



Elsevier Handbook of
the Philosophy of
Science

爱思唯尔
科学哲学手册

物理学哲学（下）

Philosophy of Physics

英文本丛书主编

[以色列]道·加比 (Dov Gabbay)

[加拿大]保罗·撒加德 (Paul Thagard)

[加拿大]约翰·伍兹 (John Woods)

中译本丛书主编

郭贵春 殷 杰

本卷主编

[美 国]约翰·厄尔曼 (John Earman)

[英 国]杰里米·巴特菲尔德 (Jeremy Butterfield)

本卷译者

程 瑞 赵 丹 王凯宁 李继堂



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社



国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

“十二五”
国家重点图书
出版规划项目

Elsevier Handbook of
the Philosophy of
Science

爱思唯尔 科学哲学手册

物理学哲学（下）

Philosophy of Physics

英文本丛书主编

[以色列]道·加比 (Dov Gabbay)
[加拿大]保罗·撒加德 (Paul Thagard)
[加拿大]约翰·伍兹 (John Woods)

中译本丛书主编

郭贵春 殷 勤

本卷主编

[美 国] 约翰·厄尔曼 (John Earman)
[英 国] 杰里米·巴特菲尔德 (Jeremy Butterfield)

本卷译者

程 瑞 赵 丹 王凯宁 李继堂



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

物理学哲学 / 郭贵春, 殷杰主编. 程瑞, 赵丹, 王凯宁, 李继堂译.—北京: 北京师范大学出版社, 2015.12
(爱思唯尔科学哲学手册)
ISBN 978-7-303-19177-2

I. ①物… II. ①郭… ②殷… III. ①物理学哲学 IV. ① O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 164895 号

营 销 中 心 电 话 010-58805072 58807651
北师大出版社学术著作与大众读物分社 <http://xueda.bnup.com>

WULIXUE ZHUXUE

出版发行: 北京师范大学出版社 www.bnup.com
北京市海淀区新街口外大街 19 号
邮政编码: 100875

印 刷: 北京盛通印刷股份有限公司
经 销: 全国新华书店
开 本: 787 mm × 1092 mm 1/16
印 张: 109
字 数: 1601 千字
版 次: 2015 年 12 月第 1 版
印 次: 2015 年 12 月第 1 次印刷
定 价: 350.00 元

策划编辑: 饶 涛 责任编辑: 刘文平
美术编辑: 王齐云 装帧设计: 王齐云
责任校对: 陈 民 责任印制: 马 洁

版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话: 010-58800697

北京读者服务部电话: 010-58808104

外埠邮购电话: 010-58808083

本书如有印装质量问题, 请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话: 010-58805079

目 录

第一章 经典力学中的辛约化 1

题词	1
1. 引言	2
2. 辛约化：综述	9
3. 一些几何工具	32
4. 李群的作用量	61
5. 泊松流形	88
6. 重温对称性和守恒性：动量映射	115
7. 约化	132

第二章 力学中时间和变化的表征 149

1. 引言	150
2. 哈密顿和拉格朗日力学	156
3. 辛事物	164
4. 拉格朗日场论	173
5. 良态场理论中的时间和变化	183
6. 复杂情况	193
7. 广义相对论里的时间问题	220

第三章 经典相对论 259

1. 引言	259
2. 相对论的结构	260
3. 专题讨论	292

第四章 非相对论量子力学 316

1. 理论	317
2. 运动学形式体系从哪里来?	352
3. 经验内容	366
4. 不确定性	386
5. “测量问题”	402
6. 非定域性	429
7. 数学附录	445
第五章 在经典与量子之间	471
1. 引言	471
2. 早期历史	478
3. 哥本哈根：再评述	490
4. 量子化	506
5. 极限 $\hbar \rightarrow 0$	535
6. 极限 $N \rightarrow \infty$	559
7. 为什么是经典的态与可观测量?	586
8. 尾声	602
第六章 量子信息与量子计算	648
1. 引言	648
2. 经典信息	651
3. 量子信息	659
4. 借助于纠缠实现的量子传输	686
5. 量子密码学	691
6. 量子计算	714
7. 量子信息视角下的量子力学基础	735
第七章 量子场论的概念基础	772
1. 量子化场概念导论	772
2. 标量场	774
3. 旋量场	789
4. 规范场	795

