

教育部高等学校管理科学与工程类教学指导委员会推荐教材

全国高等学校管理科学与工程类专业规划教材

# 运筹学教程

林齐宁 编

Operations  
Research



清华大学出版社

教育部高等学校管理科学与工程类教学指导委员会推荐教材  
全国高等学校管理科学与工程类专业规划教

# 运筹学教程

林齐宁 编

Operations  
**Operations**  
Research  
Research

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书主要介绍在生产管理中常用的运筹学理论和方法。全书共 11 章,分别介绍线性规划、对偶理论与灵敏度分析、运输问题、整数规划、动态规划、图与网络分析、随机服务理论概述、生灭服务系统、一般服务系统、库存理论和网络计划方法。在介绍各种运筹学理论和方法时,尽量结合生产管理的具体应用背景,深入浅出,力求从大家熟悉的简单问题入手,逐步过渡到运筹学比较抽象和难度较高的概念和原理,从而使读者比较容易理解和掌握运筹学解决实际问题的基本原理和方法。

本书可作为经济、管理类本科、专科和 MBA 学生的运筹学课程教材和教学参考书,也可供经济研究和经营管理人员参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话: 010-62782989 13701121933

## 图书在版编目(CIP)数据

运筹学教程/林齐宁编.--北京: 清华大学出版社, 2011.12

(全国高等学校管理科学与工程类专业规划教材)

ISBN 978-7-302-27363-9

I. ①运… II. ①林… III. ①运筹学—高等学校—教材 IV. ①O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 237870 号

责任编辑: 高晓蔚

责任校对: 王凤芝

责任印制: 杨 艳

出版发行: 清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社 总 机: 010-62770175

地 址: 北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编: 100084

邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈: 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者: 北京市清华园胶印厂

经 销: 全国新华书店

开 本: 185×230 印 张: 17 插 页: 1 字 数: 355 千字

版 次: 2011 年 12 月第 1 版 印 次: 2011 年 12 月第 1 次印刷

·印 数: 1~5000

定 价: 29.00 元

# 前言 FOREWORD

运筹学是采用定量的优化方法解决生产管理过程中的具体问题。运筹学的有关理论和方法已在生产管理实践中得到广泛的应用。因此,运筹学是工商管理硕士,经济、管理类本科和专科学生的必修课,也是许多经营管理人员非常重视和迫切需要了解和掌握的一门课程。

本书主要介绍在生产管理中常用的运筹学理论和方法。全书共 11 章,分别介绍线性规划与单纯形法,对偶理论与灵敏度分析,运输问题,整数规划,动态规划,图与网络分析,随机服务理论概述,生灭服务系统,一般服务系统,存储理论和网络计划方法。

本书是在作者多年本科和 MBA 运筹学教学实践基础上编写而成的。其中,习题部分由忻展红老师编写。

作者在多年的本科和 MBA 运筹学教学实践中体会到,许多学生对运筹学的一些基本概念和原理普遍感到难以理解和掌握。作者曾和一些高校部分运筹学教师交流运筹学教学心得和体会,也曾和一些高校部分本科和 MBA 学生交流学习运筹学的心得和体会。综合这些交流心得体会以及多年运筹学教学实践,作者认为,为了使本科和 MBA 学生更好地理解和掌握运筹学的基本概念和原理,在运筹学教学过程中,应注意如下一些问题:

(1) 第一节课就应实事求是地告诉学生,由于运筹学是属于应用数学的一个分支,其中的一些基本概念和原理确实有一些抽象,理解和掌握这些基本概念和原理是有一定难度,但也不是像许多人想象的那么难,通过适当学习和用心体会完全可以很好地理解和掌握运筹学的基本概念和原理。

