



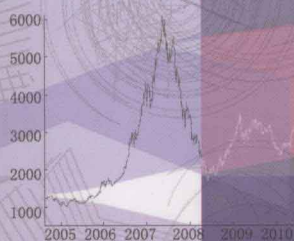
财政部高等院校财经类专业规划教材

金融计量学

Financial Econometrics

姜近勇 潘冠中 著

中国社会科学院数量经济与技术经济研究所所长汪同三研究员
北京大学光华管理学院博士生导师王明进教授
上海财经大学金融数学与金融工程博士生导师陈启宏教授
厦门大学金融学博士生导师郑振龙教授
宾夕法尼亚州立大学讲座教授曹泉伟博士
鼎力推荐



 中国财政经济出版社

财政部规划教材
全国高等院校财经类教材

金融计量学

Financial Econometrics

姜近勇 潘冠中 著

中国财政经济出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

金融计量学/姜近勇, 潘冠中著. —北京: 中国财政经济出版社, 2011. 7

财政部规划教材 全国高等院校财经类教材

ISBN 978 - 7 - 5095 - 2962 - 1

I. ①金… II. ①姜… ②潘… III. ①金融学: 计量经济学 - 高等学校 - 教材
IV. ①F830

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 122632 号

责任编辑: 付克华

责任校对: 李 丽

封面设计: 陈 瑶

中国财政经济出版社出版

URL: <http://www.cfeph.cn>

E-mail: cfeph@cfeph.cn

(版权所有 翻印必究)

社址: 北京市海淀区阜成路甲 28 号 邮政编码: 100142

发行处电话: 88190406 财经书店电话: 64033436

涿州市新华印刷有限公司印刷 各地新华书店经销

787 × 1092 毫米 16 开 20.25 印张 484 000 字

2011 年 7 月第 1 版 2011 年 7 月涿州第 1 次印刷

定价: 48.00 元

ISBN 978 - 7 - 5095 - 2962 - 1/F · 2510

(图书出现印装问题, 本社负责调换)

本社质量投诉电话: 010 - 88190744

序

在过去的 20 年，伴随中国经济的高速增长，中国金融市场和金融学教育及研究出现了跨越式的发展。以股票市场为例，自 1990 年 12 月第一批股票在上海证券交易所和深圳证券交易所上市交易以来，新中国股市从无到有，已发展成为上市公司达 1800 多家，总市值 22.8 万亿元，日均股票成交金额 2400 多亿元的世界前五名的股票市场^①。与股票市场相比，发展相对缓慢的金融衍生产品市场和其他金融产品市场在近年也加快了发展的步伐。股指期货在 2010 年 4 月 16 日正式推出并上市交易，股票期权交易亦指日可待。与此同时，中国金融市场面临的独特问题和挑战提供了许多非常有价值的金融研究课题。可以说，中国金融学研究者和业界人士正经历着一个黄金时代。

中国金融市场的快速发展凸显了对金融人才和金融知识的迫切需求及严重短缺性。就金融学教育而言，在过去的 20 年中同样经历了前所未有的发展。随着中国综合性大学和理工类大学商学院规模的不断扩大，金融学作为一门主要的学科已经成为最热门的专业之一。此外，财经类高校更是经历了跨越式发展，其中发展最快的学院之一就是金融学院。可以说，金融学作为一门独立的学科已经完成了从无到有的转变。目前，我国已有 300 多所综合性大学和理工类大学开设了金融学相关专业，40 多所财经类大学中有 10 多所拥有独立的金融学院。相对于金融学科的快速发展，金融学教科书的开发则显得有些滞后。尤其是，目前还没有一本比较适合我国高年级本科生和研究生使用的中文版《金融计量学》教材。据我所知，不少商学院仍沿用传统的计量经济学教材来给金融专业的学生提供定量分析的训练。在这一背景下，姜近勇和潘冠中两位博士所著《金融计量学》一书的出版可谓恰逢其时。此书将为中国的金融教育者和研究者提供一本不可或缺的教科书和参考书。