5. 布劳特—恩格勒—希格斯机制	805
6. 幺正性	810
7. 重整化	817
8. 反常	823
9. 漸近自由	827
10. 拓扑扭曲	830
11. 禁闭	834
12. 展望	836
第八章 代数量子场论	842
导论	842
1. 代数学前言	843
2. 可观测量代数网的结构	852
3. 非局域性及其 AQFT 中的开放系统	864
4. 粒子图景	871
5. 在 AQFT 中值的确定性问题	877
6. 量子场和时空点	882
7. 不等价表象的问题	894
8. 局域化的可输运自同态的范畴 Δ	899
9. 从场到表象	923
10. 从表征到场	932
11. 重构定理的基本含义	961
附录 对称张量 * 范畴的抽象对偶性理论	990
第九章 经典统计物理基础概论	1054
1. 引言	1054
2. 正统热力学	1065
3. 分子运动论——从伯努利到麦克斯韦	1075
4. 玻耳兹曼	1088
5. 吉布斯统计力学	1134
6. 统计力学的现代方法	1150

7. 随机动力学 1188

第十章 量子统计物理 1241

1. 引言 1241

2. 早期成就 1244

3. 公理化修整 1257

4. KMS 平衡条件 1284

5. KMS 条件、QSP 和热力学 1293

6. QSP 何去何从? 1327

第十一章 宇宙哲学中的问题 1370

1. 引言 1370

2. 宇宙学概论 1372

3. 问题 A: 宇宙的唯一性 1407

4. 问题 B: 宇宙在空间和时间上的巨大尺度 1411

5. 问题 C: 早期宇宙中的无约束能量 1425

6. 问题 D: 解释宇宙——起源的问题 1427

7. 问题 E: 作为存在背景的宇宙 1432

8. 问题 F: 明确的哲学基础 1435

9. 关键问题 1442

10. 结论 1468

第十二章 量子引力 1489

1. 引言 1489

2. 方法 1493

3. 方法论问题 1506

4. 空间和时间的本质 1510

5. 与其他未决问题之间的关系 1524

6. 结论 1528

第十三章 经典物理学中的对称性与不变性 1540

1. 引言 1540

2. 物体的对称性与定律的对称性 1541

3. 对称性与群论：早期历史	1546
4. 什么是物理学中的对称性？定义与种类	1552
5. 对称性在经典物理学中的应用	1555
6. 广义相对论中的广义协变性	1559
7. 诺特定理	1565
8. 经典物理学中对称性的解释	1570
第十四章 现代物理学中的决定论	1582
1. 引言	1582
2. 引论	1583
3. 经典物理学中的决定论和非决定论	1589
4. 狹义相对论物理中的决定论	1610
5. 普通量子力学中的决定论与非决定论	1616
6. 经典广义相对论中的决定论	1627
7. 相对论量子场论中的决定论	1642
8. 决定论和量子引力	1644
9. 总结	1648
索引	1661

杰拉德·埃姆什

1. 引言

在 1804 年至 1806 年探险期间，刘易斯和克拉克 (Lewis and Clark) 在寻找密苏里河源头的过程中，发现它是由杰斐逊、加勒廷和麦迪逊河交汇而成的，并最终成为宽广的密西西比河的一个主要支流。

类似地且具有一定任意性的是，我们可以用三个主要标志性成果来标记量子统计物理 (QSP) 的开端：普朗克在其 1900 年的论文 [Planck, 1900a; 1900b] 中提出的“量子假说”、吉布斯 (Gibbs) 在 1902 年出版的有关“统计力学”的书 [Gibbs, 1902]，以及现在已经很明确的爱因斯坦 (Einstein) 于 1905 年提出的“布朗运动” (Brownian motion) [Einstein, 1905b]。在今天看来，QSP 的影响已经表现在凝聚态物理学（从固体物理到天体物理）中。该领域的研究方向，虽然经常是试探性的，但已经能被用来给出一些预测，这些预测已被足够多的精确实验所证实，从而要求一种一致性的解释。本章的目的是指出可能发现这种解释的方向。我通过简单地回顾上面提到的三个成果的发展轨迹，即通过确定 QSP 最初的发展动机来开始探讨。