(2) 运筹学教师应该尽量站在学生的角度来讲述运筹学的基本概念和原理,对于一些比较抽象的运筹学的概念和原理可通过一些学生比较容易理解和接受的简单实例来讲解。

(3) 第 1 章线性规划的基本概念和原理可多花一些时间讲解。俗话说“万事开头难”,学生如果能很好理解和掌握第 1 章线性规划的基本概念和原理,将会为学好后面各章的运筹学内容打下良好的信心和兴趣基础。许多学生由于没有很好理解和掌握第 1 章线性规划的基本概念和原理,而直接影响了学习后面各章内容的信心和兴趣。



为此,作者在介绍各种运筹学理论和方法时,尽量结合生产管理的具体应用背景,并充分考虑了本科学生和MBA学生学习的特点,力求从大家熟悉的一些简单问题入手,逐步过渡到运筹学相对比较抽象和难度较高的概念与原理,从而使读者比较容易理解和掌握运筹学解决实际问题的基本原理和方法。

作者特意用了较多的笔墨叙述第1章线性规划的基本概念和原理,其目的是使读者在很好地理解和掌握这些基本概念和原理的同时,建立起学好后面各章运筹学内容的信心和兴趣。

由于作者水平有限,书中肯定有不少错误和不妥之处,恳请读者批评指正。

林齐宁

2011年8月

# 目 录 CONTENTS

第 0 章 绪论 .....	1
0.1 运筹学的起源和发展过程 .....	1
0.1.1 线性规划 .....	2
0.1.2 动态规划 .....	3
0.1.3 图与网络分析 .....	3
0.1.4 随机服务系统理论 .....	3
0.1.5 存储论 .....	4
0.2 运筹学的基本特点和研究对象 .....	4
0.3 运筹学研究解决问题的方法步骤 .....	4
0.4 运筹学与其他学科的关系 .....	5
第 1 章 线性规划 .....	6
1.1 线性规划模型 .....	6
1.1.1 问题的提出 .....	6
1.1.2 线性规划数学模型的一般表示 .....	10
1.2 线性规划图解法 .....	12
1.3 线性规划求解的基本原理和单纯形法 .....	14
1.3.1 线性规划问题的标准形 .....	14
1.3.2 线性规划问题的解和基本定理 .....	16
1.3.3 单纯形法的基本原理 .....	24
1.3.4 单纯形表及单纯形法 .....	33
1.4 单纯形法的进一步讨论 .....	42
1.4.1 人工变量法 .....	42
1.4.2 大 $M$ 法 .....	44
1.4.3 两阶段法 .....	45
1.4.4 单纯形法的一些具体问题 .....	47
1.5 修正单纯形法 .....	52

1.5.1 单纯形法的矩阵描述 .....	52
1.5.2 改进单纯形法 .....	54
1.6 线性规划建模案例分析 .....	57
1.6.1 线性规划建模基本步骤 .....	57
1.6.2 线性规划建模案例分析 .....	58
<b>第2章 对偶理论与灵敏度分析 .....</b>	<b>61</b>
2.1 线性规划问题的对偶问题及其变换 .....	61
2.1.1 线性规划对偶问题的提出及其经济意义 .....	61
2.1.2 原问题及其对偶问题的表达形式 .....	63
2.2 线性规划的对偶定理 .....	67
2.3 原问题检验数与对偶问题的解 .....	72
2.4 对偶单纯形法 .....	75
2.4.1 对偶单纯形法的基本思路 .....	75
2.4.2 对偶单纯形法的步骤 .....	76
2.5 线性规划的灵敏度分析 .....	80
2.5.1 影子价格 .....	80
2.5.2 价值系数的灵敏度分析 .....	82
2.5.3 右端项的灵敏度分析 .....	84
2.5.4 技术系数的灵敏度分析 .....	85
2.5.5 增加新的决策变量分析 .....	87
2.5.6 新增约束条件的分析 .....	87
2.5.7 灵敏度分析实例讨论 .....	88
2.5.8 线性规划灵敏度分析小结 .....	91
<b>第3章 运输问题 .....</b>	<b>92</b>
3.1 运输问题的提出及其数学模型 .....	92
3.1.1 运输问题的提出 .....	92
3.1.2 运输问题的数学模型的一般形式 .....	93
3.2 运输问题的求解方法——表上作业法 .....	94
3.2.1 确定初始基础可行解 .....	95
3.2.2 用位势法进行最优解的判别 .....	99
3.2.3 求新的更好基础可行解 .....	101
3.3 运输问题的一些具体问题 .....	102



