

御製數理精蘊下編卷三十七

末部七

難題

難題

算術之學。不外於線面體。其間比例相求。或借根借方等法。既已分門別類於前。然設問中有紆迴繁襍之不同者。非審詳明辯。則何以得其統緒。茲又探賾鉤深。編爲難題一卷。俾學者殫思觀變。以不迷於入算之方。庶幾數理之微。人心之巧。由此引而伸之。觸類而長之。將以窮天下之變。亦不難也。

設如甲乙丙三人值班。甲三日一次。乙四日一次。丙五日一次。問三人何日同班。

法以三日與四日相乘得十二日。再與五日相乘得六十日。卽三人同班之日也。此法蓋因六十爲三四五皆可以度盡之數。三與四相乘得十二日。是甲乙同班之日。而不能與丙同班。三與五相乘得十五日。是甲丙同班之日。而不能與乙同班。四與五相乘得二十日。是乙丙同班之日。而不能與甲同班。惟六十日爲甲第二十次值班之日。爲乙第十

五次值班之日。爲丙第十二次值班之日。故爲三人同班之日也。

設如有錢不知總數。以三數之餘二文。以五數之餘三文。以七數之亦餘二文。問錢總數幾何。

$$\begin{array}{r} 70 \\ 140 \\ \hline 210 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 140 \\ 210 \\ \hline 350 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 210 \\ 350 \\ \hline 560 \end{array}$$

法先以三數之率定爲七十。五數之率定爲二十一。七數之率定爲十五。乃以三數之率七十與餘二相乘。得一百四十。以五數之率二十一與餘三相乘。得六十三。以七數之率十五與餘二相乘。

〇三〇三五八五三
 四六三三〇二〇二
 一三二二二〇

三數
 七十

二數
 二十一

一數
 十五

得三十。三數相併。得二百三十三。又以
 三五七遞乘。得一百零丑。於二百三十
 三內減兩次。餘二十三。卽總錢數也。此
 法以三數之率定爲七十者。以其用七
 數五數皆盡。惟用三數之餘一也。今以
 餘二相乘。得一百四十。則是用七數五
 數皆盡。惟用三數之餘二矣。以五數之
 率定爲二十一者。以其用三數七數皆
 盡。惟用五數之餘一也。今以餘三相乘

一五五七五
二〇五

得六十三。則是用三數七數皆盡。惟用
五數之餘三矣。以七數之率定爲十五
者。以其用三數五數皆盡。惟用七數之
餘一也。今以餘二相乘得三十。則是用
三數五數皆盡。惟用七數之餘二矣。以
此三數相併。自爲三數餘二。五數餘三
七數餘二之數。又以三五七遞乘得一
百零五者。此數用三五七皆可數盡。故
二百三十三雖爲三數餘二。五數餘三。

七數餘二之數。然減去一百零五餘一百二十八。以三五七數之。其所餘之數仍同也。卽再減去一百零五餘二十三。以三五七數之。其所餘之數亦同也。是以問數在一百零五以下必二十三。如問數在一百零五以上必一百二十八。或二百三十三。如原數更在二百三十三以上。則遞加一百零五求之。必有合也。至其作率之法。不過一乘一減。如以

三五七命算。則以五七相乘得三十五。以三減之餘二。不可爲率。以其所餘爲二。難與他數相乘也。故將三十五倍之得七十。以三減之餘一。故七十卽爲三數之率。三七相乘得二十一。以五減之餘一。故二十一卽爲五數之率。三五相乘得一十五。以七減之餘一。故十五卽爲七數之率。或以五數七數九數命算。皆倣此例推之。

設如三人治田一人日耘七畝一人日耕三畝一人日種五畝今令一人自耕自種自耘問一日治田幾何

二率 七十一日
二率 一百零五畝
三率 一日
四率 一畝四分七釐有餘

法以七畝三畝五畝連乘得一百零五畝爲治田總衰數以每日耘七畝除之得十五日爲耘田衰數以每日耕三畝除之得三十五日爲耕田衰數以每日種五畝除之得二十一日爲種田衰數三數相併得七十一日爲一率一百零

率 七十一日

二率 一百零五畝

三率 一日

四率 一畝四分七釐有餘

五畝爲二率。一日爲三率。得四率一畝
四分七釐有餘。卽每日自耕自種自耘
之數也。此法蓋因一日耘七畝。則一百
零五畝須耘十五日。一日耕三畝。則一
百零五畝須耕三十五日。一日種五畝。
則一百零五畝須種二十一日。併之得
七十一日。是一人自耕自種自耘治田
一百零五畝。卽知一日治田一畝四分
七釐有餘也。

設如甲乙二人。甲借乙本銀一千二百兩。已經還訖。仍欠四月利銀。今乙又借甲銀八百兩。欲與前利銀抵兌。問得月數幾何。

一率	八百兩
二率	一千二百兩
三率	一百二十日
四率	一百八十日

法以今借銀八百兩爲一率。原借銀一千二百兩爲二率。原欠利銀四月作一百二十日爲三率。得四率一百八十日。以三十日歸之。得六月。爲所求之日數也。蓋甲借乙之銀數多。故月數少。乙借甲之銀數少。故月數多。而其利相等。爲

轉比例四率也。

設如原買小布一疋。長一丈八尺。闊一尺三寸。價一錢一分七釐。今買大布一疋。長二丈五尺。闊一尺六寸。問價幾何。

二率 二十三尺四十寸

一率 一錢一分七釐

三率 四十尺

四率 二錢

法以原布長一丈八尺闊一尺三寸相乘。得二十三尺四十寸爲一率。價一錢一分七釐爲二率。今布長二丈五尺闊一尺六寸相乘。得四十尺爲三率。求得四率二錢。卽今布之價也。凡物惟長不

同。或惟闊不同。則各以其長闊爲比例。
今長闊俱不同。故以其長闊各相乘。爲
面與面之比例也。

設如有銀三百九十六兩。令甲乙丙丁四人分之。甲
得二分之一又多十兩。乙得五分之三丙少二十
兩。丙得三分之一又多八兩。丁得四分之一丙少
六兩。問四人各得銀數幾何。

法先以總銀三百九十六兩丙減去甲
多十兩丙多八兩餘三百七十八兩。又

一率	二百零二衰
二率	四百零四兩
三率	一衰
四率	二兩

加乙少二十兩丁少六兩共得四百零
 四兩爲各分之總銀數乃以甲分母二
 乙分母五丙分母三丁分母四連乘之
 得一百二十爲總衰數於總衰一百二
 十內取二分之一得六十爲甲衰取五
 分之三得七十二爲乙衰取三分之一
 得四十爲丙衰取四分之一得三十爲
 丁衰併之得二百零二衰爲一率以各
 分總銀數四百零四兩爲二率一衰爲

一率 二百零二衰

二率 四百零四兩

三率 一衰

四率 二兩

三率得四率二兩。乃以二兩用甲衰六十乘之。得一百二十兩。加所多十兩。得一百三十兩。卽甲所分之銀數。用乙衰七十二乘之。得一百四十四兩。內減所少二十兩。餘一百二十四兩。卽乙所分之銀數。用丙衰四十乘之。得八十兩。加所多八兩。得八十八兩。卽丙所分之銀數。用丁衰三十乘之。得六十兩。減所少六兩。餘五十四兩。卽丁所分之銀數。將