

天球参考系 变换及其应用

李广宇 著



科学出版社

www.sciencep.com

内 容 简 介

天球参考系的变换理论和应用,是天文学研究领域的核心课题之一。随着天文观测技术,特别是空间天体测量技术的飞速发展,天体定位精度在20世纪80年代已达到毫角秒级水平。计划于2012年发射的GAIA卫星,预计进一步提高定位精度到微角秒级。这对天球参考系的变换理论和应用提出了新的要求。本书是为适应这一发展而写的专著。

第1~4章先讲述有关天文参考系的预备知识。第5~8章为核心内容,阐明IERS 2003规范参考系变换的基本理论和算法。第9~11章讨论天文实用问题,如节气、月相、日月食、公历和农历换算等。各项论题不仅阐明原理,导出公式,还给出具体算法、程序和算例,实用性很强。写作深入浅出,有高中数理基础就能阅读。本书全部源程序和数据文件可到科学出版社网站:<http://www.sciencep.com>上免费下载。

本书可供天文学、航天科学、航海导航、大地测量等学科及其他相关领域的科研和教学工作者;相关专业本科生和研究生;中等以上文化程度的天文爱好者、程序设计爱好者及其他有兴趣人士使用。

图书在版编目(CIP)数据

天球参考系变换及其应用/李广宇著. —北京:科学出版社,2010

ISBN 978-7-03-028510-2

I. 天… II. 李… III. 天体物理学—研究 IV. P14

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第151459号

责任编辑:刘延辉 张 静/责任校对:张怡君

责任印制:钱玉芬/封面设计:王 浩

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

盛主印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010年8月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2010年8月第一次印刷 印张: 16 3/4

印数: 1—3 000 字数: 319 000

定价: 48.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

序

天文学的研究对象是天体,其学科内容是研究各种天体(包括宇宙)的位置变化、运动规律、化学组成、内部结构、起源演化等,以及其在其他学科和人们生产生活中的应用。而精确测定天体在空间的位置和变化,并探索其运动规律是最基本的,也是应用最广泛的研究领域。这也是天体测量学和天体力学的主要内容。研究天体在空间的位置变化和运动规律,必须在一定的参考系框架(包括确切的坐标原点、坐标架指向和时间系统)内进行。根据不同的对象和具体情况,又必须建立各种不同的参考系。因此,天球参考系的变换理论和应用,就成为这个研究领域的核心课题之一。

随着天文观测技术的飞跃发展,特别是空间天体测量技术的成功实现,天体定位精度在20世纪80年代已达到毫秒级水平。而在不久(计划于2012年)即将发射的卫星GAIA,预计定位精度达微秒级。这对天球参考系的变换理论和应用提出更高的要求。当前这方面国际上公认机构是国际地球自转服务(IERS)所公布的IERS规范2003,至今仍为天球参考系变换理论和实际计算的最新范本。虽然在2005年、2007年作了一些补充,但理论系统和框架没有改变。有关天球参考系及其变换理论和计算方法领域的研究论文非常多,国际天文学联合会(IAU)还建立了专门的工作组。但系统并详细讲述这方面内容的专门著作,在国内外都未看到。李广宇教授所著的这本《天球参考系变换及其应用》,正是这方面的专著,填补了空白。

李广宇毕业于西安交通大学数理力学系,后考入中国科学院紫金山天文台做研究生,获硕士学位,在数学、力学、天文学和电脑软件等学科打下了深厚的基础。他的导师是我国天体测量学和天体力学主要开创者之一的张钰哲先生及其大弟子张家祥教授。近十余年他在紫金山天文台从事研究工作,先后担任研究员、博士导师和太阳系创新团组首席科学家。所做的研究课题同参考系都有密切关系,如太阳系动力学、行星和月球精密历表计算、航天器轨道设计和优化、古代天象计算等;并先后在国内外重要学术刊物上发表研究论文40余篇。因此,他写作该书,不仅理论上有着深入的钻研,而且还有多年应用经验。

该书特色之一就是实用性强。各种结果的计算,不仅给出公式,还给出具体算法和程序设计,以及使用办法。特色之二是深入浅出,雅俗共赏。为了降低起点,第1~4章讲述有关天文参考系的预备知识,有高中数理基础就能阅读;第9~11章用于实际问题的计算,如节气、月相、日月食、公历和农历关系等。第5~8章为该

书核心内容, 作者引入了近年内自己取得的研究成果, 有创新特色.