<b>第4章 整数规划 .....</b>	108
4.1 整数规划问题及其数学模型 .....	108
4.1.1 问题的提出 .....	108
4.1.2 整数规划的数学模型 .....	109
4.1.3 整数规划的典型问题 .....	109
4.2 整数规划问题的解法 .....	111
4.2.1 整数规划的图解法 .....	112
4.2.2 整数规划的分支定界法 .....	112
4.2.3 整数规划的割平面法 .....	114
4.3 任务分配问题 .....	114
4.3.1 任务分配问题的数学模型 .....	115
4.3.2 任务分配问题的解法——匈牙利解法 .....	116
4.3.3 目标函数为 max 的任务分配问题 .....	120
4.3.4 其他非标准任务分配问题 .....	121
<b>第5章 动态规划 .....</b>	123
5.1 动态规划的最优化原理及其算法 .....	123
5.1.1 求解多阶段决策问题的方法 .....	123
5.1.2 最优化原理和动态规划递推关系 .....	127
5.2 动态规划模型举例 .....	129
5.2.1 资源分配问题 .....	129
5.2.2 项目选择问题 .....	132
5.2.3 生产和库存控制问题 .....	134
5.2.4 目标函数为乘积形式的动态规划 .....	137
5.2.5 连续性变量动态规划问题解法 .....	140
5.2.6 动态规划方法求解非线性规划 .....	141
<b>第6章 图与网络分析 .....</b>	143
6.1 图和网络的基本概念 .....	143
6.1.1 图的定义 .....	144
6.1.2 基本概念和术语 .....	145
6.2 树图与最小生成树 .....	146
6.2.1 树的定义及其性质 .....	146

6.2.2 图的生成树 .....	147
6.2.3 最小生成树 .....	148
6.2.4 最小生成树的算法: Prim 算法 .....	149
6.3 最短路径问题 .....	150
6.3.1 从始点到其他各点最短路径的算法 .....	150
6.3.2 所有任意两点间的最短路径的算法 .....	154
6.3.3 边不相交的 $k$ -最短路问题 .....	156
6.3.4 最短路应用实例 .....	156
6.4 网络的最大流、最小截集 .....	158
6.4.1 网络的最大流的概念 .....	158
6.4.2 网络的截集和截集容量 .....	159
6.4.3 确定网络流的标号算法 .....	159
6.4.4 多端网络问题 .....	163
6.4.5 最小费用最大流 .....	163
6.4.6 以最短路为基础汇总网络上的流 .....	166
6.5 欧拉回路和中国邮递员问题 .....	167
6.6 哈密尔顿回路及旅行推销员问题 .....	168
6.6.1 哈密尔顿回路 .....	168
6.6.2 旅行推销员问题 .....	168
6.7 选址问题 .....	169
6.7.1 各点之间的距离 .....	169
6.7.2 中心的选择 .....	169
6.7.3 中位点的选择 .....	171
<b>第 7 章 随机服务理论概述 .....</b>	<b>172</b>
7.1 随机服务系统要素 .....	172
7.2 随机服务过程 .....	174
7.3 服务过程 .....	175
7.3.1 常用的概率分布 .....	176
7.3.2 负指数分布的性质 .....	178
7.4 到达过程 .....	179
7.5 生灭过程 .....	181



