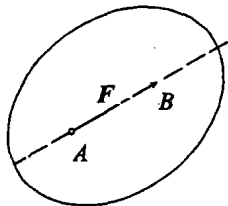


图 1.1 力矢量

$$1 \text{ kN} = 10^3 \text{ N}$$

$$1 \text{ kgf} = 9.81 \text{ N}, \quad 1 \text{ tf} = 9.81 \text{ kN} = 9\,810 \text{ N}$$

本书主要采用国际单位制。

两个以上的力的集合，称为力系。两个不同的力系，如果它们对同一物体的作用效应完全相同，则认为这两个力系是等效的，它们互称为等效力系。在理论研究和实际应用中，力系可分为平面力系和空间力系，它们分别包括：汇交力系、平行力系和任意力系。

二、刚体的概念

刚体是指在力的作用下，大小和形状始终保持不变的物体，也就是说，物体内任意两点间的距离保持不变。严格说来，实际中并不存在绝对的刚体，因为任何物体受力后都会或多或少地发生变形，只是这种变形对所研究的问题影响很小，可以忽略不计。因此，刚体是实际物体抽象化的力学模型。在本书中，由于主要研究力的外效应，故除特殊情况外，一般都把研究的物体抽象为刚体。

三、平衡的概念

物体的平衡是物体机械运动的特殊形式。在工程上，物体相对于地球保持静止或作匀速直线运动，称为平衡。必须注意，平衡是相对的、有条件的。例如，房屋建筑只是相对于地球处于静止状态，而实际上，它是随着地球在宇宙空间中运行的。若一个力系对物体作用后，使物体处于平衡状态，则该力系称为平衡力系。

在本书和实际工程中常见的力有重力、摩擦力、弹性恢复力、牵引力、制动力和阻力等。

四、力对点之矩

用扳手转动螺母（见图 1.2）时，作用于扳手一端的力 F 产生使扳手绕 O 点转动的效应，不仅与力的大小有关，而且与转动中心 O 点至力 F 的作用线的垂直距离 d 有关。因此，在力学中以乘积 $F \cdot d$ 量度力 F 使物体绕 O 点转动效应的物理量，这个量称为力 F 对于 O 之矩，以符号 $M_O(F)$ 表示，其大小为

$$M_O(F) = \pm Fd \quad (1.1)$$

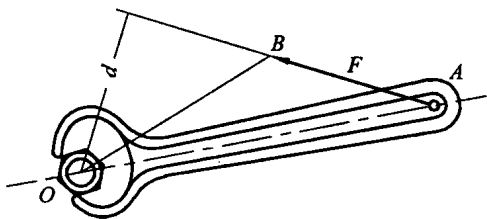


图 1.2 力 F 对点 O 之矩

其中，点 O 称为力矩中心，简称矩心； d 称为力臂；乘积 Fd 称为力矩大小，而正负号表示在平面问题中力使物体绕矩心的转向，通常规定：若力 F 使物体绕矩心的转向为逆时针，取正值，反之取负值，因此力矩是个代数量。力矩的单位是牛·米 ($\text{N} \cdot \text{m}$)；在工程单位制中是公斤力·米 ($\text{kgf} \cdot \text{m}$)、千牛·米 ($\text{kN} \cdot \text{m}$) 及吨力·米 ($\text{tf} \cdot \text{m}$)。

由图 1.2 可知，力矩大小也可以用力 F 为底边、矩心为顶点所构成的三角形面积的 2 倍

来表示, 因此力矩大小又可表示为

$$M_O(F) = \pm 2S_{\triangle OAB} \quad (1.2)$$

应该注意: 力矩必须与矩心相对应, 如果不指明矩心而谈力矩, 则是没有任何意义的, 在具体应用时, 对于矩心选择无任何限制, 即力可对任意点取矩。

根据以上所述, 可得出力矩具有以下性质:

- (1) 力对点之矩不仅取决于力的大小, 同时还与矩心位置有关。
- (2) 当力通过矩心时, 此力对该矩心的力矩等于零。
- (3) 力对任一点之矩, 不因该力沿其作用线的移动而改变 (因为力臂不变)。
- (4) 互成平衡的两个力对于同一点之矩的代数和等于零。

