



普通高等教育“十三五”规划教材
应用技术型大学数学课程系列教材

数学实验与数学模型

主 编 薛 凤 陈 骑 兵
副 主 编 张 利 凤 张 秋 燕 向 飞



科学出版社

普通高等教育“十三五”规划教材
应用技术型大学数学课程系列教材

数学实验与数学模型

主 编 薛 凤 陈 骑 兵

副主编 张利凤 张秋燕 向 飞

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书集数学软件, 数学实验, 数学模型为一体, 注重数学建模思想, 重视数学软件在实际中的应用. 全书分为数学实验基础篇, 数学模型基础篇和设计性综合实验篇三大部分, 其中数学实验基础篇体现在第1章至第3章, 主要介绍数学实验基础知识, 包括数学软件基础, 符号运算, 矩阵运算, 计算机模拟, 曲线拟合和插值等, 目的是让学生将数学、计算机有机地结合起来去解决实际问题. 数学模型基础篇体现在第4、5章, 主要介绍数学模型相关内容, 包括数学模型简介, 优化模型, 微分方程模型, 概率统计模型等. 目的是提高学生学习数学的兴趣和应用数学的意识与能力, 让学生了解利用数学理论和方法去分析和解决问题的全过程, 提高他们分析问题和解决问题的能力. 设计性综合实验篇主要介绍了6个综合性实验. 让学生利用所学知识, 解决综合性实际问题, 提高学生的创新能力和实践能力以及科研素质.

本书在数学实验的基础上加入数学模型, 重点强调基础知识和数学软件如何应用到工程科技, 选取大量理工类, 经管类数学模型实例.

本书可作为高等学校理工类, 经管类数学实验与数学模型课程的教材.

图书在版编目(CIP)数据

数学实验与数学模型/薛凤, 陈骑兵主编. —北京: 科学出版社, 2016.7

普通高等教育“十三五”规划教材·应用技术型大学数学课程系列教材
ISBN 978-7-03-049301-9

I. ①数… II. ①薛… ②陈… III. ①高等数学—实验—高等学校—教材②数学模型—高等学校—教材 IV. ①O13-33②O22

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第150022号

责任编辑: 王胡权 / 责任校对: 何艳萍

责任印制: 白 洋 / 封面设计: 陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

大厂书文印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016年7月第 一 版 开本: 720×1 000 1/16

2016年7月第一次印刷 印张: 13

字数: 262 000

定价: 30.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

“应用技术型大学数学课程系列教材”编委会

主 任 彭年斌 陈骑兵

副主任 李秋敏 张秋燕

编 委 (以下按姓氏笔画排列)

李 琼 李宝平 李建军 张利凤

张诗静 武伟伟 钱 茜 薛 凤

前 言

数学实验是以问题为载体,应用数学知识建立数学模型,以计算机为手段,以数学软件为工具,以学生为主体,通过实验解决实际问题.数学实验是数学模型方法的初步实践,而数学模型方法是用数学模型解决实际问题的—般数学方法,它是根据实际问题的特点和要求作出合理的假设,使问题简化,并进行抽象概括建立数学模型,利用数学软件求解数学模型,最后将所得的结果运用到实践中.

“数学实验与数学模型”课程将大学数学、数学建模和计算机应用三者融为一体.通过数学实验课程,可提高学生对大学数学学习的积极性,提高学生对数学的应用意识,并培养学生用所学的数学知识和计算机技术去认识问题和解决问题的能力.学生自己动手建立模型,能够体会到解决实际问题的全过程,了解数学软件的使用,也培养了学生的科学态度与创新精神.

“将数学建模思想全面融入理工类数学系列教材的研究”是电子科技大学成都学院“以 CDIO 工程教育为导向的人才培养体系建设”项目中的课题,也是四川省 2013—2016 年高等教育人才培养质量和教学改革项目.

本套系列教材主要以应用型科技人才培养为导向,以理工类专业需要为宗旨,重点强调数学建模思想与数学实验方法的学习,强调利用计算机将数学应用于工程实际.