<b>第 8 章 生灭服务系统 .....</b>	<b>184</b>
8.1 损失制系统 .....	184
8.1.1 $M/M/n$ 无限源损失制系统 .....	184
8.1.2 $M/M/n$ 有限源损失制系统 .....	190
8.1.3 $M/M/n$ 无限源其他损失制系统 .....	192
8.2 等待制系统 .....	193
8.2.1 $M/M/n$ 无限源无限容量等待制系统 .....	193
8.2.2 $M/M/n; \infty/\infty/FIFO$ 系统的各种指标 .....	194
8.2.3 等待时间的概率分布 .....	196
8.2.4 $M/M/n$ 有限源等待制系统 .....	198
8.3 混合制系统 .....	200
<b>第 9 章 一般服务系统 .....</b>	<b>202</b>
9.1 $M/G/1$ 无限源等待制系统 .....	202
9.1.1 朴拉切克-欣钦公式 .....	202
9.1.2 定长服务时间 $M/D/1$ 系统 .....	203
9.1.3 爱尔兰服务时间 $M/E_k/1$ 系统 .....	203
9.2 部分利用度与溢流系统 .....	203
9.2.1 部分利用度 .....	203
9.2.2 溢流系统 .....	204
<b>第 10 章 库存理论 .....</b>	<b>212</b>
10.1 经典库存理论和现代库存理论 .....	212
10.2 库存理论的几个要素和基本概念 .....	213
10.3 确定型库存模型 .....	216
10.3.1 模型 1——不允许缺货模型 .....	216
10.3.2 模型 2——允许缺货模型 .....	220
10.3.3 模型 3——连续性进货、不允许缺货模型 .....	222
10.3.4 模型 4——两种存储费、不允许缺货模型 .....	224
10.3.5 模型 5——批量折扣、不允许缺货模型 .....	226
10.4 随机型存储模型 .....	228
10.4.1 需求随机的单期存储模型 .....	229
10.4.2 需求随机的缓冲储备量模型 .....	232

<b>第 11 章 网络计划方法</b>	236
11.1 统筹法	236
11.1.1 网络图的组成	237
11.1.2 网络图的绘制	238
11.1.3 网络图的时间参数和计算方法	240
11.2 网络图的分析与应用	246
11.2.1 项目按期完成概率的分析	246
11.2.2 作业开工早晚对项目费用支付的影响	248
11.2.3 经济赶工的分析	250
<b>习题</b>	254
<b>参考文献</b>	262

# CHAPTER 0

# C 第0章 緒論

## 0.1 运筹学的起源和发展过程

运筹学在英国称为 operational research，在美国称为 operation research（缩写为 O. R.）。Operation Research 原意是操作研究、作业研究、运用研究、作战研究，译作运筹学，是借用了《史记》“运筹于帷幄之中，决胜于千里之外”一语中“运筹”二字，既显示其军事的起源，也表明它在我国已早有萌芽。

运筹学是在第二次世界大战期间发展起来的一门新兴学科。在第二次世界大战期间，英国空军为了应用雷达探测德国飞机的空袭，成立了一个由物理学家、数学家、天文学家和军人组成的作战研究小组，称为空军运筹学小组，专门研究作战防空问题。其主要任务包括防卫战斗机的合理布置等。由于空军运筹学小组的出色工作和成效显著，英国海军也成立了类似的作战研究小组，专门研究运输船队护航问题，反潜深水炸弹的合理爆炸深度等问题，结果均取得良好的效果。如研究反潜深水炸弹的合理爆炸深度后，使德国潜艇被摧毁的数量增加到 400%。

第二次世界大战以后，英、美等国在军队中成立了更加正式的运筹研究组织，继续研究战略、战术及武器运用等问题。此外，运筹学也开始在工业、农业和经济社会等其他领域得到广泛应用。随着运筹学应用范围不断扩大和深入，一些专家、学者也对运筹学理论进行了更加深入的研究。美国运筹学家 P. M. Morse 与 G. E. Kimball 于 1952 年出版了《运筹学方法》一书，并把运筹学定义为：“运筹学是在管理领域，运用数学方法，对需要管理的问题统筹规划，作出决策的一门应用科学。”

