

高职高专教育“十二五”规划教材

YINGYONG GAODENG SHUXUE

应用高等数学

主编 胡桐春

北京工业大学出版社

013

861

高职高专教育“十二五”规划教材

应用高等数学

主 编	胡桐春		
副主编	胡大京	潘晓萍	余绵樟
编 委	王桂云	任红民	余绵樟
	张 帆	陈利鹏	胡桐春
	胡大京	郑锡陆	高永久
	斯彩英	李金嵘	潘晓萍
	潘厚勇		

北京工业大学出版社

内 容 提 要

本书是根据教育部制定的《高职高专教育数学课程教学基本要求》，结合最新的课程改革基本理念和多年的教学实践而编写的。

全书由基础模块、专业模块和实践模块组成，主要内容有函数、极限与连续，导数、微分及其应用，积分及其应用，线性代数，概率统计，积分变换，离散数学及 MATLAB 数学实验与建模；每章的阅读材料是本章内容的拓展或是数学文化的展示；每章的趣味应用，展现了知识的魅力与奥妙；书后附有习题参考答案及常用数表。

本书可作为高等职业院校工科类及经济类各专业的数学教材，也可供成人教育相关专业的读者学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

应用高等数学/胡桐春主编. —北京:北京工业大学出版社, 2010. 8

ISBN 978-7-5639-2453-0

I. ①应… II. ①胡… III. ①高等数学-高等学校-教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 158078 号

应用高等数学

主 编:胡桐春

责任编辑:董志乔

出版发行:北京工业大学出版社

地 址:北京市朝阳区平乐园 100 号

邮政编码:100124

电 话:010-67391106 010-67392308(传真)

电子信箱:bgdcbsfxb@163.net

承印单位:徐水宏远印刷有限公司

经销单位:全国各地新华书店

开 本:787 mm×1 092 mm 1/16

印 张:18.25

字 数:452 千字

版 次:2010 年 8 月第 1 版

印 次:2010 年 8 月第 1 次印刷

标准书号:ISBN 978-7-5639-2453-0

定 价:36.00 元

版权所有 翻印必究

图书如有印装错误,请寄回本社调换

前 言

为了适应高职高专教育发展的需要,根据教育部制定的《高职高专教育数学课程教学基本要求》及教育部[2006]16号文件关于培养高职高专学生成为高技能应用型人才的目标要求,我们编写了本书。

本书在编写过程中充分吸收了现有高职高专各类数学教材的长处,密切结合当前高职高专教学改革的实际,旨在编出具有自身特色的高职高专教材,具体体现为:

1. 注重各专业培养目标对数学基础知识的需求和学生可持续发展的需要. 根据不同专业需要与不同生源的情况选择与整合数学知识,以“必须、够用”为原则,进行“模块化”、“分层次”的教学内容设计,体现了高职教育特色。

2. 将数学建模思想与数学实验方法融入教学内容. 数学知识、建模思想与实验方法三者有机融合,体现了“教、学、做”合一,理论与实践一体化的高职教育模式。

3. 采用“问题驱动”. 充分体现数学知识的“问题的产生—问题的分析—问题的解决—实际中的应用”. 让学生了解知识的来龙去脉,激发其学习兴趣. 增加适合高职高专教育的数学应用案例,加强数学与生活 and 专业的联系,培养学生的数学应用意识、应用能力。

4. 弱化理论推导,强化直观描述. 注重数学概念的直观解释和数学思想方法的渗透. 对某些定理及其证明的表述力求自然、简明. 书中大量的图表,有助于学生更好地掌握数学知识。

5. 开辟阅读材料和趣味应用. 每章的阅读材料是本章内容的拓展或者是数学文化的展示;每章的趣味应用,展现了数学的魅力和奥妙,可以引发学生的学习兴趣,为终身学习和后续发展奠定基础。

全书内容分基础模块、专业模块和实践模块三部分,主要包括:函数、极限与连续,导数、微分及其应用,积分及其应用,线性代数,概率统计,积分变换,离散数学和 MATLAB 数学实验与建模. 其内容涵盖了高职高专院校工科类及经济类相关专业所必需的数学知识以及如何利用这些知识解决实际问题的数学思想方法. 本书的各模块及其内容组合可供相关专业根据其教学需要自行选用. 本书内容由浅入深,通俗易懂. 每章后配有习题 A 组(基础层次)和习题 B 组(提高层次). 每章的小结旨在梳理本章的知识点,突出重点与难点,整理知识间的结构与联系,并提供学习方法和指导。