本书具有如下特色:

(1)本书是为独立学院编写的“数学实验与数学模型”课程教材,编者充分考虑到独立学院的特点和培养目标,在内容编排上遵循针对性强、循序渐进、由浅入深的数学规律,力求准确把握难度和深度.在教材体系和章节的安排上力求科学合理,既注重体现数学思想,又在理论深度上有所降低;既考虑知识覆盖面相对拓宽,又不盲目将内容加深加多,而是尽量做到深浅适中、难易适度.

(2)大多实例既给出了 Matlab 程序代码,也给出了 Mathematica 程序代码,以便学生根据自己的情况酌情选取软件进行计算.

(3)实验安排合理、由浅入深、循序渐进,穿插了一些经验技巧和注意事项,并引入优化模型、概率统计模型等,让学生更深层次用所学实验知识解决实际问题.

全书讲授需 32 学时,根据不同层次的需要,课时和内容可酌情取舍.

本书由薛凤、陈骑兵主编,其中薛凤编写第 1 章到第 3 章,张利凤负责编写第 4 章及第 5 章概率统计模型,陈骑兵负责第 5 章优化模型和附录部分,张秋燕负责第 5 章微分方程模型,第三篇设计性综合实验由大家相互讨论共同完成,向飞负责全书的 Mathematica 程序编写,全书由薛凤与陈骑兵统稿并定稿.

在本书编写过程中，我们参阅了大量的教材与文献资料，在此向这些作者表示感谢。

由于编者水平有限，书中难免有缺点和不妥之处，恳请同行专家和读者批评指正。

电子科技大学成都学院
数学建模与工程教育研究项目组
2015年12月于成都

目 录

前言

第一篇 数学实验基础

第 1 章 数学软件基础	1
1.1 Matlab 概述及使用入门	1
1.1.1 Matlab 软件系统简介	1
1.1.2 Matlab 软件工作界面和窗口	3
1.2 Matlab 语言基础	7
1.2.1 变量与函数	8
1.2.2 数组和矩阵	9
1.2.3 运算	14
1.2.4 数据类型	17
1.3 Matlab 绘图	18
1.3.1 一般二维图形的绘制	19
1.3.2 特殊二维图形的绘制	22
1.3.3 多图绘制	23
1.3.4 一般三维图形的绘制	24
1.3.5 特殊三维图形的绘制	27
1.4 Matlab 程序设计	28
1.4.1 M 文件	29
1.4.2 程序流程结构	31
1.5 Mathematica 基础	37
1.5.1 Mathematica 简介	38
1.5.2 Mathematica 基础运算	42
1.5.3 Mathematica 作图	44
1.5.4 Mathematica 工程计算	53
第 2 章 应用实验基础	58
2.1 符号运算	58
2.1.1 符号对象的创建	58

2.1.2	符号初等运算	60
2.1.3	符号微积分运算	61
2.1.4	其他符号运算	68
2.2	矩阵的运算	72
2.2.1	线性方程组	72
2.2.2	矩阵基本运算	74
2.2.3	矩阵的特征值和特征向量	76
2.3	计算机模拟	80
2.3.1	模拟随机数的产生	80
2.3.2	蒙特卡罗法	88
第 3 章	曲线的拟合与插值	96
3.1	曲线的拟合	96
3.1.1	多项式拟合	96
3.1.2	非线性拟合	101
3.2	多项式的插值	104
3.2.1	插值法的基本原理	104
3.2.2	一维插值应用	107
3.2.3	二维插值方法	110
3.2.4	二维插值应用	112

第二篇 数学模型基础

第 4 章	数学模型简介	117
4.1	数学模型的概念	117
4.2	数学建模的方法和步骤	118
4.2.1	数学建模的方法	118
4.2.2	数学建模的步骤	118
4.3	数学建模示例	120
4.3.1	狼来了问题	120
4.3.2	巧分蛋糕问题	121
4.3.3	转移模型	123
4.3.4	人口增长模型	126
第 5 章	常见数学模型简介及案例分析	134
5.1	优化模型	134
5.1.1	优化模型的形式和分类	134

5.1.2 优化模型的 Matlab 实现	135
5.1.3 优化问题建模案例	140
5.2 微分方程模型	145
5.2.1 微分方程建模基本理论	145
5.2.2 用 Matlab 求解微分方程(组)	146
5.2.3 微分方程建模案例分析	150
5.3 概率统计模型	155
5.3.1 多元回归分析方法	155
5.3.2 实例分析	158