该书主要适合天文学、航天科学、航海导航、大地测量等学科及其相关事业的科研和教学工作者使用. 在我国, 这些学科和科研正处于迅速发展, 愿该书的出版能起到推进作用.

易照华
于南京大学
2009 年 12 月

前 言

本书的核心部分,即第 5~8 章,是参加国家 863 重点项目合作研究时,应中国空间技术研究院委托,在紫金山天文台研究生教材的基础上写作,提供给航天、航海、天文、测地等领域的研究人员和实际工作者使用的。现再次改写,补充了第 1~4 章和第 9~11 章,以期扩大适用范围。改写时考虑了以下各点:

全面采用了当前国际通用的 IERS 规范 2003 采用的理论、数据和标准,还参考了此前通用的 IERS 规范 1996 等文献,介绍了规范 2003 发布以来在参考系研究领域的新进展,使本书能较好反映这一领域研究工作的全貌。

考虑到相当一部分读者可能缺乏本领域的专业基础,本书降低了门槛,增加了第 1~4 章,以较通俗的方式全面介绍了研究需要的天文、物理、数学和计算机程序设计方面的基础知识,使本书在一定程度上达到了自洽。也就是说,具有中等文化程度的读者,只要按部就班地认真研读和练习,就能接受本书的绝大部分内容,达到在实际工作中使用 IERS 规范 2003 各项坐标变换的目标。

本书力求深入浅出,起点虽低,高度却未降低。作者推崇 C.A.Murray 著《矢量天体测量学》(*Vectorial Astrometry*)所用的矩阵向量方法,该方法具有简洁、直观和便于编程处理的优点,并且更能反映物理量的本质特性和物理量之间的内在联系。因此,特别增加第 4 章介绍矩阵向量方法的入门知识,这种方法贯穿于全书。在第 5~7 章中用此法统一处理了各种坐标变换问题。第 7 章引入无转动原点时也完全使用了向量方法,这也是对有关文献的改进。不熟悉传统方法的读者直接从本书入门,应有事半功倍之效。部分补充性的材料另以仿宋字体印出,供读者参考。

本书注重实践,对实际应用中的重要问题,如时间日期换算、行星历表读出,变换矩阵生成,地球自转参数读取,直至星历表计算,都从理论原理和实际算法两个方面进行了详细解说,并且给出了源程序文本,举例说明了调用方法。对于重要题目,还给出了具体算例和供检验程序用的数据。书中结合实例分析介绍了各种有关的程序设计方法和技巧。所附光盘中给出了所有程序项目的源代码和需要的数据文件。通过对本书的学习不但能解决以上实际问题,还能提高从上至下分析问题、设计算法、编写和调试程序的能力。第 8~11 章应用所介绍的变换理论和建立的程序库具体讨论了具有实际应用价值的问题,如公众所关心的星历表、节气月相时刻、日月食判断计算以及公历与农历换算等问题。这些天文实用问题的计算,由于精度要求高,计算量大,算法复杂,长期以来一直是专家学者和专门机构的事情。现在由于计算机和程序设计方法的普及,情况完全改变了。中等文化程度的爱好者,

只要有一台计算机, 掌握一种程序设计语言, 就完全能够解决这些问题.

作者对坐标变换问题的研究起因于南京大学天文系黄天衣教授关于无转动原点的一次报告和此后获益良多的讨论; 中国空间技术研究院委托的研究项目直接促成了本书的写作. 书稿第 1~8 章先提供给中国空间技术研究院同志试用; 接着又为南京大学刘林教授采用作为研究生教材. 南京大学易照华教授、朱紫教授和上海天文台金文敬研究员仔细审阅了书稿并提出了宝贵的意见, 他们的帮助为本书增色不少. 本书写作得到了作者的导师、紫金山天文台张家祥研究员的鼓励, 得到了中国空间技术研究院王立研究员、宋政吉副研究员, 紫金山天文台马月华、赵海斌研究员和夏炎同学的宝贵支持. 谨借此机会向为本书写作、审阅、修改和试用有所帮助的老师、同学表达衷心的感谢.

本书的出版得到中国科学院科学出版基金、国家 863 计划重点课题 (2008AA12 A201) 和国家自然科学基金重点项目 (批准号: 10933004) 的资助, 在此一并致谢.