《金融计量学》不仅填补了国内经济金融类教科书的一个空白，而且还是国内

^① 数据来自中国证监会网站 (www.csrc.gov.cn) 公布的“证券市场月报，2010 年 4 月统计数据”。根据世界证券交易所联合会 (WFE) (www.world-exchanges.org) 2009 年底的数据，依市值 (单位: 万亿美元) 排名，美国股市 15.08 排名第一，中国股市 (上证和深证交易所) 3.57 排名第二，接下来依次是日本 3.53，泛欧股市 (NYSE Euronext) 2.87，英国股市 2.80。

学者与海外学者合作研究的成果。在过去的几十年，我国引进和翻译出版了很多优秀的国外经济学和金融学教材。这些引进和翻译版本在中国经济学教育早期是非常必要的，并发挥了重要的作用。但是到了中国经济发展的现阶段，仅仅依靠引进和翻译出版的教科书是远远不够的。著名经济学家、普林斯顿大学经济学教授邹至庄先生最近在主题为“中国经济学教育的研究与方向”的报告中谈到，“中国经济学家（应）会撰写自己的教科书，当然可以采用美国教科书的理论框架，关于中国经济的研究成果应该融入到这些教科书中，从而给学生提供现实生活中的实例。”^① 本书作者姜近勇和潘冠中两位博士近几年就中国金融市场的一系列研究课题开展了深入合作。两位作者不仅确立了长期合作研究计划，而且还致力于金融学学科建设和教学工作。2010年潘冠中博士受姜近勇博士的邀请，赴美国亚利桑那大学访问半年，工作内容的重点便是本书的写作。因此，本书吸收了最新的国际前沿水平的金融计量学成果。与此同时，它还避免了翻译版本教科书的一些不足。我深信这是一本适应中国特色教育体制并将受到广大师生欢迎的教材。

《金融计量学》具有自己独特的风格。第一，全书内容覆盖了金融计量学的主要问题，且具有清晰的框架结构。全书共十四章，分为离散时间模型和连续时间模型两大部分。离散时间模型部分共八章，其内容包含了与现代金融学研究相关的方法，如资产定价模型的检验、与市场有效性相关的随机游走检验、事件研究方法和资产收益的波动率模型等。值得指出的是，其中一些内容尽管非常重要，但在我们现有的金融学课程体系中大多被忽视。例如，本书详述了资产定价模型的横截面检验方法和面板数据模型。连续时间模型部分共六章，主要包括金融中用到的随机微积分知识、金融中常用的连续时间模型、连续时间模型的各种估计方法、高频金融数据分析方法等等。连续时间模型在金融中的重要性毋庸置疑，目前我国金融学课程体系在这一方面仍显薄弱。第十章给我留下的印象尤为深刻，作者花了大量的时间和精力来介绍金融中常用连续时间模型的统计性质。读者将发现这些内容无论对于教学还是科研来说，都非常方便有用。有鉴于此，本书也是一本非常好的参考书。第二，本书内容由浅入深，其风格和采用的许多例子显示了本书是作者在国内外从事教学和研究工作十几年经验的结晶。比如，在资产定价模型估计和检验的阐述中，本书从大部分学生都熟悉的、最简单的单因子CAPM开始，一步步地拓展到更一般的模型。连续时间模型的估计技术性要求高，是学习的难点。本书从最基本的估计方法开始介绍，如矩估计、GMM、MLE等，然后再过渡到更为复杂、更为高深的估计方法，如半参数与非参数方法、ECF方法等。此外，全书使用大量的实证例子来帮助学生理解一些重要的理论和概念。这些例子还能帮助学生培养独立实证研究的技巧和能力。第三，如前所述，本书