第三篇 设计性综合实验

综合实验 1 给药方案制定问题	163
综合实验 2 山区地貌实验	167
综合实验 3 蒙特卡罗模拟单服务排队系统	173
综合实验 4 易拉罐下料问题	177
综合实验 5 树木生产与 Logistic 方程	180
综合实验 6 葡萄酒的评价问题	182
附录 1 全国大学生数学建模竞赛	192
1.1 竞赛形式	192
1.2 竞赛特点	192
1.3 论文格式及要求	192
1.4 近年全国大学生数学建模竞赛赛题题目	195
附录 2 美国大学生数学建模竞赛	196
参考文献	197

第一篇 数学实验基础

第 1 章 数学软件基础

Matlab 和 Mathematica 软件并称为两大数学软件, 其中 Matlab 以数值计算见长, Mathematica 以符号运算、公式推导见长. 本章主要介绍 Matlab 和 Mathematica 软件的入门以及如何利用数学软件绘图和编程等基础知识.

1.1 Matlab 概述及使用入门

1.1.1 Matlab 软件系统简介

Matlab 是 Matrix 与 Laboratory 两词的组合, 意为矩阵实验室, 它的基本运算单位是矩阵, 起初是一种专门用于矩阵运算的软件. 随着 Matlab 在功能上不断地发展进步, 它不仅可以进行矩阵运算, 还可以实现绘制函数和数据的图像、实现算法、创建用户界面、连接其他程序语言(如 C, FORTRAN, C++, Java 等)等功能, 主要用于科学计算、工程计算、控制系统设计、数字信号处理、数字图像处理、信号检测及财务金融等领域. 其具体的功能特点如下.

1. 简单易用的程序语言

Matlab 是一门高级语言, 这种语言可移植性好、可拓展性极强, 这也是 Matlab 能够深入到科学研究及工程计算等各个领域的重要原因.

2. 科学计算功能

Matlab 是一个包含大量计算算法的集合. 其拥有 600 多个工程中要用到的数学运算函数, 可以方便地实现用户所需的各种计算功能. 在计算要求相同的情况下, 使用 Matlab 的编程工作量会大大减少.

3. 绘图功能

Matlab 提供了功能强大的、交互式的二维和三维绘图功能, 可以将向量和矩阵用图形表现出来, 创建富有表现力的彩色图形. 它不仅具有一般数据可视化软件都有的功

能(例如二维曲线和三维曲面的绘制和处理等),而且对于一些其他软件所没有的功能(例如图形的光照处理、色度处理以及四维数据的表现等),Matlab 同样表现了出色的处理能力.

4. 库函数资源丰富

Matlab 具有功能强大、内容丰富的函数库.数百种函数大大减轻了用户程序的编写工作量,也避免了一些不必要的错误.

5. 可扩展性强

M 文件是可见的 Matlab 程序,我们可以查看源代码.开放的系统设计使我们能够检查算法的正确性,修改已存在的函数,或者加入自己的部件.

6. 可应用工具箱

Matlab R2015b 包括拥有数百个内部函数的主包和约 80 种工具包.工具包又可以分为功能性工具包和学科工具包.功能工具包用来扩充 Matlab 的符号计算、可视化建模仿真、文字处理及实时控制等功能.学科工具包是专业性比较强的工具包.控制工具包、信号处理工具包、通信工具包等都属于此类,具体如表 1.1 所示.

表 1.1 Matlab 工具箱简介

菜单	功能说明
应用数学类	Partial Differential Toolbox (偏微分方程工具箱)
	Optimization Toolbox (优化工具箱)
	Statistics Toolbox (统计工具箱)
	Curve Fitting Toolbox (曲线拟合工具箱)
	Model Predictive Control Toolbox (模型预测控制工具箱)
控制类	Control Systems Toolbox (控制系统工具箱)
	System Identification Toolbox (系统识别工具箱)
	Robust Control Toolbox (鲁棒控制工具箱)
	Neural Network Toolbox (神经网络工具箱)
信号处理类	Signal Processing Toolbox (信号处理工具箱)
	Communication Toolbox (通信工具箱)
	Wavelet Toolbox (小波分析工具箱)
图像处理与计算机视觉类	Higher Order Spectral Analysis Toolbox (高阶谱分析工具箱)
	Image Processing Toolbox (图像处理工具箱)
	Computer Vision System Toolbox (计算机视觉工具箱)
	Image Acquisition Toolbox (图像采集工具箱)
	Mapping Toolbox (地图工具箱)
计算金融类	Financial Toolbox (金融工具箱)
	Econometrics Toolbox (计算经济学工具箱)
	Fixed-Income Toolbox (固定收益工具箱)
	Financial Derivatives Toolbox (衍生金融工具箱)