(5) 若力 P 为共点二力 F_1 , F_2 的合力, 则合力对于任一点 O 之矩等于分力对同一点之矩的代数和, 即

$$M_O(P) = M_O(F_1) + M_O(F_2) \quad (1.3)$$

这个关系称为合力矩定理。

【例 1.1】一带轮直径 $D=400$ mm, 胶带拉力 $T_1=1\,500$ N, $T_2=750$ N, 与水平线的夹角 $\theta=15^\circ$, 如图 1.3 所示, 求胶带拉力 T_1 , T_2 对轮心 O 之矩。

解 对图 1.3 分析可知, 胶带拉力沿轮的切线方向, 则力臂 $d=D/2$, 而与角 θ 无关, 所以

$$M_O(T_1) = -T_1 \frac{D}{2} = -1\,500 \times \frac{0.4}{2} = -300 \text{ (N} \cdot \text{m)}$$

$$M_O(T_2) = T_2 \frac{D}{2} = +750 \times \frac{0.4}{2} = +150 \text{ (N} \cdot \text{m)}$$

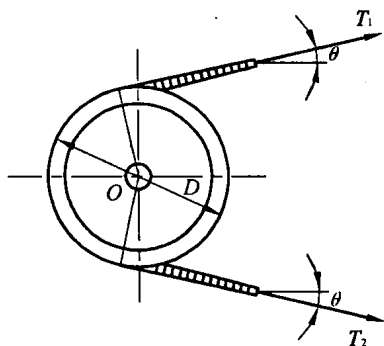


图 1.3

【例 1.2】作用于 SS₇ 型电力机车牵引电机小齿轮的啮合力 $P_n=74.8$ kN, 节圆直径 $D=221$ mm, 压力角 $\alpha=22.5^\circ$, 如图 1.4 (a) 所示。求啮合力 P_n 对轮心 O 之矩。

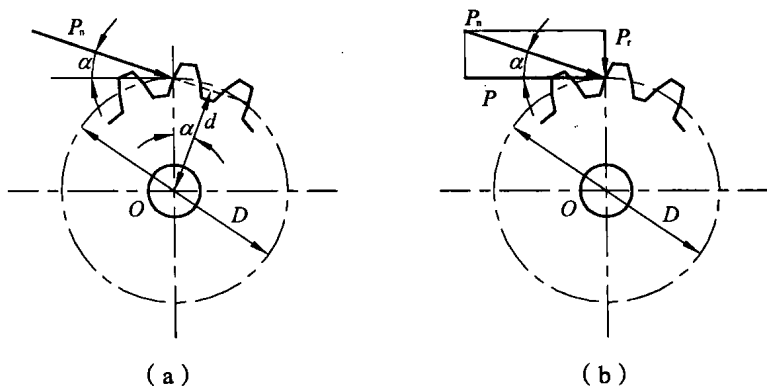


图 1.4

解 (1) 应用力矩计算公式。由图 1.4 (a) 中的几何关系可知力臂 $d = \frac{D}{2} \cos \alpha$, 则

$$\begin{aligned} M_O(P_n) &= -P_n d = -74.8 \times \frac{0.221}{2} \times \cos 22.5^\circ \\ &= -74.8 \times 0.1105 \times 0.9239 = -7.62 \quad (\text{kN} \cdot \text{m}) \end{aligned}$$

(2) 应用合力矩定理。如图 1.4 (b) 所示, 将啮合力 P_n 正交分解为圆周力 P 和径向力 P_r , 则

$$P = P_n \cos \alpha; \quad P_r = P_n \sin \alpha$$

根据合力矩定理, 有

$$\begin{aligned} M_O(P_n) &= M_O(P) + M_O(P_r) = -(P_n \cos \alpha) \frac{D}{2} + 0 \\ &= -74.8 \times \cos 22.5^\circ \times \frac{0.221}{2} = -7.62 \quad (\text{kN} \cdot \text{m}) \end{aligned}$$