从 20 世纪 40 年代后期开始，一些国家先后成立了运筹学专门学会。1948 年，英国首先成立了运筹学会，美国于 1952 年成立了运筹学会，法国于 1956 年成立了运筹学会，日本和印度于 1957 年成立了运筹学会。到 1986 年为止，世界上已有 38 个国家和地区成立了运筹学会或类似组织。1959 年，英、美、法三国发起成立了国际运筹学联合会 (IFORS)，以后各国的运筹学会纷纷加入。此外，还有一些其他地区性运筹学会组织，如欧洲运筹学协会 (EURO) 成立于 1976 年，亚太运筹学协会 (APORS) 成立于 1985 年。

早在 20 世纪 50 年代中期，我国著名科学家钱学森、许国志等教授将运筹学从西方引入国内。1956 年在中国科学院力学研究所成立了运筹学小组，1958 年成立了运筹学研究

室。1960 年在山东济南召开了全国应用运筹学的经验交流和推广会议；1962 年和 1978 年先后在北京和成都召开了全国运筹学专业学术会议；1980 年 4 月，中国数学会运筹学分会成立。这对运筹学在我国的发展，无疑起到很大的推动作用。1982 年中国运筹学会加入 IFORS，1991 年中国运筹学会成立。1999 年 8 月组织了第 15 届 IFORS 大会。著名数学家华罗庚教授任运筹学会第一届理事会理事长，此后，著名数学家越民义、徐光辉、章祥荪、袁亚湘教授先后任运筹学会理事会理事长。目前，运筹学已在我国各个部门得到广泛应用。

中国运筹学会现有专业委员会 11 个、地方分会 9 个，团体会员 68 个，个人会员 1200 多人，集中了全国运筹学最优秀的科研人员。同时，中国运筹学会还主办《运筹学学报》和《运筹与管理》两份杂志。

运筹学的快速发展还要归功于另外两个关键因素。一是第二次世界大战之后，运筹学的技术得到实质性的进展，主要的贡献之一为：1947 年 George Dantzig 给出了线性规划的单纯型解法。

第二个因素是计算机革命。由于计算机的出现，原来依靠手工计算而限制了运筹学发展的运算规模得到革命性的突破。计算机的超强计算能力大大激发了运筹学在建模和算法方面的研究；同时，大量标准的运筹学工具被制作成通用软件（如 LINGO 等），或编入企业管理软件，如 MRPII、ERP 等。

随着科学技术和生产的发展，运筹学本身也在不断发展。目前，运筹学已发展成为具有许多分支的研究学科，如线性规划、动态规划、图与网络分析、排队论、存储论等。下面简单介绍一些运筹学的分支学科。

### 0.1.1 线性规划

在生产和经营管理工作中，如何有效地利用有限的人力和物力取得最优的经济效果，或在预定的目标条件下，如何花费最少的人力和物力去实现目标，这类问题统称为规划问题。规划问题用数学语言描述为：根据研究问题的目标选取适当的一组变量，问题的目标用变量的函数形式表示，该函数称为目标函数，问题的约束条件用一组由选定变量组成的等式或不等式表达，这些等式或不等式称为约束方程。即规划问题由一个或几个目标函数和一组约束方程构成。

最简单的规划问题是线性规划。线性规划只有一个目标函数，且目标函数和约束方程都是线性函数。线性规划建模相对简单，有通用的算法和计算机软件，是运筹学应用最为广泛的一个分支。用线性规划求解的典型问题有生产计划问题、混合配料问题、下料问题、运输问题等。

当线性规划的变量只能取整数时，线性规划转变为整数线性规划，简称整数规划。特别地，当线性规划的变量只能取 0 或 1 整数时，整数规划称为 0-1 整数规划，简称 0-1 规

划。0-1 规划的一个典型应用是任务分配问题。

如果规划问题的目标函数或约束方程为非线性函数，则规划问题称为非线性规划。非线性规划是线性规划的进一步发展和继续。由于大多数工程物理量的表达式是非线性的，所以，非线性规划在各类工程中的优化设计有广泛的应用，是优化设计的有力工具。