1.1.2 Matlab 软件工作界面和窗口

1. 启动 Matlab

双击桌面上的快捷方式，点击“开始”|“所有程序”| Matlab 命令，打开 Matlab 之后会显示如图 1.1 所示的界面。

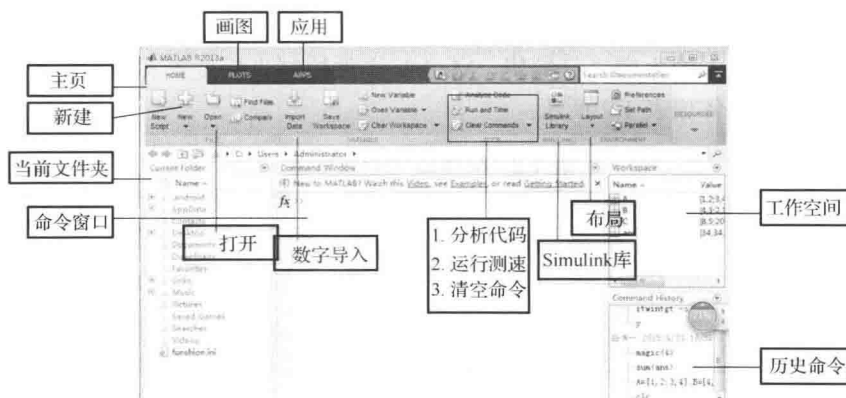


图 1.1 Matlab 的工作界面

2. 常用窗口

命令窗口 (Command Window)、命令历史窗口 (Command History)、工作空间窗口 (Workspace)、编辑窗口 (Editor) 等。下面通过示例对各个窗口进行简要介绍。

1) 命令窗口。

命令窗口是和 Matlab 编译器连接的主要窗口，它提供给用户实现人机对话 (交互式操作)。当 Matlab 启动，命令窗口显示后，窗口处于编辑状态，如图 1.1 中所示，“>>”为运算提示符，表示 Matlab 处于准备状态。当在提示符后输入一段正确的运算式或函数命令时，只需按 Enter 键，命令窗口中就会直接显示运算结果，然后系统继续处于准备状态。例如创建 4 阶幻方矩阵，用 Matlab 命令

```
>>magic(4)
```

命令窗口中显示出 4 行 4 列矩阵，该矩阵的行和、列和及对角线之和均为 34，如图 1.2 所示。

```
>>magic(4)
ans =
    16     2     3    13
     5    11    10     8
     9     7     6    12
     4    14    15     1
```

图 1.2

再如输入: $A=[1, 2; 3, 4]$; $B=[4, 3; 2, 1]$; $C=A*B$ 按 Enter 键, 运行结果为:

```
8    5
20  13
```

注 (1) 以上例子为简单的计算任务, 在命令窗口可以快速操作完成, 这种简单操作方式适合完成小规模作业。

(2) 如果需要计算一组相似的运算, 通过 Matlab 可以很快实现编辑, 只要按[↑]键, 就可以出现刚才的命令, 而不必重新输入。

为了便于对输入的内容进行编辑, Matlab 提供控制光标位置和进行简单编辑的一些常用快捷键, 具体如表 1.2 所示。

表 1.2 Matlab 常用快捷键

快捷键	功能说明	快捷键	功能说明
↑(↓)	向前(后)调出已输入的命令	Home(end)	光标移动到当前行首(末尾)
←(→)	光标左(右)移一个字符	Esc	清除当前输入行的全部内容
Ctrl+←	光标左(右)移一个单词	Ctrl+C	强制从运行或进入死循环的 Matlab 程序中退出
Ctrl+→	光标左(右)移一个单词	Backspace	删除光标前面的一个字符
Del	删除光标后面的一个字符		