全书由胡桐春(杭州科技职业技术学院)任主编,胡大京(浙江交通职业技术学院)、潘晓萍(杭州科技职业技术学院)、余绵樟(杭州科技职业技术学院)任副主编. 具体编写分工如下:第 1 章由张帆(湖州职业技术学院)、余绵樟编写,第 2 章由胡桐春编写,第 3 章由余绵樟、陈利鹏(杭州科技职业技术学院)编写,第 4 章由高永久(杭州科技职业技术学院)编写,第 5 章由潘晓萍编写,第 6 章由陈利鹏、胡大京编写,第 7 章由任红民编写,第 8 章由潘厚勇(杭州科技职业技术学院)编写. 参与

本书编写、讨论和审稿工作的还有浙江交通职业技术学院的郑锡陆、斯彩英、王桂云和杭州科技职业技术学院的葛建国、许也平等。书中图形由潘厚勇负责最后修改。全书由胡桐春负责最后定稿。

浙江大学博士生导师刘祥官教授、浙江传媒学院孙永平教授、杭州科技职业技术学院资深专家陈柏松督导对本书进行了认真的审核,并提出许多宝贵的意见和建议;杭州科技职业技术学院科研处长任红民教授参加编写并仔细审阅了部分稿件,在此一并表示衷心的感谢!

本书在编写过程中得到了杭州科技职业技术学院、浙江交通职业技术学院和湖州职业技术学院的大力支持,北京工业大学出版社的有关人员也为本书编写和出版提供了帮助,在此表示衷心感谢!

由于编者水平有限,错误和不当之处在所难免,恳请广大读者批评指正。

编 者

目 录

基础模块

第 1 章 函数、极限与连续	3
1.1 函数	3
1.1.1 常量和变量	3
1.1.2 函数的定义	3
1.1.3 函数的几种特性	8
1.1.4 基本初等函数	9
1.1.5 复合函数和初等函数	10
1.2 极限的概念	11
1.2.1 数列的极限	11
1.2.2 函数的极限	12
1.2.3 无穷小量与无穷大量	15
1.3 极限的运算	17
1.3.1 极限的四则运算法则	17
1.3.2 两个重要极限	19
* 1.3.3 无穷小量的比较	22
1.4 函数的连续性	22
1.4.1 函数连续的概念	22
1.4.2 函数的间断点	23
1.4.3 初等函数的连续性	25
本章小结	26
阅读材料 (一) 闭区间上连续函数的性质	27
趣味应用 (一) 连续复利计算	28
第 1 章 习题 A 组 (基础层次)	29
第 1 章 习题 B 组 (提高层次)	31
第 2 章 导数、微分及其应用	32
2.1 导数概念	32
2.1.1 变化率问题举例	32

2.1.2 导数的定义	34
2.1.3 按定义求导数	35
2.1.4 可导与连续的关系	36
2.1.5 导数的意义	37
2.2 导数运算	38
2.2.1 导数的基本公式	38
2.2.2 导数的四则运算法则	38
2.2.3 复合函数的求导法则	39
2.2.4 隐函数的求导法则	40
2.3 高阶导数	42
2.4 导数的应用	43
2.4.1 函数的单调性	43
2.4.2 函数的极值	45
2.4.3 函数的最值及应用	47
2.4.4 洛必达法则	49
2.5 微分及其应用	50
2.5.1 微分的定义	50
2.5.2 微分的几何意义	51
2.5.3 微分的基本公式与运算法则	51
2.5.4 微分在近似计算中的应用	52
2.6 多元函数的偏导数与极值	53
2.6.1 多元函数的偏导数	53
2.6.2 多元函数的极值	55
本章小结	56
阅读材料(二) 微分中值定理	57
趣味应用(二) 一年中哪一天白天最“长”	58
第2章 习题A组(基础层次)	59
第2章 习题B组(提高层次)	61
第3章 积分及其应用	63
3.1 不定积分	63
3.1.1 不定积分的概念与性质	63
3.1.2 换元积分法	67
3.1.3 分部积分法	72
3.2 定积分及其应用	74
3.2.1 定积分的概念与性质	74
3.2.2 定积分的计算	79
3.2.3 定积分的应用	83
3.3 广义积分	87
3.4 常微分方程	90