^① 中国经济学教育与研究论坛暨邹至庄教授八十华诞庆典主题发言，2010年6月21日。

是国内与海外学者合作研究的成果，不是纯粹的翻译，其内容和风格反映了我国课程体系建设和学生的需求。并且本书的实证分析和案例中大量地采用了中国金融市场的数据库，同样体现了与中国金融市场实践的紧密结合。最后，作为教科书，本书在每章末附有习题。这些习题分为概念、理论与实证问题三类，对帮助学生牢固地掌握书本内容非常重要。

金融学的研究和教育在中国正在蓬勃发展，很多国外先进的金融研究方法和工具日益应用到我国金融问题的研究之中。但是，相比欧美发达国家的金融学研究水平，由于起步晚、基础薄，我国的金融学研究仍待进一步深化。《金融计量学》内容全面，吸收了具有国际前沿水平的金融计量学的最新研究成果，其由浅入深的风格使得本书具有很强的可读性。本书在一定程度上填补了我国金融学课程体系的空白，并将对进一步推进我国金融学研究作出贡献。

鉴于以上原因，我毫无保留地向所有学习金融的学生、研究金融问题的学者及业界人士推荐此书。



中国社会科学院数量经济与技术经济研究所所长、研究员

前 言

在过去的几十年，作为经济学一门分支的金融学取得了长足进展，并已发展成为一门自成体系的学科。与其他学科相比，金融学有自己独特的研究问题、丰富的数据和特有的研究方法。作为金融学的有机组成部分，金融计量学对于金融学领域研究方法的开发和创新起着重要作用。金融计量学的核心在于开发金融学研究中的定量方法。它包括利用现有数学、统计学、计量经济学等领域的知识，为金融学研究提供理想的工具。此外，金融计量学研究者的任务还包括开发新的研究理论和方法，以处理金融学中独特的问题。作为一个特定的研究领域，金融计量学涉及的课题包括开发理论模型、研究模型的各种性质、使用市场数据进行模型的统计推断，如模型估计、模型设定检验，等等。金融学一方面来源于实践，另一方面又是一门深奥的学问。研究者感兴趣的金融学问题大多来源于实践。但是，解决这些问题的方法往往比较复杂。这使金融学的研究方法与众不同，在直观的同时还必须巧妙构思并具严谨性。这一特点也决定了本书的风格。

本书是作者在国内外从事教学和研究工作十几年经验的结晶。作者希望本书能填补国内金融学领域系列教材的空白。

从全书的内容来看，作者努力保持两方面的平衡。第一是全面性与侧重性的平衡。作者试图介绍尽可能多内容的同时，依然保持全书一个清晰的结构。全书的内容分为两部分：第一部分是离散时间模型，第二部分是连续时间模型。离散时间模型部分围绕四个主题展开：资产定价模型的检验、与市场有效性相关的随机游走检验、事件研究方法和资产收益的波动率模型。通过以上章节内容读者可以清楚地看到，本书的组织结构建立在金融学研究的需要之上。独特的研究问题、丰富的数据和研究方法使金融计量学与传统的计量经济学区分开来。尽管与统计学和计量经济学的联系非常紧密，但金融计量学具有自己的体系框架和研究问题的焦点。金融领域的研究者从计量经济学汲取知识，但有时还必须开发自己的工具来解决金融学问题。因此，与计量经济学教科书不同的是，本书侧重于介绍与金融计量学内容相关的统计和计量方法。例如，我们对时间序列模型的介绍中没有包括 AR、MA 或 ARMA 模型。这是因为，一方面这些模型是基本的计量经济学知识，另一方面这些模型本身在金融中并没有被广泛应用。

在本书的第一部分，我们首先介绍金融资产收益率的计算、常用金融数据及

统计软件。接下来直接阐述资产定价模型的检验。具体来说，第二章我们介绍资产定价模型，包括 CAPM 与多因子模型的时间序列估计与检验；第三章是资产定价模型的横截面检验，重点是排序法与 Fama - MacBeth 回归；第四章是面板数据模型与混合回归，重点介绍参数估计量的方差估计。