2) 命令历史窗口。

命令历史窗口(Command History)显示用户在命令窗口中所输入的每条命令的历史记录, 并详细记录了命令使用的日期和时间, 为用户提供了所使用的命令的详细查询。如果用户想再次执行某条已经执行的命令, 只需在命令历史窗口中双击该命令。如果用户想再次执行多条已经执行的命令, 用 Shift 或 Ctrl 键配合鼠标左键选中多条命令, 然后右击选择 Evaluate Selection 项; 如果用户需要从命令历史窗口中删除一条或多条命令, 只需选中这些命令, 并单击右键, 在弹出的快捷菜单中选择 Delete Selection 命令即可。如图 1.3 所示。

3) 工作空间窗口。

工作空间窗口(Workspace)是 Matlab 的重要组成部分, 它是用来显示当前计算机内存中 Matlab 变量的名称、变量的数值、变量的字节及其类型, 如图 1.1 所示。用户可以在命令窗口直接输入 who 后按回车键, 就会列出当前工作空间所有变量的信息; 或者用鼠标选择工作空间浏览器, 选取想要进入的变量, 双击后就可以显示该变量的信息, 用户可以直接在工作空间浏览器下直接修改和删除变量。如果鼠标激活这些变量, 可以方便快捷地实现对数据的操作。

例 1.1.1 在命令窗口中输入:

```
x=0:0.1*pi:4*pi;
y=sin(x)
```

这时候查看工作空间, 双击变量 y 将得到关于 y 的表格, 如图 1.4 所示。可以看到 y 的值用编辑器显示, 非常方便。

当激活 y 时, 点击顶部 PLOTS 里面的图标就可以画图。如图 1.5 所示。

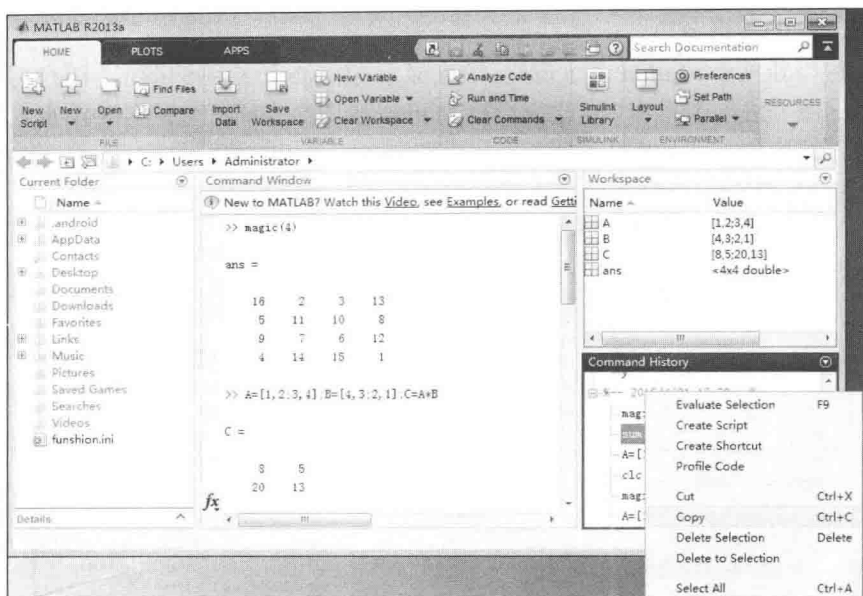


图 1.3

The Variables window shows the following data for variable y :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0.3090	0.5878	0.8090	0.9511	1	0.9511	0.8090	0.5878	0.3090	1.2246e-16	
2											
3											
4											
5											
6											

图 1.4

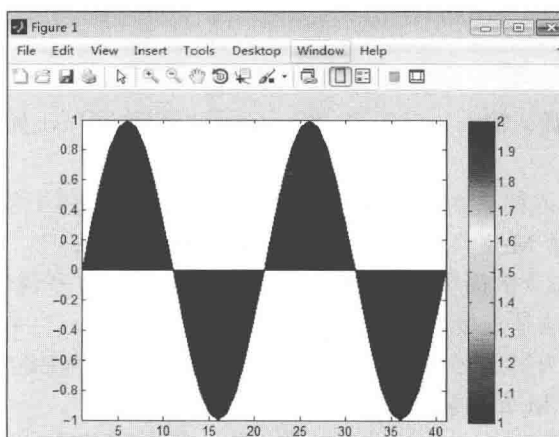


图 1.5

4) Matlab 的图形窗口.