普朗克长期的犹豫不决表明他不仅领先自己的时代太多，甚至或许都在自己的思维之前，例如，最初，他曾根据实体(壁面之间的小型振荡器)的性质提出他的黑体辐射定律，而不是根据辐射的性质得到的。由普朗克转向用玻耳兹曼(Boltzmann)曾在材料物质的热物理中所用的论证来描述电磁波可以知道，他最初曾保持这个问题的开放性，即这是否仅是一个单纯的形式类比，还是一个可以从公认的辐射与物质之间的相互作用中得到证明的结论，还是，这种推测性的类比有更深层次的原因。普朗克的为难还体现在他在 1913 年所写的推选年轻的爱因斯坦为普鲁士科学院院士的推荐信中，他这样写道：“他可能有时错过了他的目标，正如在他的光量子假说中那样，但真的不能因此而反对他。”虽然这可能被视为是对 [Einstein, 1905a] 的讽刺，但需要注意的是，普朗克的量子假说的提出并不是昙花一现的意外。在用词方面他是很严谨的，例如
 1076 他在 1911 年写给德国化学学会的信中对“理论”“定理”及“假说”的使用 [Planck, 1911]。此后不久，世界各地的学者们就克服了他们自己的顾忌：诺贝尔奖在 1918 年被授予普朗克，因为他在“发现能量子”方面的贡献；在 1921 年授予爱因斯坦，因其在“发现光电效应定律”方面的贡献。在这里请注意，他们二人都对早期 QSP 的发展有贡献，具体就是普朗克的黑体辐射和爱因斯坦的固体比热容。详见下面的第 2.1 和 2.3 节。

吉布斯的书[Gibbs, 1902]则专注于经典统计物理。然而德国学者克劳修斯(Clausius)、奥地利学者玻耳兹曼和英国学者麦克斯韦(Maxwell)对其中基本概念的理解并不相同，美国学者吉布斯认为该领域已经接近成熟期，有必要对其基础进行整合。关于其他领域的公理化，可见于希尔伯特(Hilbert) [Hilbert, 1900; 1899; 1918] 和爱因斯坦[Einstein, 1921] 体系的比较。即使在经典背景下，吉布斯也不愿意采用玻耳兹曼的遍历假说，这表明吉布斯用其著作的标题所言的“热力学的合理基础”这个未解难题仍然存在，被简单介绍的那些吉布斯的工作中，和本文的目的最相关的可参见[Uffink(尤菲克), 2006, Section 5]。本章所研究的是在量子领域中研究在何种程度与之前的研究是截然不同的，在何种程度上这种相异性与 QSP 的解释目标相关。

爱因斯坦关于布朗运动的论文在概念上仍属于经典物理学领域。尽管忽视了 19 到 20 世纪的交替之时许多数学家仍将概率理论作为基础的事实，参见

[Hilbert, 1900, Problem 6]，但爱因斯坦的方法见证了一个事实，即随机论证（即涉及随机过程的论证）在物理学家的领域内已经占有了一定的地位。爱因斯坦的结论被广泛地（如果不是普遍地）就其字面含义被理解为支持分子存在的经验证据，分子不仅仅被认为是方便计算的小实体或小单元，而且被认为是具有固定尺寸的物体 [Einstein, 1906b]。此外，爱因斯坦后来的论文表明，他并不像他第一篇论文的烦琐标题可能表现出的那样是一个非凡的天才 [Einstein, 1905b]。一方面，从物理学家的角度来看，必须注意的是，爱因斯坦在他第二篇论文的一开始就表明他忽略了西登托夫和古埃 (Siedentopf and Gouy) 的早期贡献，他们将“所谓的布朗运动”（爱因斯坦的原话）解释为是由分子的不规则热运动所引起的 [Einstein, 1906c; Gouy, 1888]。另一方面，有了诸如卡克 (Kac) 和钱德拉塞卡 (Chandrasekhar) 等学者的后见之明，现代数学家们认识到，斯莫罗科夫斯基 (Smolukowski) 同时还从经验资料中抽取出数学直觉，这使得他提出了后来被称为随机过程理论的论断 [Smolukowski, 1906a; 1916]。然而，仅仅到了 1933 年，柯尔莫哥洛夫 (Kolmogorov) 就弄清楚了基础句法的本质，即概率的数学理论 [Kolmogorov, 1933]。即便如此，关于严格意义上的语义当今仍存在一个悬而未决的问题：究竟是选冯·米塞斯 (von Mises) 的集合 [von Mises, 1928] 还是德菲尼蒂 (de Finetti) 的主观说明 [de Finetti, 1937]。当考虑到概率理论在量子领域中的扩展，特别是 QSP 的具体要求时，我支持（见第 3.1 节）后者。