【例 1.3】 水平梁 AB 承受三角形分布的载荷作用, 如图 1.5 所示。载荷的最大值为 q , 梁长为 l , 试求合力作用线的位置。

解 在梁上距 A 端为 x 的长度 dx 上, 作用力的大小为 $q'dx$, 其中 q' 为该处的载荷强度。由图可知

$$q' = \frac{x}{l} q$$

因此分布载荷合力的大小为

$$Q = \int_0^l q' dx = \frac{1}{2} ql$$

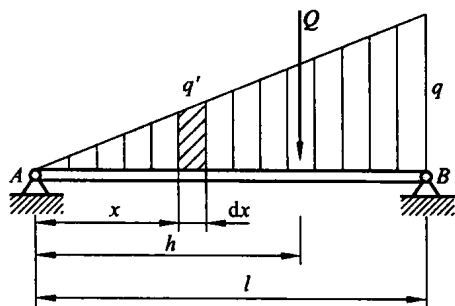


图 1.5

设合力 Q 的作用线距 A 端的距离为 h , 可应用合力矩定理求出 h 。

在长度 dx 上的作用力对点 A 的矩为 $q'dx \cdot x$, 全部载荷对点 A 的矩的代数和可用积分求出, 根据合力矩定理可写成

$$Q \cdot h = \int_0^l q' x dx$$

将 q' 和 Q 的值代入上式, 积分后为

$$h = \frac{2}{3} l$$

五、力偶和力偶矩

在生活和生产实践中, 常见到某些物体同时受到大小相等、方向相反、作用线互相平行的两个力作用的情况。例如, 用两个手指拧动水龙头, 汽车司机转动方向盘, 钳工用丝锥攻丝和牵引电机转子 (见图 1.6), 等等。在力学中, 把大小相等、方向相反、作用线互相平行

的两个力作为一个整体来考虑,称为力偶,以符号 (F, F') 表示,两力作用线所决定的平面称为力偶的作用面,两力作用线间的垂直距离称为力偶臂。

力偶是两个具有特殊关系的力的组合,虽然力偶中的每个力仍具有一般力的性质(对刚体的滑动矢量),但在作为一个整体考虑它们对刚体的作用时,则出现了与单个力不同的性质,现说明如下:

(1) 力偶既没有合力,本身也不平衡,是一个基本独立的力学量。

设有两个反向平行力 F_1 及 F_2 分别作用于刚体上的 A, B 两点(见图 1.7)。若 $F_1 > F_2$, 则由物理学可知,它们可合成为一合力 R , 其大小为

$$R = F_1 - F_2$$

方向与力 F_1 的方向相同,作用线在力 F_1 的外侧,用外分关系有

$$\frac{AC}{BC} = \frac{F_2}{F_1}$$

但对于力偶 (F, F') 来说,由于 $F = F'$, 则得

$$R = 0, \quad AC = \infty.$$

这说明力偶不可能合成为一个合力。力偶既然不能用一个合力来代替,也就不能与一个力相平衡。力偶的两个力大小相等、方向相反但不共线,因此力偶本身不平衡。

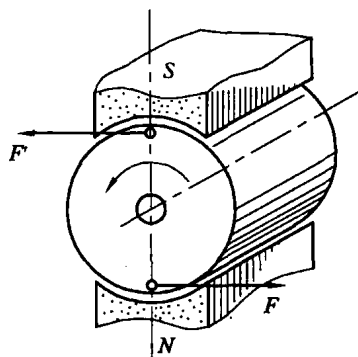


图 1.6

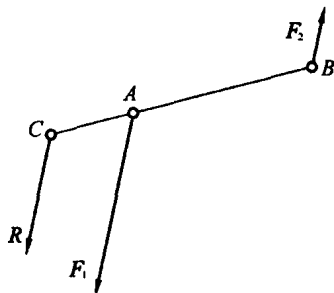


图 1.7

(2) 力偶对于作用面内任一点之矩与矩心位置无关,恒等于力偶矩(见图 1.8),即用力偶的任一力的大小与力偶臂长度的乘积再加上相应的正负号,作为力偶使物体转动效应的度量,称为力偶矩,以符号 M 表示,不需要附注矩心,即

$$\begin{aligned} M_O(FF') &= M_O(F) + M_O(F') \\ &= -F(x+d) + Fx = -F \cdot d \end{aligned}$$

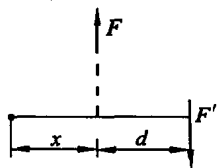


图 1.8

则 $M = \pm Fd$ (1.4)

力偶矩正负号的规定和力矩相同,即力偶使物体的转向为逆时针时,取正号;反之,为顺

顺时针时, 取负号。

力偶矩的单位是牛·米 ($\text{N} \cdot \text{m}$) 或千牛·米 ($\text{kN} \cdot \text{m}$)。

(3) 作用在同一平面内的两个力偶, 若其力偶矩的大小相等、转向相同, 则该两个力偶彼此等效。这就是平面力偶的等效定理。

由上述定理可以得出下列两个推论:

(1) 力偶可以在其作用面内任意转移, 而不影响它对刚体的作用效应。

(2) 只要力偶矩大小和转向不变, 可以任意改变力偶中力的大小和相应改变力偶臂的长短, 而不影响它对刚体的作用效应。

因此, 力偶除用力和力偶臂表示外, 也可直接用力偶矩即 $\vec{M}$ 来表示, 字母表示力偶矩大小的数值, 带箭头的弧线表示力偶的转向。

上述力偶等效变换的性质是力偶合成的理论基础, 与力的可传性一样, 它们只适用于刚体。

例如, 在图 1.9 中, 作用于汽车方向盘上的力偶 (F_1, F'_1) 与具有相同力偶矩的另外的力偶 (F_2, F'_2) 使方向盘产生完全相同的运动效应, 但变形效应却不一样。

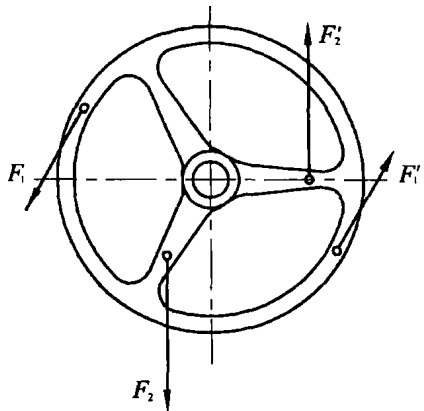


图 1.9

六、平面力偶系的合成与平衡

作用面共面的若干个力偶称为平面力偶系。力偶既然没有合力, 其作用效应就完全决定于力偶矩, 所以平面力偶系合成的结果必然是一个力偶, 并且其合力偶矩应等于各分力偶矩的代数和。

若作用在同一平面内有 n 个力偶, 则

$$M = M_1 + M_2 + \cdots + M_n = \sum_{i=1}^n M_i \quad (1.5)$$

由此可知, 平面力偶系的合成结果还是一个力偶, 合力偶矩等于力偶系中各个分力偶矩的代数和。

在平面力偶系中, 若合力偶矩等于零, 则该力偶系平衡, 而对于由 n 个力偶组成的平面力偶系可作同样的推理。由此可知, 平面力偶系平衡的必要与充分条件是: 力偶系中各力偶矩的代数和等于零, 即

$$\sum M = 0 \quad (1.6)$$

式 (1.6) 称为平面力偶系的平衡方程。

【例 1.4】用多头钻床在工件同一平面上同时钻四个直径相同的孔, 每个钻头的主切削力在水平面内组成一力偶, 各力偶矩的大小为 $M_1 = M_2 = M_3 = M_4 = 15 \text{ N} \cdot \text{m}$, 转向如图 1.10 所示。求工件受到的总切削力偶矩是多大?

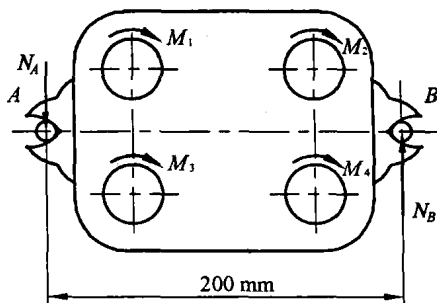


图 1.10

解 作用于工件的力偶有 4 个, 各力偶矩的大小相等、转向相同, 且在同一平面内, 根据平面力偶系的合成, 可求出其合力偶矩为

$$M = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = 4 \times (-15) = -60 \quad (\text{N} \cdot \text{m})$$

负号表示合力偶的转向为顺时针。求出总切削力偶矩后, 就可以考虑夹紧措施, 设计夹具时, 应形成一个逆时针力偶 ($N_A N_B$), 则

$$N_A \times 0.2 = 60, \quad N_A = N_B$$

所以 $N_A = 300 \quad (\text{N})$

【例 1.5】 简支梁 AB 上作用有两个平行力和一个力偶, 如图 1.11 (a) 所示, 已知 $P = P' = 2 \text{ kN}$, $\alpha = 1 \text{ m}$, $M = 20 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $l = 5 \text{ m}$, 求 A, B 两支座的反力。

解 P, P' 两力组成一个力偶, 故简支梁上的载荷为两个力偶。由于力偶只能被力偶所平衡, 故支座 A, B 处反力必须组成一个反力偶。 B 为辊轴支座, 约束反力 N_B 应沿支承面的法线, 即铅垂线; 固定铰支座 A 的约束反力为 R_A , 其方向本来不能预先确定, 但因它与 N_B 组成一个力偶, 故也应沿铅垂线且与 N_B 方向相反, 所以 $R_A = N_B$ 。