图形窗口独立于 Matlab 命令窗口, 用来显示 Matlab 所绘制的图形. 用户可以选择 New|Figure 命令进入图形窗口, 此窗口将 Matlab 绘图命令所产生的各种图形显示于计算机屏幕, 其窗口形式如图 1.6 所示.

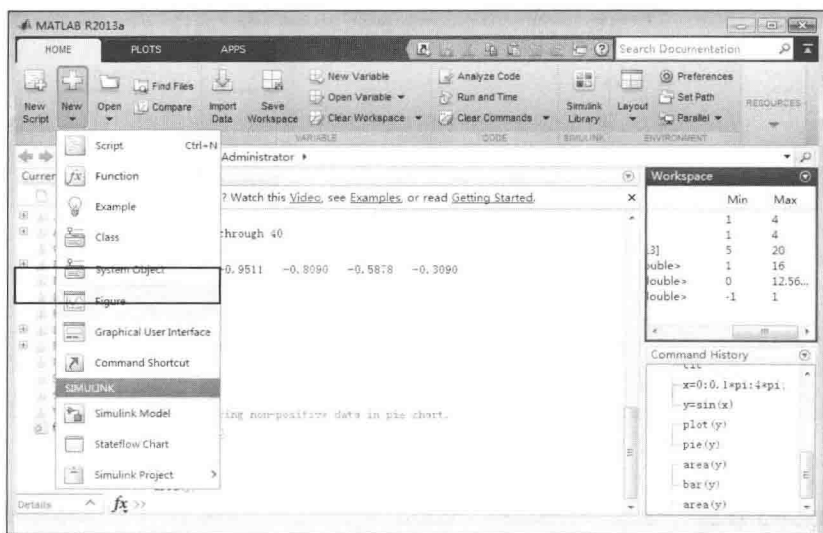


图 1.6 Matlab 的图形窗口

例 1.1.2 Matlab 软件的图标是 MathWork 公司的徽标, 该图形产生的数学背景是一个经典微分方程的解函数图形. 用 Matlab 命令 load logo 提取该图标的数据块(矩阵), 并用 mesh 命令绘制曲面图形.

在命令窗口直接使用 Matlab 命令:

```
>> load logo;
>> mesh(L)
```

最后按 Enter 键确认输入, 此时系统会自动弹出图形窗口, 如图 1.7 所示.

5) 编辑窗口.

命令窗口适合输入简单的命令来实现计算或作图. 不适用于复杂问题和大量数据的问题. Matlab 提供了 M 文件可以编写脚本文件或函数文件.

脚本 M 文件是命令的简单叠加, 可以进行代码编辑和程序调试, 并可以分析程序的运行效率. 建立方法是直接点击左上角 New Script 或 “new” → “script” (图 1.8), 打开 M 文件再以 .m 为扩展名存储. 运行时只要在 debug 菜单中选择 run 即可. 或在命令窗口中输入保存的 M 文件名, 按 Enter 键即可运行.

函数 M 文件也是后缀为 .m 的文件, 但文件的第一行必须是以 function 开始, 打开方式为: “new” → “function” 用以研究非 Matlab 内存函数的需要, 保存时必须以

定义的函数名保存, 在程序遇到该函数时, 会自动调用该函数. 函数 M 文件的变量都是局部变量. 具体应用 1.4 节会介绍.