金融学中的一个基本问题是金融资产的收益率是否可以预测。第五章阐述随机游走检验，包括三种不同假设的随机游走过程。第六章介绍金融学中另一个重要研究方法——事件研究，包括事件研究的步骤、超常收益率的计算以及检验统计量的构造等。资产收益波动率的建模也是金融学的重要主题。第七章和第八章阐述了两类波动率模型。第七章介绍各类 ARCH/GARCH 模型，包括模型的设定、模型的统计性质和极大似然估计等。第八章是随机波动率模型，重点是模型的设定并导出模型的矩条件以应用于 GMM 估计。

金融学不同于经济学的另一重要特点是其广泛地使用连续时间模型。这些模型包括 Black 和 Scholes (1973) 奠基期权定价理论的文章中使用的简单模型——几何布朗运动，到最近提出的许多复杂高深的模型。伴随众多新模型的提出，金融学研究者同时也投入大量精力解决连续时间模型的估计和统计推断问题。因此，金融计量学在这方面的研究也对统计学与计量经济学的文献作出了贡献。

本书第二部分是连续时间模型。第九章介绍由布朗运动和泊松过程驱动的随机过程，重点是在资产定价理论中非常重要的随机积分和伊藤引理。第十章总结了迄今金融中常用的连续时间模型。为后面模型估计方法的应用作准备，我们导出了各种模型的转移密度函数、特征函数或矩条件。

本书主要介绍连续时间模型的三种估计方法。第十一章介绍累积量匹配、矩方法 (MM)、广义矩方法 (GMM)、极大似然估计 (MLE) 等常用的参数估计方法。第十二章介绍有关瞬时利率模型的几种半参数与非参数估计方法，如 Ait - Sahalia 的半参数估计、Stanton 的非参数估计以及 Jiang 和 Knight 的非参数估计。当一个模型的转移密度函数不存在解析形式时，MLE 方法变得不可行。但有时模型的特征函数有可能存在解析形式，因而特征函数可以用作模型的估计。我们在第十三章介绍基于特征函数的估计方法。

近年来，金融高频数据的出现推动了金融学中新的研究方法的发展。高频数据的主要应用领域是波动率估计和跳跃检验。本书最后一章第十四章叙述了高频金融数据领域研究的最新进展。我们首先介绍二次变差 (QV)、已实现方差 (RV) 和幂变差的概念，然后阐述基于高频数据的各种跳跃检验，最后讨论市场微观结构噪声对已实现方差的估计和对跳跃检验的影响以及调整的方法。

本书作者试图保持的第二个平衡是简洁与严谨的平衡。如前所述，金融学研究大多由实际问题引发。除此之外，金融研究的结果往往需要报告给金融业界人士和普通公众。因此，研究方法最好能简单而且直观。本书的一大特点是，在介绍不同金融概念和理论时，我们确保用简单但不失严谨的方式阐述。更为重要的

是，当阐述复杂的研究方法时，我们力图保持叙述方式的简洁和直观。我们通常的叙述方式是，首先从简单情况开始，然后才过渡到更为一般的情况。这一方式在叙述资产定价模型的检验中就体现得非常清楚。第二章资产定价模型的时间序列检验中，我们从单资产的 CAPM 检验开始，它就是一个简单的一元线性回归。然后我们拓展到多资产的一元线性回归组模型。最后，我们拓展到多资产多元模型的情形，即多元线性回归组模型。在第三章资产定价模型的横截面检验中，我们同样从最简单的单资产 CAPM 检验开始，介绍了单排序法和一元 Fama - MacBeth 回归。然后我们拓展到多元模型，介绍双排序法和多元线性回归。对于多资产的多元模型，我们在第四章面板数据模型的框架下考察了资产定价模型的检验问题。