3.4.1 微分方程的基本概念	90
3.4.2 可分离变量的微分方程	91
3.4.3 一阶线性微分方程	92
本章小结	94
阅读材料(三) 微积分的产生	95
趣味应用(三) 微积分与万有引力定律	97
第3章 习题A组(基础层次)	98
第3章 习题B组(提高层次)	100

专业模块

第4章 线性代数	105
4.1 矩阵与行列式	105
4.1.1 矩阵的概念	105
4.1.2 矩阵的运算	107
4.1.3 行列式	113
4.2 矩阵的初等变换	118
4.2.1 初等变换的概念	118
4.2.2 矩阵的秩	120
4.2.3 矩阵的逆	121
4.3 线性方程组	124
4.3.1 线性方程组的概念	124
4.3.2 高斯消元法	126
4.3.3 线性方程组解的判定	128
4.4 应用举例	131
本章小结	133
阅读材料(四) 线性规划问题的数学模型	136
趣味应用(四) 千年世界名题“百钱买百鸡”问题	139
第4章 习题A组(基础层次)	142
第4章 习题B组(提高层次)	144
第5章 概率统计	146
5.1 随机事件与概率	146
5.1.1 随机事件及其表达	146
5.1.2 随机事件的概率	149
5.2 随机变量的分布及其数字特征	153
5.2.1 随机变量及其分布	153
5.2.2 随机变量的数字特征	156

5.3 数理统计初步	159
5.3.1 样本、统计量与抽样分布	159
5.3.2 参数估计	160
5.3.3 假设检验	161
本章小结	163
阅读材料(五)趣味无穷的概率	163
趣味应用(五)区间估计与假设检验哪一个方法好	165
第5章 习题A组(基础层次)	167
第5章 习题B组(提高层次)	169
第6章 积分变换	171
6.1 傅里叶变换	171
6.1.1 傅里叶级数	171
6.1.2 傅里叶积分与傅里叶变换	173
6.1.3 单位脉冲函数(δ 函数)及其傅里叶变换	175
6.1.4 傅里叶变换的性质	177
6.2 拉普拉斯变换	179
6.2.1 拉普拉斯变换的基本概念	179
6.2.2 拉普拉斯变换的基本性质	182
6.2.3 拉普拉斯逆变换	185
6.2.4 拉普拉斯变换的应用举例	186
本章小结	188
阅读材料(六)傅里叶变换的由来	189
趣味应用(六)刑事侦查中死亡时间的鉴定	189
第6章 习题A组(基础层次)	190
第6章 习题B组(提高层次)	191
第7章 离散数学	193
7.1 集合与关系	193
7.1.1 有限集合的计数问题	193
7.1.2 集合的概念	194
7.1.3 集合的运算	195
7.1.4 关系的概念	197
7.1.5 关系的性质	199
7.2 数理逻辑	201
7.2.1 苏格拉底三段论	201
7.2.2 命题逻辑	201
7.2.3 谓词逻辑	206
7.3 图论	210
7.3.1 哥尼斯堡七桥问题	210

7.3.2 图的基本概念	210
7.3.3 图的矩阵表示	212
7.3.4 欧拉图	213
7.3.5 树	214
本章小结	217
阅读材料(七) 哈密顿图	218
趣味应用(七) 悖论的魅力	219
第7章 习题A组(基础层次)	220
第7章 习题B组(提高层次)	222

实 践 模 块

第8章 MATLAB数学实验与建模	225
8.1 MATLAB入门	225
8.1.1 MATLAB简介	225
8.1.2 常量与变量	226
8.1.3 函数	228
8.1.4 一维数组(向量)的创建	228
8.2 实验一 MATLAB基本运算	229
8.2.1 算术运算	229
8.2.2 代数式运算	230
8.3 实验二 MATLAB可视化	231
8.3.1 二维曲线的绘制	231
8.3.2 三维参量曲线的绘制	235
8.3.3 符号函数三维网格图的绘制	236
8.4 实验三 根和极值	237
8.4.1 方程与方程组的根	237
8.4.2 一元函数的极值	238
8.5 实验四 微积分问题的MATLAB求解	239
8.5.1 求极限	239
8.5.2 求导数	240
8.5.3 求积分	241
8.6 实验五 积分变换问题的MATLAB求解	242
8.6.1 常微分方程的计算机求解	242
8.6.2 Laplace变换的计算机求解	243
8.6.3 Fourier变换的计算机求解	243
8.7 实验六 线性代数问题的MATLAB求解	244
8.7.1 矩阵的输入	244