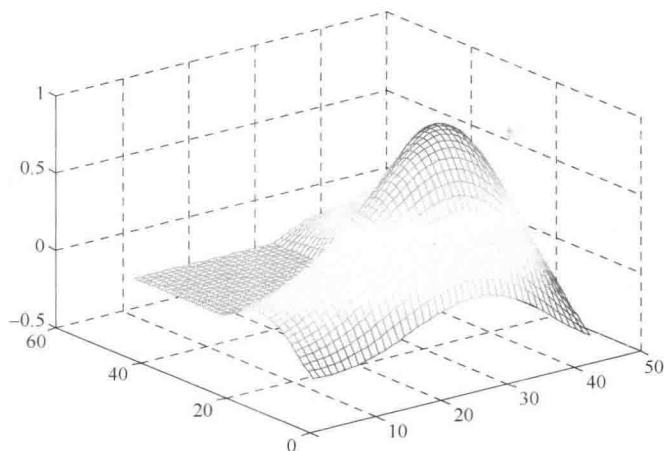


图 1.7 Matlab 的徽标图形

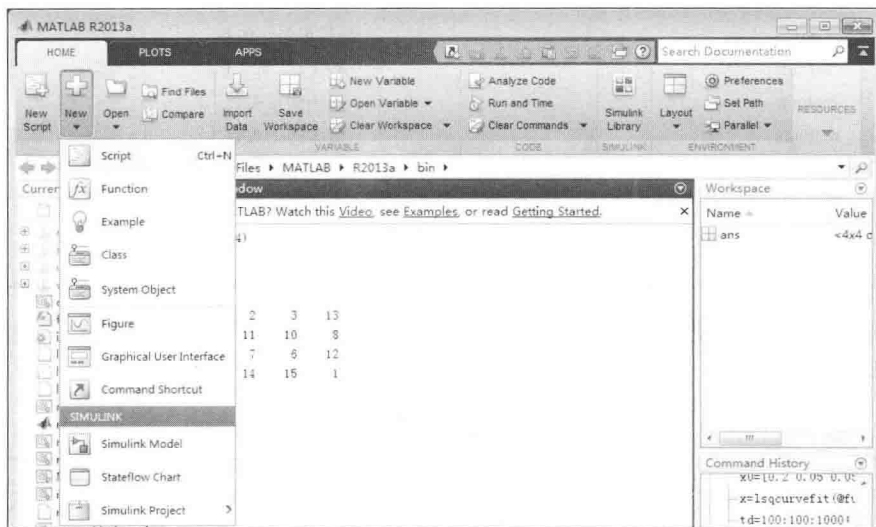


图 1.8

1.2 Matlab 语言基础

变量和表达式是 Matlab 的基础, 在这一节里我们对 Matlab 中的变量、表达式的定义、运算符以及数据显示格式等作简单的介绍.

1.2.1 变量与函数

1. 变量

Matlab 中的变量不需要作特殊声明, 当数据(数据块)赋值给某个英文字母时, 这个英文字母作为变量名就已经被自动定义了, 可以即取即用. 但是, Matlab 中的变量命名也得遵循如下规则:

- (1) 变量名的第一个字符必须是英文字母;
 - (2) 可由英文字母、数字和下划线混合组成, 但不能包括空格和标点;
 - (3) 变量名区分字母的大小写;
 - (4) 变量名最好见名知意, 方便程序设计. 但最好不要用 Matlab 中已经有的保留字.
- 除了上述命名规则, Matlab 还有几个特殊变量, 如表 1.3 所示.

表 1.3 Matlab 常用内部函数

特殊变量	取值
pi	圆周率的近似值
i, j	虚数单位, 定义为 $i = j = \sqrt{-1}$
eps	计算机最小的数
Inf/inf	无穷大, 如 $1/0$
realmin	最小的正实数
realmax	最大的正实数
flops	浮点运算数
NaN/nan	非数, 如 $0/0$, ∞/∞ , $0 \times \infty$
nargin	函数的输入变量数目
nargout	函数的输出变量数目

同时, Matlab 提供了一些常用命令, 这些命令为变量或命令的操作提供便利, 如表 1.4 所示.

表 1.4 Matlab 常用命令

命令	作用	命令	作用
exit	退出 Matlab	quit	退出编辑窗口
clear	清除工作空间中的变量	clc	清除命令窗口中的内容
who	显示内存变量	whos	显示内存变量的详细信息
figure	打开图形窗口	clf	清除图形窗口
edit	打开 M 文件编辑器	help	获得帮助信息

例 1.2.1 在命令窗口中输入如下命令:

```
>>a=[1 2 3;4 5 6;7 8 9];
>>b=a^2;
>>whos
```