### 0.1.2 动态规划

动态规划本质上也是一个规划问题，因为动态规划也有目标函数和约束方程。但是，由于动态规划是一种解决多阶段决策问题的优化方法。多阶段决策有“动态”含义，所以，通常把处理多阶段问题的方法称为动态规划。动态规划是 20 世纪 50 年代初由美国数学家贝尔曼(R. Bellman)等人提出的，该方法根据多阶段决策问题的特点，提出了决策多阶段决策问题的最优化原理。利用动态规划的最优化原理，可以解决生产管理和工程技术等领域的许多实际问题，如最优路径、资源分配、生产计划和库存等。由于动态规划的解题思路独特，所以，它在处理某些最优化问题时，比线性规划或非线性规划更有效。

### 0.1.3 图与网络分析

在日常生活中，我们可见到各种各样的图，如道路交通图、电话网络图等。这些图的共同特征是由一些节点和节点之间的连线组成。当然，对于不同图，节点与节点之间的连线含义不同。在道路交通图中，节点表示道路交叉点，节点之间的连线表示道路；而在电话网络图中，节点表示交换局，节点之间的连线表示中继线。另外，根据研究的具体图与网络对象，节点之间的连线可赋予特定含义的一个或若干个权值，如两点之间的距离、两点之间的流量等。图与网络分析的重要内容有：任意两点之间的最短路径、给定网络的最大通过流量等。图与网络分析在研究各类网络结构和流量优化等领域有重要的应用。

### 0.1.4 随机服务系统理论

随机服务系统理论是研究随机服务系统的数学理论和方法。在日常生活中，我们经常可见到各种各样的随机服务系统，如在银行办理存、取款业务，在商店购买商品，电话局对电话用户的服务，等等。在这些系统服务中，经常出现排队现象，所以随机服务系统理论又称排队论。

随机服务系统早已存在，但对随机服务系统的理论研究直到电话发明后才有了进展。丹麦科学家爱尔朗(A. k. Erlang)于 1909—1920 年发表了一系列根据话务量计算电话机键配置的方法，为随机服务理论奠定了基础。

一般来说，一个随机服务系统存在如下两个方面的要求：

- (1) 顾客希望服务质量好，如排队等待时间短、损失率低等；
- (2) 系统运营方希望设备利用率高。

显然,上述两个方面的要求是相互矛盾的。因此,随机服务系统理论研究的第一个任务是在给用户一个经济上能够承受的满意的质量条件下,系统的设备要配备多少?这实际上是一个系统设计问题。随机服务系统理论研究的第二个任务是计算给定一个随机服务系统的有关参数和指标,如顾客的平均等待时间、顾客的平均排队队长等。

随机服务系统理论在通信网、道路交通网的设计、流量分析以及性能评价等领域有重要的应用。

### 0.1.5 存储论

存储是常见的社会现象。如为了保证企业生产的正常进行,需要存储一定数量的原材料和配件;商店为了确保销售,需要存储一定数量的商品。存储论主要研究最优的存储策略,即确定什么时间进货以及每次进货量等于多少时,才能使系统的总费用最小。

## 0.2 运筹学的基本特点和研究对象

运筹学是一门应用科学,它广泛应用于现代科学技术知识和数学方法,解决生产和经济活动过程中提出的问题,为决策者选择最优决策提供定量的依据。

运筹学的主要特点之一是优化。它是以整体最优为目标,从系统的观点出发,力图以整个系统最佳的方式来协调各部门之间的利害冲突,从而求出问题的最优解。所以运筹学可看成是一门优化技术,为解决各类问题提供优化方法。