正如这篇文章一开始提出的那个问题，这三方面成果的交汇是否使得它们各自的基础问题复杂化了，或是相反，它们是否可以互相提供信息呢？我的论证将会沿后一种观点进行，虽然我并不是不知道一个普遍存在的问题，即质疑什么样的现实实体应该或者不应该被归为微观量子系统。作为用统计力学简化热力学这个大问题中的一部分，我会具体地考虑 QSP 是否以及能够如何解释多体系统的集合属性的问题：它确实假设了微观层面上的量子描述，但到目前为止它不能从本体论角度理解这些系统的个体组分。在我的论述中，我将遵从爱因斯坦的格言：“如果你想从理论物理学家身上找到关于他们所用方法的任何事实……那就不要听他们说了什么，而要看他们做了什么。”参见 [Einstein, 1933]。

2. 早期成就

马克思·雅默(Max Jammer)在[Jammer, 1966]中给出了有关量子理论开端的特殊历史评论；并且他讨论了一些由此产生的辩论[Jammer, 1974]。在这里，我从讨论QSP的早期实用性成就开始，特别要提到两个方面：它们在高温区域的经典问题以及理解波粒二象性下的QSP。这两方面都说明了在QSP中而不是在量子理论中间同一个问题，会由于背景的不同而得到不同的答案，比如说玻尔(Bohr)原子或散射过程，请与马拉·贝勒(Mara Beller)在理解量子革命时的视角做对比[Beller, 1999]。

2.1 普朗克关于黑体辐射的插值公式

普朗克拥有的实验数据是单位体积内电磁辐射能量的谱密度 $\rho_T(\nu)$ ，当电磁辐射在一个温度为 T 的黑体内处于平衡态时，它是关于频率 ν 的一个函数。在[Planck, 1900a; 1900b]中，普朗克为适应这些数据提出这个公式：

$$\rho_T(\nu) = A \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad \text{其中 } A = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \quad (1)$$

其中 c 为光速， $k = R/N_{Av}$ 为玻耳兹曼常数， R 是一般气体常数， N_{Av} 是阿伏伽德罗常数。此外，这个公式引入了一个新的常数 h ，就是现在我们所知的普朗克常数。而普朗克自称公式(1)只是一个“幸运的猜测”，这样一个公式在概念真空中不可能存在。

维恩(Wien)[1894]、斯特藩(Stefan)[1879]和玻耳兹曼[1884]确定了两个定性的定律，维恩位移定律指出：

$$\rho_T(\nu) = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right) \quad (2)$$

其中 f 是某种不确定的常数，满足下式积分收敛这个条件：

$$\frac{1}{V} E(T) = \int_0^\infty d\nu \rho_T(\nu) \quad (3)$$

它表示在温度 T 下每单位体积内辐射能量的密度。将(2)带入(3)中，就会得到

斯特藩—玻耳兹曼定律：

$$E(T) = \sigma T^4 \quad (4)$$

其中， σ 为常数。普朗克的提议符合上述定律。

后来又给出两个解析表达式（或称“定律”），具体指定式(2)中的函数 f 。其中一个定律由维恩 [1896] 给出，为：

$$\rho_T(\nu) = \alpha \nu^3 \exp^{-\gamma \frac{\nu}{T}} \quad (5)$$

其中 α 和 γ 是两个常数，当 ν/T 很大时，该定律已在经验上得以证实。与此相反，另一条定律由瑞利 (Rayleigh) [1900] 提出，请参阅金斯 (Jeans) [1905a]：

$$\rho_T(\nu) = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 kT \quad (6)$$