希望本书能对有关的学生、工作者和爱好者有所帮助. 对书中的错误盼能不吝指正, 请发邮件至作者的电子邮箱: gyl@pmo.ac.cn.

本书全部的源程序和数据文件可到科学出版社网站: <http://www.sciencep.com> 上免费下载.

李广宇

2010 年 5 月

目 录

序

前言

第 1 章	公历和儒略日	1
1.1	时间的计量	1
1.2	儒略历和格里历	4
1.3	儒略日	7
1.3.1	积日的计算	8
1.3.2	儒略日的计算	9
1.3.3	儒略日计算的计算机语言实现	10
1.4	由儒略日求年月日	11
第 2 章	Delphi 程序设计入门	15
2.1	集成开发环境	15
2.2	应用程序设计	16
2.2.1	程序界面	16
2.2.2	事件响应过程	18
2.2.3	儒略日化年月日	20
2.2.4	程序的优化	21
2.3	面向对象编程	24
第 3 章	太阳和月亮历表	28
3.1	历表史话	28
3.2	数值历表	32
3.3	多项式逼近	34
3.4	历表文件的结构和读取	37
3.5	月、日和火星位置的读取	40
3.5.1	单个天体的处理	41
3.5.2	主程序	43
3.6	DE 405 历表	45
第 4 章	矩阵、向量、坐标变换及有关程序设计	48
4.1	矩阵	48
4.2	向量	50

4.3	平面直角坐标系的旋转	54
4.4	空间直角坐标系的旋转	56
4.4.1	基本旋转	56
4.4.2	交线和欧拉角	57
4.4.3	极向量	58
4.5	矩阵向量运算的程序设计	59
4.5.1	向量运算符程序	60
4.5.2	方法的重载, 关于乘法的子程序	63
4.5.3	动态数组、高维向量和矩阵	64
4.5.4	直角坐标和极坐标转换的子程序	67
4.5.5	旋转矩阵	68
第 5 章	天球参考系、岁差、章动和经典变换	70
5.1	赤道坐标系	70
5.2	国际天球参考系	74
5.3	平赤道系-天球参考系变换、岁差	77
5.4	真赤道系-平赤道系变换, 章动	81
5.5	真赤道系-天球参考系变换	84
5.6	程序设计	85
第 6 章	地球参考系和地球-天球参考系变换	91
6.1	国际地球参考系和参考框架	91
6.2	观测站的坐标	101
6.3	地球的轴、极和极移	104
6.4	地球参考系-真赤道系变换	108
6.4.1	地球自转角和格林尼治真恒星时	109
6.4.2	极移矩阵	112
6.5	地球自转参数	115
6.5.1	协调世界时化原子时	115
6.5.2	协调世界时化世界时、极移参数	118
6.5.3	数据库技术的应用	119
6.5.4	地球自转参数的读取	125
6.5.5	地球力学时与世界时之差的多项式表达	126
6.6	经典地球-天球参考系变换	127
第 7 章	中介参考系和 CEO 变换	129
7.1	再谈真赤道系-天球参考系变换	129
7.2	极向量变换	130

7.3	天球历书原点	132
7.4	用直角坐标表示变换矩阵	133
7.5	有关参数 X, Y 和 s 的程序设计	136
7.5.1	展开式的数据结构	136
7.5.2	展开式系数数据文件	137
7.5.3	计算基本幅角的过程	140
7.5.4	计算参数 X, Y 和 s 的过程	142
7.6	基于 CEO 的地球-天球参考系变换	144
7.6.1	生成 CEO 变换矩阵的函数	144
7.6.2	天球坐标系变换类	145
7.6.3	算法和程序的检验	146
7.6.4	算例	149
第 8 章	星历表的计算	151
8.1	光行差	151
8.2	星历表计算	153
8.3	计算星历表的程序	154
8.4	算例	158
8.5	精密星历表	159
8.6	天体地平坐标	162
8.7	天体升落和中天时刻	164
第 9 章	节气和月相的计算	169
9.1	太阳	169
9.2	节气	171
9.3	节气的计算	173
9.3.1	确定求解区间	174
9.3.2	平分区间求方程的根	176
9.3.3	计算节气的函数	179
9.4	月亮	180
9.5	月相的计算	184
9.6	程序设计	187
9.6.1	项目文件的组织	187
9.6.2	PStmp 项目	189
9.6.3	窗体设计	190
9.6.4	事件响应程序	191