运筹学的另一个特点是定量。它为所研究的问题提供定量的解决方案。如采用运筹学研究资源分配问题时,其求解结果是一个定量的最优资源分配方案。

运筹学研究的主要对象是来自生产管理过程中的具体问题,如资源分配、物资调度、生产计划与控制等。

## 0.3 运筹学研究解决问题的方法步骤

运筹学在研究解决实际问题时,主要方法步骤有:(1)理清问题、明确目标;(2)建立模型;(3)求解模型;(4)结果分析。

### 1. 理清问题、明确目标

理清问题、明确目标是解决问题的首要步骤,因为运筹学所解决的问题一般都是生产管理过程中的具体问题,涉及的因素很多,事情发展的后果难以预计,所以要通过调查研究,把问题的实质、影响因素、约束条件以及可能导致的后果理出头绪。明确目标是解决问题的关键。同样的问题,目标不同可能引出不同的方案和结论。

## 2. 建立模型

建立模型就是把要解决的问题的参数、变量和目标等之间的关系用模型表示。如形象模型、数学模型、模拟模型等。为了易于定量解决问题,运筹学中的模型多半是数学模型。由于社会活动的复杂性,很难总结出一套规范的方法来建立模型。所以建立模型是一项创造性的劳动,要依靠运筹工作者发挥其聪明才智及其经验来完成。

## 3. 求解模型

建立模型之后,对它求解才能得到所要求的答案。对运筹学中现有的各种模型已经研究出多种解法,由于运算量一般都很大,通常需要用计算机计算。所以运筹学的广泛应用是与计算机的发展密切相系。

## 4. 结果分析

因模型中有许多实际因素需要考虑进去,如社会因素、政策因素等,因此对求解出的结果要从其他方面进行评价和研究。

## 0.4 运筹学与其他学科的关系

运筹学建模和求解等过程都需要利用很多数学知识,所以学习、应用运筹学应该具备较广的数学知识,许多运筹学者来自数学专业就是这个原因。有人甚至认为运筹学是一门应用数学。但是运筹学所解决的问题本身并非数学问题,而是生产管理过程的具体问题,在利用运筹学理论和方法解决具体问题时,需要涉及管理科学的有关理论,因此,运筹学的发展与管理科学的发展有密切的关系。此外,由于运筹学所研究的实际问题通常都比较复杂,而且规模较大,在求解这些问题时,必须借助计算机来完成,所以运筹学的发展还与计算机科学的发展有很大关系。

线性规划(linear programming)是运筹学的一个重要分支,它是研究在满足一组线性约束条件下,使某一线性目标函数达到最优的问题。1947年G. B. Dantzig提出了求解一般线性规划的方法——单纯形法以后,线性规划的理论趋向成熟,实际应用领域日益广泛和深入。随着计算机能够处理成千上万个约束条件和决策变量的线性规划之后,线性规划的应用领域更加广泛了。目前,线性规划已成为现代科学管理的重要手段之一,并在国防、科技、工业、农业、商业、交通运输、环境工程、经济计划、管理决策和教育等领域得到了广泛应用。

## 1.1 线性规划模型

### 1.1.1 问题的提出

本部分我们将以线性规划问题为小麻雀,解剖运筹学解决问题4个步骤的前两步(理清问题、明确目标和建立数学模型)的基本思路和过程,并展示运筹学的两个基本特点(优化和定量)与研究对象(生产管理中的一个个具体问题)。

在生产和经营管理工作中,经常需要进行合理的计划或规划。计划或规划的共同特点是,在人力、财力和物力等资源有限的条件下,如何确定方案,使总收入或总利润达到最大;或在规定的任务或指标的前提下,如何确定方案,使总成本或总消耗最小。

#### 例 1.1 多产品生产计划问题

某工厂计划用现有的铜、铅两种资源生产甲、乙两种电缆,已知甲、乙两种电缆的单位售价分别为6万元和4万元。生产单位产品甲、乙电缆对铜、铅资源的消耗量及可利用的铜、铅资源量如表1.1所示。

表 1.1 铜、铅资源的消耗量及可利用量

	甲电缆	乙电缆	资源量
铜/t	2	1	10
铅/t	1	1	8
单位售价/万元	6	4	