当 ν/T 很大时，该定律已在经验上得以证实。

显然，式(1)是介于维恩和瑞利—金斯公式之间的修改后的解析式，它提供了条件 ν/T “大”（或“小”）的定量意义，即 $\nu/T \gg k/h$ （或 $\nu/T \ll k/h$ ）。在中间范围内，普朗克的插值公式非常好地符合了实验结果，无论从定性还是定量的角度来说都是如此。

不可能不给普朗克的同事们留下深刻印象的是普朗克的伟业即将完成，因为他能从第一原理出发解释其公式，至少在式(2)—式(6)可被理解的程度予以解释。然而，普朗克不得不采取“一种绝望的行为”——他自己的话 [Max Jammer, 1966]——在经过多次尝试后，他构造了一个启发式模型，在这个模型中辐射以离散的量子方式与壁面间处于热力学平衡态的假设的“谐振器”交换能量。该模型有几个缺点——其中之一是普朗克调整了玻耳兹曼的计数法——且其理论地位也具有很大的不确定性：

沃尔特·内斯特 (Walter Nernst) ……最初并不喜欢量子理论，声称它“除了一个插值公式外什么也没有……仅仅是为了计算而设定的一条规则……但普朗克的工作却证明它是如此有效……并且……视科学为责任的爱因斯坦很认真地对待它且仔细研究它” [Jammer, 1966, 59]。

后来物理学群体达成的共识是，任何希望从第一原理推导出式(1)的企图——也包括普朗克的企图——注定会失败。说明式(1)是一个基本的或初始定律，即它是不需要解释的，但应该对它的结论加以探讨。

2.2 爱因斯坦的涨落方程和波粒二象性

从一开始，爱因斯坦就注意到普朗克推导过程的两个缺点。首先是形式上的，但仍然是本质性的，正如普朗克表明的那样，普朗克的计数不符合玻耳兹曼统计的计数法。第二点需要指出的是，[Einstein, 1906a]中提出，普朗克的方法在以下两方面会导致不一致：(a)他使用(经典)麦克斯韦电磁理论计算谐振器中辐射场的平均能量；(b)谐振器中的能量只能不连续地改变的假设。连同其他经验问题——其中就包括光电效应[Einstein, 1905a]——这些困难使得爱因斯坦提出，普朗克辐射表达式(1)具有无可争辩的经验价值，因此“量子化”自身应该在辐射场中寻找原因，而不是在与壁面的相互作用的一个可疑机制中。同时，爱因斯坦还批判地理解了这个问题，即光是否应该在麦克斯韦电磁理论中被认为是类波的；或是否应该被看作是类粒子的，就像在19世纪初干涉实验之前的牛顿理论所认为的那样。

爱因斯坦的涨落方程[Einstein, 1909a]指出，光应该被看作同时具有粒子性和波动性，特别地：

批注1。将式(1)中普朗克谱密度 $\rho_T(\nu)$ 解释为当温度为 T 时，处于热平衡态的辐射频率为 ν 的量子振荡器的平均能量 $\langle u_T(\nu) \rangle$ 。那么对于 $h\nu/kT$ 的每个值，能量涨落 $\langle (\Delta u)^2 \rangle = kT^2 \partial_T \langle u_T(\nu) \rangle$ 是下面两项的和：

$$\langle (\Delta u)^2 \rangle = \langle (\Delta u)^2 \rangle_p + \langle (\Delta u)^2 \rangle_w, \text{ 这里}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle (\Delta u)^2 \rangle_p = \langle u_T(\nu) \rangle h\nu \\ \langle (\Delta u)^2 \rangle_w = \langle u_T(\nu) \rangle^2 \frac{c^3}{8\pi\nu^2} \end{array} \right\} \text{且 } \langle (\Delta u)^2 \rangle_p / \langle (\Delta u)^2 \rangle_w = \exp \frac{h\nu}{kT} - 1 \quad (7)$$

因此，当 $h\nu/KT \gg 1$ 时，粒子性 $\langle (\Delta u)^2 \rangle_p$ 占支配地位；当 $h\nu/kT \ll 1$ 时，类波性 $\langle (\Delta u)^2 \rangle_w$ 占统治地位。因此在这个解释中，波粒二象性是一个程度的
1080 问题，而不是在相互排斥的两种性质之间二选一的问题。