在阐述连续时间模型的估计方法时，我们采用了同样的原则。在第十一章以更为基础的参数估计方法开篇，接下来在第十二章介绍半参数与非参数方法，然后第十三章介绍基于特征函数的估计方法。特别地，在第十一章参数估计方法我们重点介绍了普遍应用的矩方法、广义矩方法 (GMM)、极大似然估计 (MLE) 等。

在本书每一章的最后，我们回顾了主要概念和主要结果，并提供一定数量的习题。通过做这些习题，学生可以更牢固地掌握并加深对基本概念的理解。实证方面的习题还能帮助学生熟悉实证研究的步骤、数据处理和编程等方面的工作。对于实证练习中用到的数据，读者可以在作者的个人主页 (<http://www.u.arizona.edu/~gjiang/>) 上下载。

本书的另一个特点是我们提供了各种模型的路径模拟，以说明模型的动态特征。这些模型的路径模拟在直观上能帮助学生更好地理解模型的性质。此外，我们还提供了各种模型路径模拟的详细算法。因此，学生可以通过这些练习加深对模型性质的理解，并且能很容易地把这些算法应用到将来的研究项目中去。

本书的定位是硕士研究生水平以及具有较强技术基础的高年级本科生的金融计量学教科书。当然，博士研究生同样也会发现本书具有一定的参考价值。本书的部分内容，对一些高年级本科生尤其是较少技术背景的学生，将具有一定的难度。考虑到不同章节的难易程度，对于各层次学生的学习内容，我们的建议如下：

- 对于硕士研究生，第十二章和十三章的内容可以跳过；
- 对于高年级本科生，除第十二章和十三章的内容之外，第八章、第十四章的大部分内容都可跳过。

这将帮助教师和学生决定一个学期的课程可以讲授哪些内容。另外，本书还舍弃了某些高难度内容。例如，最近的文献提出了不同的模拟方法来估计连续时间模型，但由于技术上要求过高，我们不予介绍。

在本书的写作过程中，很多国内外学界同仁提出了非常好的意见和建议。这些意见和建议使本书进一步完善。在此，我们对以下学者表示诚挚的谢意：

丁剑平——上海财经大学
万解秋——苏州大学
于孝建——华南理工大学
马晓兰——云南财经大学
王仁曾——华南理工大学
王文举——首都经济贸易大学
王明进——北京大学
王耀东——上海财经大学
卢亮亮——上海财经大学
白仲林——天津财经大学
石磊——云南财经大学
龙超——云南财经大学
乔云霞——北京工商大学
刘立新——对外经济贸易大学
孙坚强——华南理工大学
汤珂——中国人民大学
宋军——复旦大学
吴鑑洪——浙江工商大学
张书华——天津财经大学

张涤新——南京大学
李春琦——上海财经大学
李腊生——天津财经大学
沈根祥——上海财经大学
周勇——上海财经大学
庞皓——西南财经大学
罗玉波——北京工商大学
苑莹——东北大学
郑振龙——厦门大学
金滢——中山大学
赵卫亚——浙江工商大学
赵进文——东北财经大学
饶育蕾——中南大学
徐龙炳——上海财经大学
彭兴韵——中国社会科学院
曾勇——电子科技大学
程展兴——上海财经大学
路万忠——上海财经大学
Li Xuan - University of Arizona

本书大部分内容的写作是在姜近勇博士访问云南财经大学和潘冠中博士访问亚利桑那大学期间完成的。作者对两校的支持表示感谢。作者还要感谢亚利桑那大学和云南财经大学的同事，他们在本书写作过程中提供了很多帮助，并一直给予关注和支持。

在本书写作过程中，University of Arizona、ALBA Graduate Business School、上海财经大学等院校的学生也对本书内容提出了很多好的意见和建议，我们在此表示感谢。