第 10 章 日月食的计算	197
10.1 月食	198
10.1.1 地球影锥	198
10.1.2 月食发生的条件	199
10.1.3 月食的过程	201
10.2 日食	202
10.2.1 从全球看日食	204
10.2.2 地面测站看日食	205
10.3 日月食的算法	206
10.3.1 影锥参数	206
10.3.2 中心线、最大见食地和界线图	208
10.3.3 影心距的计算	210
10.3.4 0.618 法求一元单峰函数的极小值	211
10.3.5 贝塞尔坐标系和贝塞尔根数	213
10.3.6 日月视圆面切点的方位角	214
10.4 程序设计	214
10.4.1 计算日月食类 TEclipse	214
10.4.2 计算日月食类函数 CalcuEclipse	216
10.4.3 TEclipse 类的私有方法	217
10.4.4 程序界面设计	218
10.4.5 数据表 Eclipse.db	220
10.4.6 事件响应过程	220
10.5 沙罗周期和日月食的全景观	222
10.5.1 交食周期	222
10.5.2 沙罗序列	225
10.5.3 Inex 序列和交食全景	227
10.5.4 沙罗序列数和 inex 序列数的计算	229
第 11 章 公历和农历的换算	231
11.1 历法	231
11.2 置闰规则和年月日序数	233
11.2.1 朔日和日序数	233
11.2.2 中气和年月序数	234
11.2.3 双中气月和去闰	235
11.2.4 地支和月建	237
11.2.5 干支序数	238

11.3 朔日数据表	239
11.3.1 创建朔日数据表	239
11.3.2 写朔日数据表	241
11.4 程序设计	246
11.4.1 公历农历换算类	246
11.4.2 儒略日和农历年月日的换算	247
11.4.3 主程序和界面设计	248
主要参考文献	252

第 1 章 公历和儒略日

时间计量是天文计算的首要基础, 公历和儒略日是最常用的计时系统. 本章具体介绍这两个计时系统的由来和它们之间换算的方法. 1.1 节介绍时间计量方法的发展, 1.2 节介绍儒略历和格里历两种公历历法, 1.3 节说明用儒略日连续计日的方法, 1.4 节给出由儒略日反求年月日的算法.

1.1 时间的计量

时间概念的发生, 源于人类生活生产的需要. 白昼和黑夜交替, 月圆和月缺轮换, 炎夏和寒冬往复, 自然界中这些周期发生的现象与人类的生存息息相关, 很自然地成为计时的依据, 抽象出日、月和年的概念. 把这些基本元素组织成一个协调实用的计时系统, 就产生了历法.

南京东郊风景如画的紫金山第三峰上, 座落着著名的紫金山天文台. 台区内陈列着一组堪称国宝级文物的古代天文仪器. 其中一台高 3.56 米的仪器, 由一具平卧的圭和一具竖立的表组成, 叫做圭表 (图 1.1). 这是一种起源可以追溯到远古时代的计时仪器 (吴守贤等, 2008). 它依南北子午线方向水平安置, 根据正午时刻落在圭尺上的表的影子的长度测定时间. 表影所反映的太阳在天球上每天一次经过南北子午圈的视运动, 是太阳日概念的来源. 地球上每个人时时都最直接地感受着这一天象. 实际上它并不像我们直观看到的那样单纯, 而是稍许有点复杂: 它是地球绕轴转动和绕太阳公转两个运动合成的反映. 以太阳日为基本单位的计时系统, 叫做世界时, 简记为 UT1. 天空中太阳相对于地面上南北子午圈的位置依赖于当地的地理经度, 时间的度量因而与地理经度关联, 地理经度不同的观测地有不同的时间, 这就是地方时. 为了统一, 规定世界时为本初子午线或零经度线上的地方时, 这条经线经过英国伦敦的格林尼治天文台, 因此也叫做格林尼治时.