除了在QSP中是一个概念问题外，这种二象性问题在其他经验背景下会变

得更加困难，因为在这些背景下人们可能更愿意将光子看作是粒子或者看作是波包。此外，这种二象性已经被扩展到所有(亚原子)粒子中，如通常与波有着密切关系的那些现象，例如光的衍射现在在电子束或中子束中已经观测到了，参见[Jammer, 1966, pp. 249—253]，或更近期的[Rauch(劳赫)，2005]。在其他情况下，人们更喜欢使用粒子语言，例如在描述光电效应时[Einstein, 1905a]，正如在大多数 QM(量子力学)书中所讲的，光子撞击金属表面导致电子被发射出来，或者在原子光谱学中，一个粒子(原子)会发出一束光，云室和气泡室让我们直观地看到粒子碰撞，但他们在描述散射定理时使用了所谓的波的方式，例如[Amrein *et al.* (艾瑞恩等)，1977]。光的这种双重性，在爱因斯坦和德布罗意(de Broglie)的推测下，导致物理学家们学会了如何针对他们想强调的方面调整他们的语言。然而，关于“自干涉”的持续论证表明，仍然还有一些残存的歧义有待解决，参见[Taylor(泰勒)，1909]和[Aichele *et al.* (艾驰乐等)，2005]等论著对此进行的长期辩论，而且很显然在将来辩论还会持续。

以上回顾了 QSP 的早期发展，应该提一下上述爱因斯坦涨落方程(7)，以及由固体比热来对温度做出的解释——见下文第 2.3 节——促使埃伦费斯特夫妇认为[Ehrenfest and Ehrenfest, 1911]在统计力学中，量子行为本身大多表现在低温条件下，而经典行为一般在高温条件下出现。事实是，在许多表达式中，如在普朗克分布式(1)中，普朗克常数 h 和温度 T 一起出现在因子 h/T 中，或以后来使用的形式 $\hbar\beta$ 出现，因此在这些表达式中“经典极限” $h \rightarrow 0$ ，和“高温限制” $T \rightarrow \infty$ 都被包括在 $(\hbar\beta) \rightarrow 0$ 中。所有涉及相关能或能量密度情况的系统，在由普朗克常数的数值决定的范围内测量时都是非常大的。

2.3 低于经典温度下固体的德拜(Debye)比热

本节的目的是要阐明在这个领域中当前的情况，杜龙和佩蒂特(Dulong and Petit)(1819 年)曾提出一个论点，认为比热的效果——以卡/每度每摩尔为单位——对所有固体来说应该都是相同的：即 $3R$ ，其中 R 为气体常数。然而，后来证明这个“常数”是会随着温度降低而急剧降低的，以至于在 19 世纪末期，实验数据导致了一个假说，即固体比热会随着温度降至绝对零度 0 K 而变得微乎其微地小。同一时期，伦琴(Roentgen)(1895 年)发现了 X 射线，之后几个

实验物理学家——埃瓦尔德(Ewald)(1911年)在冯·劳厄(von Laue)、弗里德
1081 里克(Friedrich)和克尼平(Knipping)(1912年)的建议下——利用X射线获得了衍射图样，从而证实了晶体是规律性的格状体的假设，原子都位于顶点处。

由于没有出现针对所观测到的依赖于比热的温度变化的经典解释，爱因斯坦和德拜提出了下面的模型，参见[Einstein, 1907; Einstein, 1911b; Debye, 1912]。

其出发点是上面的式(1)，即黑体辐射的普朗克公式，现在重新诠释为温度 T 下固体的振动模型：

$$U(T) = \int d\nu g(\nu) U(\nu, T), \text{ 其中 } U(\nu, T) = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \text{ 且 } \int_0^\infty d\nu g(\nu) = 3N \quad (8)$$

这里 N 是固体中三维振子的数量。爱因斯坦假设 g 集中于一个固定频率 ν_0 上，德拜为 g 选择了一个最简单的振动分布，这个分布可以看作是在体积为 V 的晶体中，振动在晶格中原子间距离的顺序有一个最小的波长：

$$g(\nu) = G \begin{cases} 1 & \text{如果 } 0 \leq \nu \leq \nu_0 \\ 0 & \text{如果 } \nu > \nu_0 \end{cases}, \text{ 其中 } G = \frac{12\pi\nu^2}{s^3}V \quad (9)$$