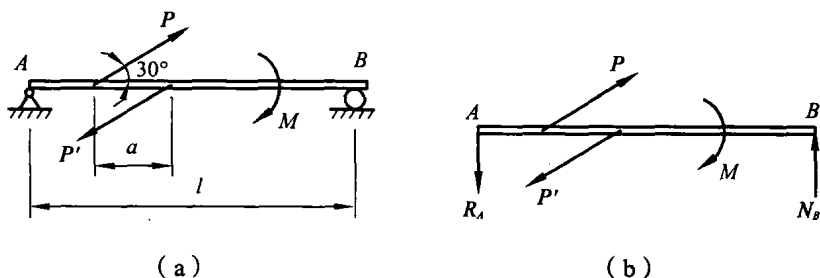


图 1.11

画简支梁的受力图, 如图 1.11 (b) 所示。根据力偶的特点, 力偶 (P, P') 和 M 在梁上的具体位置不影响它们对梁的外效应, 故在求支座反力时不必考虑。平面力偶系有一个平衡方程, 可解一个求知量。由式 (1.6) 得

$$\sum M = -Pa \sin 30^\circ - M + N_B \cdot l = 0$$

即 $-2 \times 1 \times 0.5 - 20 + N_B \times 5 = 0$

故 $N_B = 4.2 \quad (\text{kN})$

所以 $R_A = 4.2 \quad (\text{kN})$

其中, N_B 为正值, 说明图中所画 N_B, R_A 的指向符合实际情况。

【例 1.6】 如图 1.12 (a) 所示, 平行轴减速箱可以认为各力都作用在同一平面内。已知减速箱的速比为 2 : 1, 若匀速转动时, 在主动轴 I 上作用力矩为 $M_1 = 30 \text{ N} \cdot \text{m}$ 的顺时针力偶, 而在输出轴 II 上作用有工作机械施予的力矩为 M_2 的阻力偶, 由于减速, 则 $|M_2| > |M_1|$ 。求在 A 及 B 处螺栓和支承台所受的力。已知 AB 间距离 $l = 18 \text{ cm}$ 。

解 取减速箱为研究对象, 作用于减速箱上的力矩为 M_1 的主动力偶、力矩为 M_2 的

阻力偶以及螺栓与支承台的约束力 R_A , R_B 组成的反力偶, 由于减速箱的速比为 2 : 1, 则阻力偶矩 $M_2 = 2M_1 = 60 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。按力偶的平衡条件, 反力 R_A , R_B 必构成一力偶, 即 $R_A = R_B$ 。这样减速箱在三个力偶的作用下处于平衡状态, 如图 1.12 (b) 所示。由平面力偶系的平衡方程

$$\sum M = 0, R_A l - M_1 - M_2 = 0$$

解得

$$R_A = R_B = \frac{M_1 + M_2}{l} = \frac{30 + 60}{0.18} = 500 \text{ (N)}$$

由图 1.12 (b) 可见, 反力 R_A 及 R_B 分别由 A 处螺栓及 B 处支承台产生, 按作用与反作用定律, A 处螺栓受拉力, 而 B 处支承台受压力。

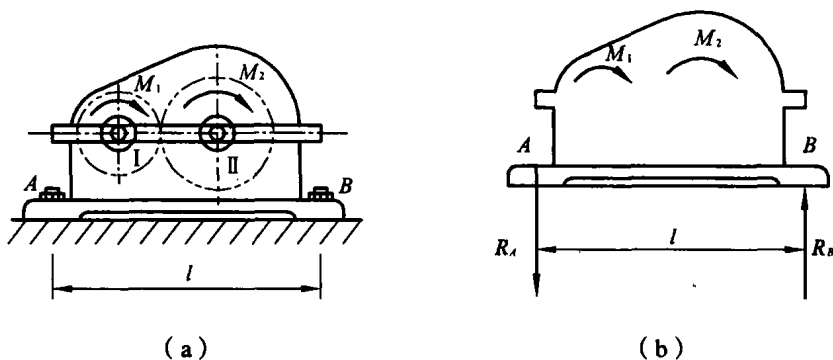


图 1.12

七、力在坐标轴上的投影, 合力投影定理

设力 F 作用于 A 点 (见图 1.13), 在力 F 作用线所在平面内任取直角坐标系 Oxy , 从力矢 $\overline{AB}$ 的两端向 x 轴作垂线, 垂足 a_1 , b_1 分别称为点 A 及点 B 在 x 轴上的投影, 而线段 a_1b_1 冠以相应的正负号称为力 F 在 x 轴上的投影, 以 X 表示。同理, 从力矢 $\overline{AB}$ 的两端向 y 轴作垂线, 则线段 a_2b_2 冠以相应的正负号称为力 F 在 y 轴上的投影, 以 Y 表示。