此外，我们要感谢中国财政经济出版社编辑付克华先生，他为本书的出版做了大量的工作。同时还要感谢中国财政经济出版社的推荐，使得本书列入财政部规划教材。

中国社会科学院数量经济与技术经济研究所汪同三研究员阅读了本书初稿之后，欣然为本书作序。我们衷心感谢他的支持和鼓励。

本书的编写历时两年多，我们投入了大量的时间和精力。我们也尽可能地采纳了来自各方面的建议和修改意见。但是由于时间限制，一些非常好的建议未能纳入本版内容之中。此外，本书肯定还会存在其他的不足之处。我们欢迎读者继续提出建议和意见。待本书再版时，我们将改进这些不足，力求更加完善。

姜近勇 潘冠中

2011年5月

于云南财经大学，云南昆明

目 录

第一部分 离散时间模型

第一章 收益率的计算、常用数据库及统计软件	(3)
1.1 收益率的计算	(3)
1.2 常用金融数据库	(10)
1.3 常用统计软件	(13)
第二章 资产定价模型的时间序列估计与检验	(18)
2.1 资本资产定价模型	(19)
2.2 CAPM 的估计与检验	(21)
2.3 实证例子	(29)
2.4 多因子模型的估计与检验	(33)
第三章 资产定价模型的横截面估计与检验	(42)
3.1 CAPM 的横截面含义	(42)
3.2 排序分析	(43)
3.3 Fama - MacBeth 回归	(52)
第四章 面板数据模型与方差估计	(61)
4.1 面板数据模型	(61)
4.2 混合回归与 Fama - MacBeth 回归	(65)
4.3 方差估计	(68)
第五章 随机游走检验	(79)
5.1 随机游走的设定	(80)
5.2 随机游走的统计检验	(82)

5.3	随机游走的经济检验	(91)
5.4	随机游走检验与有效市场假说	(97)
第六章	事件研究方法	(101)
6.1	事件研究的步骤	(101)
6.2	测定与分析超常收益率	(104)
6.3	超常收益率的加总	(108)
6.4	实证例子	(111)
第七章	ARCH/GARCH 模型	(119)
7.1	条件波动率与资产收益率模型	(119)
7.2	σ_t^2 的设定	(121)
7.3	z_t 的设定	(129)
7.4	模型的估计	(130)
7.5	实证例子	(131)
第八章	随机波动率模型	(139)
8.1	随机波动率模型的设定	(139)
8.2	SV 模型的矩条件	(142)
8.3	SV 模型的广义矩 (GMM) 估计	(148)
8.4	其他估计方法	(154)
<hr/> 第二部分 连续时间模型 <hr/>		
第九章	由布朗运动和泊松过程驱动的随机过程	(159)
9.1	布朗运动	(159)
9.2	随机微分方程	(162)
9.3	伊藤积分与伊藤引理	(164)
9.4	多维布朗运动及伊藤引理	(167)
9.5	模拟扩散过程	(168)
9.6	跳跃—扩散过程	(173)
9.7	模拟跳跃—扩散过程	(176)
第十章	金融中常用连续时间模型的统计性质	(182)
10.1	单因子扩散模型	(183)

10.2	多因子扩散模型	(201)
10.3	跳跃—扩散模型	(208)
第十一章	连续时间模型的参数估计方法	(226)
11.1	累积量匹配、矩方法和广义矩方法	(226)
11.2	极大似然估计	(234)
11.3	拟极大似然估计与近似极大似然估计	(240)
第十二章	利率模型的半参数与非参数估计方法	(247)
12.1	平稳扩散过程的重要性质	(248)
12.2	密度函数的核估计与条件期望的 N - W 估计	(249)
12.3	扩散模型的半参数估计方法	(251)
12.4	扩散模型的非参数估计方法	(252)
第十三章	连续时间模型的特征函数估计方法	(261)
13.1	特征函数的定义及基本性质	(261)
13.2	独立同分布 (iid) 情形的 ECF 估计	(263)
13.3	平稳弱相依情形的 ECF 估计	(265)
第十四章	高频数据分析	(274)
14.1	二次变差与已实现方差	(275)
14.2	已实现幂变差、双幂变差与多幂变差	(279)
14.3	市场微观结构噪声的影响	(282)
14.4	跳跃检验	(288)
参考文献	(298)
索 引	(308)