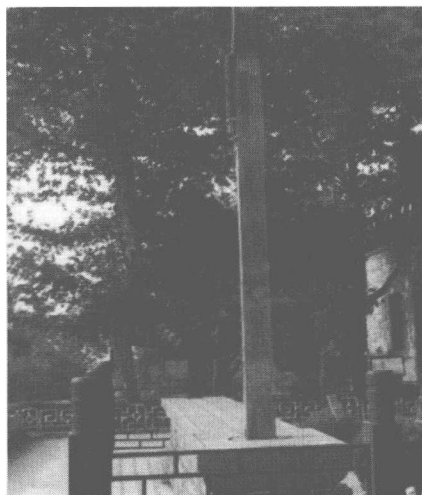


图 1.1 圭表, 造于明代 (1439 年)

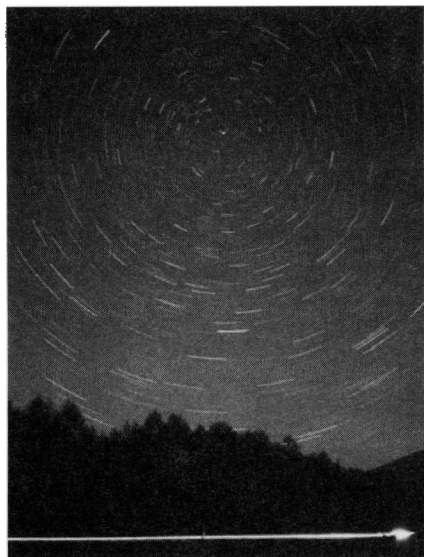


图 1.2 北天极周围恒星的周日运动

比太阳的视运动简单些的是遥远恒星每天一次经过南北子午圈的视运动 (图 1.2), 它只是地球绕轴转动一种运动的反映, 与之相联系的概念是恒星时. 恒星时虽然单纯, 却远离生活, 因而没有成为计时的基础. 随着观测技术的发展和观测精度的提高, 到了 20 世纪, 人们终于发现, 无论是地球的自转还是公转, 都是不均匀的, 都不宜用作精密计时的尺度. 从 1967 年开始, 改用原子振动的周期作为计时的尺度, 规定铯原子基态的两个超精细能级在零磁场下跃迁辐射振荡 $9\,192\,631\,770$ 周所持续的时间为一个国际制秒. 时间计量从此与地球的运动脱钩. 这样的时间尺度叫做原子时, 从 1971 年起, 由设在法国巴黎的国际度量局 (BIPM) 计算得到, 简记为 TAI. TAI 的原点取在 1958 年 1 月 1 日世界时 0 时.

根据爱因斯坦 (Albert Einstein, 1879~1955 年) 的广义相对论, 时间的快慢与局部引力场有关 (须重明等, 1999). 在太阳系内, 有两个处所是紧要的: 一个是太阳系质心, 所有太阳系天体的运动都与它相联系; 另一个是地球质心, 包括地面观测者在内所有地球物体的运动都与它相联系. 这样就从原子时派生出两个时间系统: 以太阳系质心为参照的质心力学时, 简记为 TDB; 以地球质心为参照的地球力学时, 简记为 TT. 这两个时间尺度差别的主要部分的振幅为 1.7 毫秒, 周期为一年, 对于本书所讨论的问题, 可以忽略不计. 它们之间的转换, 将在第 8 章再加讨论. 地球力学时与地面原子时的尺度是完全一样的, 两者的起点仅仅因为历史的原因有 32.184 秒的差, 转换公式是

$$TT = TAI + 32.184s. \quad (1.1)$$

以更加稳定的原子时作为基准, 世界时的不均匀性就显现了出来, 经过积累会盈余或短缺 1 秒, 而且还有长期变慢的趋势. 但世界时以地球的自转和公转运动为基础, 既反映地球在空间中的指向和方位, 又符合人们千百年来养成的生活习惯, 具有实际应用价值. 为了协调原子时和世界时两种不同的时间尺度, 就产生了协调世界时 UTC, 并且从 1979 年起成为世界各国使用的正式时间标准. 协调世界时的单位为国际制秒, 它与 TAI 的差保持为整数秒, 而与 UT1 之差的绝对值保持小于 0.9 秒. 当 UTC 领先 UT1 0.9 秒时, 加入一个负闰秒; 当 UTC 落后 UT1 0.9 秒时, 加入一个正闰秒. 实施闰秒的时刻首先为 6 月 30 日和 12 月 31 日的最后一秒, 其

次为 3 月 31 日和 9 月 30 日的最后一秒. 不过从 1972 年实行以来, 迄今还只在 6 月 30 日和 12 月 31 日加入过闰秒. 这样, 协调世界时一日所含的国际制秒数不再是常数 86 400. 闰秒的设置由国际时间局 (BIH) 根据天文观测资料决定和发布. 承担我国标准时间产生、保持和发播任务的权威机构, 则是国家授时中心 (图 1.3).