矢量 F 在轴上的投影不再是矢量而是代数量, 只有大小并规定其投影的指向与轴正向一致时为正值, 反之为负值。

投影与力的大小和方向有关。设力 F 与坐标轴正向间的夹角分别为 α 及 β , 则由图 1.13 (a) 可知

$$\left. \begin{aligned} X &= F \cos \alpha \\ Y &= F \cos \beta \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

投影 X , Y 的正负号可由 $\cos \alpha$ 和 $\cos \beta$ 的符号分别得出。即力在某轴上的投影等于力的大小乘以力与该轴正向间夹角的余弦。

应当注意, 力的投影与力的分量是两个不同的概念: 投影是代数量, 而力的分量是矢量。

力的投影无所谓作用点，而力的分量必须作用在原力的作用点上。

如果已知力 F 在坐标轴上的投影 X 和 Y ，通过几何关系可求得力 F 的大小和方向，即

$$\left. \begin{aligned} F &= \sqrt{X^2 + Y^2} \\ \cos \alpha &= \frac{X}{F}, \quad \cos \beta = \frac{Y}{F} \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

式中， $\cos \alpha$ 和 $\cos \beta$ 称为力 F 的方向余弦。

现在来研究平面汇交力系的合力在任一轴上的投影与它的各分力在同一轴上的投影之间的关系。设作用于刚体的平面汇交力系是 F_1 、 F_2 、 F_3 、 F_4 ，从 a 开始连接多边形 $abcde$ ，则封闭边 ae 表示该力系的合力矢 R ，如图 1.13 (b) 所示。取坐标系 Oxy ，将所有的力矢都投影在 x 轴及 y 轴上，则

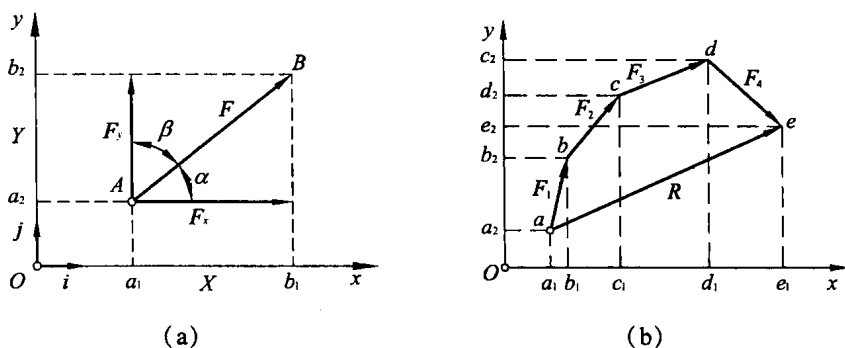


图 1.13

$$\begin{aligned} a_1 e_1 &= a_1 b_1 + b_1 c_1 + c_1 d_1 + d_1 e_1 \\ a_2 e_2 &= a_2 b_2 + b_2 c_2 + c_2 d_2 + d_2 e_2 \end{aligned}$$

将上述合力投影与各分力投影的关系或推广到 n 个力组成的平面汇交力系中，则得

$$\left. \begin{aligned} R_x &= X_1 + X_2 + \cdots + X_n = \sum X \\ R_y &= Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n = \sum Y \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

即合力在任一轴上的投影，等于它的各分力在同一轴上投影的代数和，称为合力投影定理。

算出合力 R 的投影 R_x 和 R_y 后，就可按式 (1.10) 求得合力 R 的大小和方向余弦为

$$\left. \begin{aligned} R &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(\sum X)^2 + (\sum Y)^2} \\ \cos \alpha &= \frac{\sum X}{R}, \quad \cos \beta = \frac{\sum Y}{R} \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

式中， α 和 β 分别为合力 R 与 x 轴和 y 轴正向的夹角。