8.7.2 矩阵的代数运算·····	245
8.7.3 逆矩阵与矩阵方程·····	246
8.7.4 线性方程组的求解·····	247
8.8 实验七 概率统计问题的 MATLAB 求解·····	249
8.8.1 几种常用的概率分布及其概率的求解·····	249
8.8.2 随机变量的数字特征——数学期望与方差·····	251
8.8.3 样本均值、方差和标准差·····	253
8.8.4 参数估计与区间估计·····	254
8.9 MATLAB 在数学建模中的应用·····	255
8.9.1 数学建模简介·····	255
8.9.2 数学建模案例·····	255
本章小结·····	257
阅读材料(八) MATLAB 发展史·····	258
趣味应用(八) 动物繁殖问题·····	259
第8章 习题A组(基础层次)·····	260
第8章 习题B组(提高层次)·····	261
附录A 标准正态分布表·····	263
附录B t 分布表·····	264
附录C χ^2 分布表·····	266
习题参考答案·····	267
参考文献·····	281

基础模块

第1章

函数、极限与连续

微积分是高等数学的核心. 函数是微积分的研究对象, 极限是微积分的研究工具. 微积分是通过极限方法来研究函数的分析性质(连续性、可导性、可积性等)和分析运算(极限运算、微分运算、积分运算等), 因此极限概念是微积分的重要概念, 是微积分的精华, 也是高等数学的灵魂. 本章将在复习和加深函数有关知识的基础上, 着重讨论函数的极限和函数的连续性问题.



学习目标

1. 理解函数、复合函数的概念和函数的基本特征, 掌握基本初等函数的性质及其图形, 会建立简单应用问题中的函数关系式.
2. 理解函数(包括数列)极限的概念, 了解无穷小、无穷大的概念及其关系, 熟练掌握极限的四则运算法则、两个重要极限及其应用, 会求复合函数的极限.
3. 理解函数的连续性及间断性, 会利用函数的连续性计算极限.

1.1 函 数

1.1.1 常量与变量

在观察自然现象或技术的过程中, 会遇到各种量, 一般可分为两类: 一类是指在过程中数值保持不变的量, 称为**常量**, 如圆的周长公式 $C=2\pi R$ 中的 2 和 π 都是常量, 常量可以是字母也可以是数值; 另一类是指在过程中数值不断发生变化的量, 称为**变量**, 如圆的周长公式 $C=2\pi R$ 中的 R 和 C , 都是变量可取不同的数值.

函数就是抽象出各种变量之间的相互依赖的关系, 并以数学的方式进行研究. 函数是微积分研究的基本对象, 是高等数学中最重要的概念之一.

1.1.2 函数的定义

[案例 1.1] 某电视台应某广告公司特约播放甲、乙两部连续剧. 经调查, 播放甲连续剧平均每集有收视观众 30 万人次, 播放乙连续剧平均每集有收视观众 25 万人次, 公司要求电视台每周共播 8 集.

- (1) 设一周内甲连续剧播放 x 集, 甲、乙两部连续剧收视观众的人次总和为 y 万人次, 请

找出 x 和 y 之间的关系.

(2) 已知电视台每周只能为该公司提供不超过 360 min 的播放时间, 并且播放甲连续剧每集需 55 min, 播放乙连续剧每集需 40 min, 求电视台每周应播放甲、乙两部连续剧各多少集, 才能使得每周收看甲、乙连续剧的观众的人次总和最大, 并求出这个最大值.

分析 (1) 设一周内播放甲连续剧 x 集, 则播放乙连续剧 $(8-x)$ 集. 故 $y=30x+25(8-x)=5x+200$.