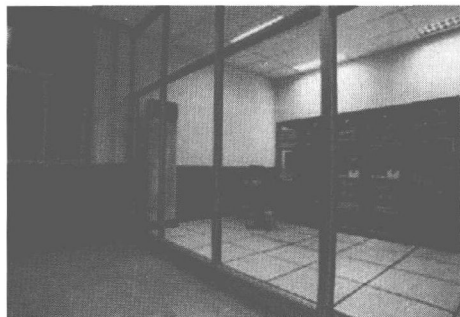


图 1.3 国家授时中心时频基准实验室

各时间标准之间的关系如图 1.4 所示: TT 和 TAI 尺度相同, 只是原点不同. TDB 对于 TT 的周年变化在图中放大了 200 倍. 由于地球自转的长期变慢, 随着时间的推移, UT1 和 UTC 的尺度变长, 计时逐渐落后于 TAI. UTC 的尺度在两次插入闰秒的中间与 TAI 相同, 而总的趋势则与 UT1 相同.

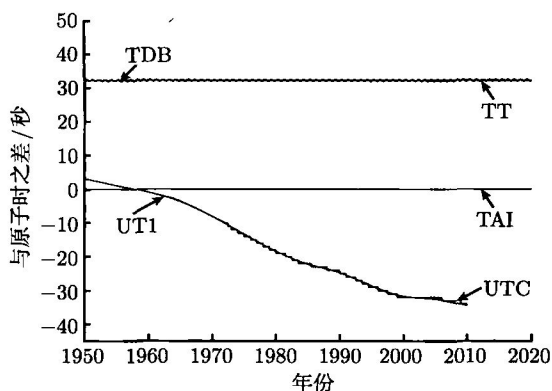


图 1.4 各时间标准之差的变化

UT1 与 UTC, TAI 与 UTC 的差值是天文计算必需的, 其准确值可以从国际地球自转服务机构 (IERS) 的网站 <http://www.iers.org> 下载. 第 6 章还将具体讨论.

太阳的视运动是地球绕轴转动和绕太阳公转两个运动合成的反映, 由于地球绕太阳的公转不是匀速的, 太阳连续两次经过子午圈的时间不是固定不变的, 最长和最短相差达 51 秒, 因此太阳的视运动不宜直接用作计时的标准. 为了消除不均匀

性, 美国天文学家纽康 (Simon Newcomb, 1835~1909 年) 定义了一个叫做“平太阳”的假想天体, 它在天球上以太阳的平均角速度运动. 以平太阳的周日视运动为标准的时间就叫做平太阳时. 后来天文界约定采用格林尼治本初子午线上的平太阳时作为全世界天文观测和民用的标准时间, 1928 年后改称为世界时, 简记为 UT. 随着计时精度提高, 发现世界时也是不均匀的. 为此, 国际天文学联合会 (IAU) 在 1955 年又详细定义了三种不同的世界时, 力图消除不均匀性. 其中根据各个天文台的恒星中天观测直接测定的时间叫做 UT0, 由于地球极移的影响, UT0 是不均匀的, 不同观测站得到的时间略有不同. 消除极移影响后得到的时间变得与测站无关, 均匀性得到改进, 叫做 UT1. UT1 与地球绕轴自转转过的角度成正比, 可以用作地球自转运动的精确表示. 由于地球自转速度存在季节变化, UT1 仍然是不均匀的. 进一步消除这种影响后得到的时间叫 UT2. 但是, 地球自转还存在长期变化和不规则变化, UT2 仍然不是完全均匀的. 1967 年世界时失去了计时标准的地位, 均匀性更高的原子时取而代之. UT1 作为地球自转运动的度量, 仍然发挥着它的作用.

1.2 儒略历和格里历

现在通用的公历是意大利医生兼哲学家里利乌斯 (Aloysius Lilius, 1510~1576 年) 主持制定, 罗马教皇格里高利十三世 (Gregory XIII) 在 1582 年 2 月颁布实行的格里历. 此前通用的儒略历是由埃及亚历山大的希腊数学家兼天文学家索西琴尼 (Sosigenes, 公元前 1 世纪) 主持制定, 罗马统治者盖厄斯·儒略·恺撒 (Gaius Julius Caesar the Great, 约公元前 100~ 前 44 年) 颁布, 从公元前 46 年 1 月 1 日起实行的. 这两种历法都是太阳历, 只考虑太阳的周年视运动, 不考虑月亮的视运动.