现在考虑的振动为声波，而不是电磁波，因此 G 由上式得到——与式(1)中的 $A = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$ 相比较——可知代替光速 c 的 s 现在是声速。用 $12\pi = (2+1) \cdot 4\pi$ 替换 $8\pi = 2 \cdot 4\pi$ 反映了这样的事实，即在固体中声波，除了也存在于光波中的两个横向偏振方向外，还具有第三个自由度，即纵向模式。这些假设导致了以下结果。

批注2。存在一个温度 Θ ，使得比热满足：

$$C_v \simeq \begin{cases} 3R & \text{当 } T \gg \Theta \\ \frac{12}{5}\pi^4 R \left(\frac{T}{\Theta}\right)^3 & \text{当 } T \ll \Theta \end{cases} \quad (10)$$

因此，德拜模型在两个温度区域间是有区别的：在高温下德拜模型遵循杜龙—佩蒂特定律，可以预测的是随着温度接近于0K，比热会随着 $C_v \sim T^3$ 而逐渐变为零。在此模型中，温度 Θ (现在被称为德拜温度)取决于所考虑的固体的临界频率 ν_0 ，因此取决于在该固体中的声速及其密度 N/V 。 Θ 的数值给出了对

晶体比热在高低温下不同这一现象的定量分析——有关详细信息，请参阅第 6.1 节。此外，在德拜模型中， C_v 在整个温度 $T \in \text{IR}^+$ 范围内为连续单调递减函数。

本小节对式(1)—式(8)的最后评论为，类比于将光子看作光量子，固体中基础的声音振动也可被视为量子，现在被称为声子。

1082

2.4 波色—爱因斯坦凝聚：长程

当我们严肃对待宏观世界的微观图景可能就是量子图景这个想法时，最迫切的问题就是要找到理想量子气体的相应描述，这后来被称为玻色—爱因斯坦气体，或简称为玻色气体[Bose, 1924; Einstein, 1924]。出发点是在温度 T 和化学势 μ 下，处于平衡态的质量为 m 的大量全同粒子系综的巨正则配分函数 $Z(\Lambda, T, \mu)$ ，这个系综是封闭在一个体积为 $\Lambda \subset \text{IR}^3$ 的立方体中的，它满足周期性边界条件。由于这些粒子之间没有相互作用，因此总能量为它们个体能量的总和 $\epsilon_k = \hbar^2 |k|^2 / 2m$ ，其中 $k \in \mathbb{Z}^3$ 。量子假说就是普朗克分布式(1)在这里适用，以使得下式成立(其中 $\beta = 1/kT$)：

$$Z(\Lambda, T, \mu) = \prod_{k \in \mathbb{Z}^3} (1 - \exp^{-\beta(\epsilon_k - \mu)})^{-1} \quad (11)$$

由该式我们可根据在经典统计力学学到的定律计算出比容 v 和压强 P ，所谓的活性被定义为 $z = \exp(\beta\mu)$ ：

$$v^{-1} = z \partial_z \frac{1}{|\Lambda|} \ln Z(\Lambda, T, \mu) \text{ 且 } \beta P = \frac{1}{\Lambda} \ln Z(\Lambda, T, \mu) \quad (12)$$

该问题因此得以完整地陈述，虽然(11—2.12)的结论是不容易被直接计算出的。该解通过一些经典分析后反映为一个数学上的偏移，而且在物理学上也表现为一个偏离：在非常低的温度下相变起始于凝聚相，这不是经典的理想气体！

先驱们已经掌握了必要的经典分析方法——包括现在广泛使用的，参见例如[Whittaker and Watson(惠特克和沃森)，1927, 280]、[Erdélyi(艾德林)，1953, I, pp. 27—30]以及一些历史性的论著如[Truesdell(特鲁斯德尔)，1945]中的分析——他们确实认识到在极限 $\Lambda \uparrow \text{IR}^3$ 下，这个和值约化为：