(2) 由 $55x+40(8-x)\leq 360$ 得, $x\leq 2\frac{2}{3}$. 又 $y=5x+200$ 随 x 增大而增大, 注意到 x 为自然数, 故当 $x=2$ 时, y 有最大值 $5\times 2+200=210$ 万, 此时 $8-x=6$.

所以, 电视台每周应播放甲连续剧 2 集, 乙 6 集, 能使每周收视观众的人次总和最大, 最大值是 210 万人次.

.[案例 1.2] 试结合个人所得税税率表分析某人月收入与所得税之间的关系. 其 2009 年的个人所得税税率表如表 1-1 所示.

表 1-1

级数	全月应纳税所得额 (月收入-2 000 元)	税率/%	速算扣除数
1	不超过 500 元的	5	0
2	超过 500 元至 2 000 元的部分	10	25
3	超过 2 000 元至 5 000 元的部分	15	125
4	超过 5 000 元至 20 000 元的部分	20	375
5	超过 20 000 元至 40 000 元的部分	25	1 375
6	超过 40 000 元至 60 000 元的部分	30	3 375
7	超过 60 000 元至 80 000 元的部分	35	6 375
8	超过 80 000 元至 100 000 元的部分	40	10 375
9	超过 100 000 元的部分	45	15 375

提示: 个人所得税(起征点 2 000 元)=全月应纳税所得额 $\times$ 税率-速算扣除数.

分析 设某人月收入为 x , 所得税为 y , 则 x 与 y 关系为

$$y = \begin{cases} 0, & x \leq 2\,000, \\ (x-2\,000) \times 5\%, & 2\,000 < x \leq 2\,500, \\ (x-2\,000) \times 10\% - 25, & 2\,500 < x \leq 4\,000, \\ (x-2\,000) \times 15\% - 125, & 4\,000 < x \leq 7\,000, \\ (x-2\,000) \times 20\% - 375, & 7\,000 < x \leq 22\,000, \\ (x-2\,000) \times 25\% - 1\,375, & 22\,000 < x \leq 42\,000, \\ (x-2\,000) \times 30\% - 3\,375, & 42\,000 < x \leq 62\,000, \\ (x-2\,000) \times 35\% - 6\,375, & 62\,000 < x \leq 82\,000, \\ (x-2\,000) \times 40\% - 10\,375, & 82\,000 < x \leq 102\,000, \\ (x-2\,000) \times 45\% - 15\,375, & x > 102\,000. \end{cases}$$

1. 定义

定义 1.1 设 x 和 y 是两个变量, D 是非空数集. 若对于 D 中的每一个数 x , 按照一定的



对应法则 f ，都有唯一确定的数 y 与之对应，则称 y 是定义在数集 D 上的 x 的函数，记作 $y=f(x), x \in D$ 。其中 D 称为函数的定义域， x 称为自变量， y 称为函数(或因变量)。

当自变量 x 取数 $x_0 \in D$ 时，通过对应法则 f 与 x_0 对应的因变量 y 的值称为函数 $y=f(x)$ 在 x_0 处的函数值，记作 $f(x_0)$ 或 $y|_{x=x_0}$ ；当 x 取遍 D 内的各个数值时，对应的 y 取值的全体组成的数集称为函数的值域，记作 M 。

2. 函数的表示法

函数通常有以下三种表示法。

(1) 公式法：用数学式子表示函数，也称解析法。其优点是便于理论推导和计算。如一次函数 $y=kx+b$ ，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 等。

(2) 表格法：用表格形式表示函数。其优点是所求函数值易查得。如三角函数表、对数表、国内生产总值表等。

(3) 图像法：用图形表示函数。其优点是形象直观，可看到函数变化趋势。如我国人口出生率变化曲线等。

例 1 设某种练习本的单价是 2 元，买 $x(x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\})$ 本这样的练习本需 y 元，试用三种表示法来表示函数 $y=f(x)$ 。