第一部分

离散时间模型

第一章 收益率的计算、常用数据库及统计软件

收益率衡量金融证券、投资组合和各种投资策略的业绩表现，因此，可以说是金融中最重要的概念。在本章，我们首先定义单个资产的简单收益率和对数收益率，后者又称为连续复利的收益率，然后介绍如何把多个时间段的收益率加总（收益率的时间加总），以及如何把组合中不同证券的收益率加总（收益率对证券加总）的方法。对于收益率的时间加总，我们考虑了买入持有的被动投资策略和积极调整的动态调整策略。对于组合中收益率对证券加总，我们将介绍金融学中常用的三种赋予组合权重的方法：等权重组合、价值权重组合和价格权重组合。在本章的阐述中，我们会时常加入一些实证例子以进一步阐明这些概念。

在前言部分我们提到，金融的特点之一就是数据的丰富性。在本章，我们简要地介绍金融中常用的一些数据库。这些数据库记录了上市公司季度和年度财务报表、金融证券（如股票、债券、外汇等）价格和收益率、金融市场的交易活动等等。它们不仅在金融业界的实践中广泛应用，而且对金融研究也是不可或缺的。此外，海量的金融数据也给金融研究中的数据处理和统计方法带来了挑战。在本章，我们还对金融业界和金融研究中常用的各种统计软件进行简明的介绍。

1.1 收益率的计算

资产的收益率是金融学的核心研究对象，最常见的金融资产包括股票、债券（国库券、公司债券等）、外汇等。记 $t-1$ 期末资产的价格为 P_{t-1} ， t 期末资产的价格为 P_t （我们有时也将 t 期末称为 t 时刻）， t 时期（不包括 t 期始）资产红利为 D_t （参见图 1-1）。我们称 $X_t \equiv P_t + D_t$ 为资产在 t 时期的支付。 t 时期的简单收益率 R_t 定义为：

$$R_t \equiv \frac{X_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

$$= \frac{P_t + D_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (1.1)$$

我们也将 R_t 称为净收益率。与之对应, $1 + R_t$ 称为总收益率。与简单收益率相对应的是连续复利收益率 r_t , 它的定义为:

$$\begin{aligned} r_t &\equiv \ln(X_t/P_{t-1}) \\ &= \ln X_t - \ln P_{t-1} \\ &= \ln(P_t + D_t) - \ln P_{t-1} \end{aligned} \quad (1.2)$$

由于它是 X_t 与 P_{t-1} 取自然对数相减而得, 我们往往也称之为对数收益率。

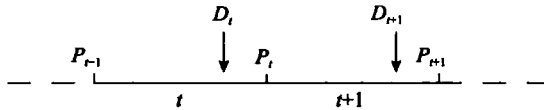


图 1-1 时期、资产价格与红利

在没有红利的情况下, 即 $D_t = 0$ 时, 我们有:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (1.3)$$

$$r_t = \ln(P_t/P_{t-1}) \quad (1.4)$$

显然, 根据简单收益率和对数收益率的定义, 我们有:

$$r_t = \ln(1 + R_t) \quad (1.5)$$

$$R_t = e^{r_t} - 1 \quad (1.6)$$

在以下的分析中, 为简单起见, 我们假设资产不分红利, 即 $D_t = 0$ 。

1.1.1 收益率的时间加总

在实际应用中, 我们通常有单期收益率的数据, 但需要计算多期收益率。从单期的收益率求多期的收益率, 称为收益率的时间加总。根据投资策略的不同, 多期收益率分为买入持有策略 (Buy - and - Hold) 的收益率和动态调整策略 (Dynamic Re - balancing) 的收益率, 它们的计算各有不同。买入持有策略和动态调整策略的定义将在接下来的内容中给出。

在以下分析中, 我们把各种收益率的符号规定如下:

- 对于单期收益率, 我们记为:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$