解 (1) 解析法： $y=2x, (x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\})$ ；

(2) 表格法：买练习本的数量 x 与所需钱数 y 的关系如表 1-2 所示。

表 1-2 买练习本的数量 x 与所需钱数 y 的关系

$x/\text{本}$	1	2	3	4	5	6
$y/\text{元}$	2	4	6	8	10	12

(3) 图像法：如图 1-1 所示。

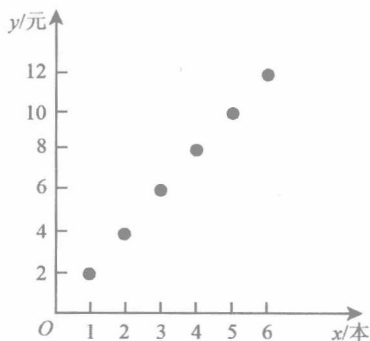


图 1-1

[说明] 三种表示法各有所长，如三角函数、三角函数表、三角函数图像，都是表示三角函数的，起到互补作用。

例 2 设函数 $f(x)=x^3-2x+3$ ，求 $f(1)$ 和 $f(t^2)$ 。

解 因 $f(x)$ 的对应法则为 $(\)^3-2(\)+3$ ，故

$$f(1)=1^3-2 \cdot 1+3=2; f(t^2)=(t^2)^3-2(t^2)+3=t^6-2t^2+3.$$

例 3 设 $f(x+1)=x^2-x+1$ ，求 $f(x)$ 。

解 (换元)令 $x+1=t$ ，则 $x=t-1$ ， $f(t)=(t-1)^2-(t-1)+1=t^2-3t+3$ ，故

$$f(x) = x^2 - 3x + 3;$$

(配凑)因 $f(x+1) = (x+1)^2 - 3(x+1) + 3$, 故 $f(x) = x^2 - 3x + 3$.

例 4 求下列函数的定义域:

$$(1) y = \frac{1}{1 - \sqrt{3+x}}; (2) y = \sqrt{16-x^2} + \ln(\sin x).$$

解 (1) 要使函数有意义, 须有

$$\begin{cases} 3+x \geq 0, \\ 1 - \sqrt{3+x} \neq 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -3, \\ x \neq -2, \end{cases}$$

故函数的定义域为 $[-3, -2) \cup (-2, +\infty]$.

(2) 要使函数有意义, 须有

$$\begin{cases} 16-x^2 \geq 0, \\ \sin x > 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4 \leq x \leq 4, \\ 2n\pi < x < (2n+1)\pi, n=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \end{cases}$$

即 $-4 \leq x < -\pi$, 或 $0 < x < \pi$, 故函数的定义域为 $[-4, -\pi) \cup (0, \pi)$.

[注意] 以解析式来表示的函数, 其定义域是使函数表达式有意义的自变量的一切实数值所组成的数集. 如分母不能为零, 偶次根式的被开方式为非负, 对数的真数大于零等.

例 5 判断函数 $f(x) = x+1$ 和函数 $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ 是否为同一函数.

解 $f(x)$ 的定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 而 $g(x)$ 的定义域是 $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$, 两者定义域不同, 故它们不是同一函数.

[注意] 函数的定义域和对应法则是函数的两大要素, 当且仅当两个函数的定义域和对应法则都分别对应相同时, 才是同一函数.

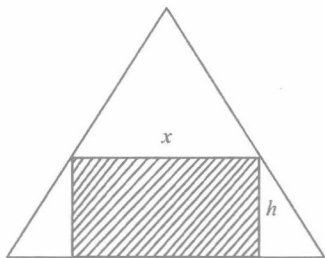


图 1-2

例 6 如图 1-2 所示, 从边长为 a 的正三角形铁皮上剪一个矩形, 设矩形的一条边长为 x , 周长为 P , 面积为 A , 试分别将 P 和 A 表示为 x 的函数.

解 设矩形另一边长为 h , 则 $h = \frac{a-x}{2} \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}(a-x)}{2}$, 故

$$P = 2(x+h) = (2-\sqrt{3})x + \sqrt{3}a, x \in (0, a);$$

$$A = xh = \frac{\sqrt{3}}{2}ax - \frac{\sqrt{3}}{2}ax^2, x \in (0, a).$$

[说明] 建立实际问题中的函数关系式, 关键是找到变量之间的依赖关系, 同时注意给出函数的定义域. 实际问题中, 函数的定义域由实际意义确定.

3. 分段函数

有些函数在其定义域内, 当自变量在不同的范围内取值时, 要用不同的解析式表示, 这类函数称为分段函数. 如符号函数

$$y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0, \end{cases}$$

是一个分段函数, 定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 如图 1-3 所示.