为了对太阳的视运动有个明确的概念, 先认识一下天球上有关的点与线. 当站在地球上某处观测天象时, 看到的只是日月星辰在天空中的方位, 它们似乎距离我们同样遥远, 镶嵌在叫做天球的球面上, 其间远近的差别是无法直觉感受的. 由于地球的自转, 整个天球都在自东向西地转动, 只有图 1.5 所示的叫做天极的两个点是不动的, 通过两极的大圆是赤经线. 连接两极的转轴叫做天轴, 垂直于天轴中分天球的大圆是天球赤道, 与赤道平行的圆周是赤纬线. 除了周日运动之外, 恒星似乎牢牢地镶嵌在天球上, 不容易察觉到其他运动. 日月行星则不然, 短期观测就能断定它们没有固定在天球上, 而是游走于恒星间. 用圭表测量正午时刻表影的长度, 就能发现它是逐日变化的. 这意味着太阳每天正午在天空中的高度在变化着; 而太阳正午时刻的高度又依赖于它的赤纬, 这就表明太阳的赤纬是变化的. 比较太阳和恒星从东方地平升起或从西方地平落下的先后, 就能发现太阳的赤经也是变化的. 经过长期观测可以确定, 太阳以一年为周期, 沿着一个与赤道成 23.5° 倾角的大圆

从西向东移动, 这叫做太阳的周年运动, 而这个倾斜的大圆就是**黄道**. 由于哥白尼 (Nicolas Copernics, 1473~1543 年) 的卓越贡献, 现在我们知道这些天象都是地球绕太阳周年运动的反映. 哥白尼之前人们的认识, 却与我们上述的直观大致相同.

黄道和赤道有两个交点, 太阳由天球南半球穿越赤道进入北半球的那个交点叫做**春分点**; 另一个相反的交点就是**秋分点**. 太阳经过春分点的日子, 叫做**春分日**, 适逢北半球春耕生产的农忙季节, 自古就受到特别的重视, 春分点还被确定为天球上赤经起算的原点.

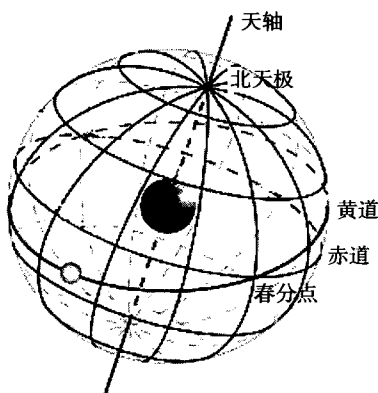


图 1.5 天球上的点与线

太阳周年视运动的周期, 也就是太阳两次经过春分点的时间间隔叫做**回归年**, 是制定公历历法和农历历法的基本参数. 现在采用的回归年长度的精确值是 365.24 218968 日, 即 365 日 5 小时 48 分钟 45.188 秒. 此值每年缩短约 5.3 毫秒, 换句话说, 每 1000 年缩短约 5.3 秒. 儒略历采用的回归年长度为 365.25 日, 每世纪含 36525 日. 取平年长为 365 日, 闰年长为 366 日. 由于每 4 年含 1461 日, 故需设一闰年. 每世纪 25 个闰年, 以公元年序数能被 4 整除的年份为闰年. 但要注意公元前年序数的算法: 公元前 1 年的年序数为 0, 公元前 2 年的年序数为 -1, 等等. 按照规则, 公元前 5 年的年序数为 -4, 可被 4 整除, 故为闰年.

儒略历的年长与精确值之差为 0.00781 日或 11 分钟 14.8 秒, 因此太阳回到春分点的时刻每年要提前 11 分钟 14.8 秒. 公元前 46 年儒略历开始实行时, 春分日在当年的 3 月 23 日 (世界时, 下同). 公元 325 年召开第一次基督教主教尼塞 (Nicée) 会议时, 春分日已经提前到了 3 月 20 日. 到 1582 年改历之时, 这个差值已经积累到 12.6996 日, 春分日提前到了 3 月 10 日. 为了消除这个差数, 格里历颁布时规定 1582 年 10 月 4 日之后的那天为 1582 年 10 月 15 日, 于是 1583 年的春分日就回到了 3 月 21 日. 按照这个规定, 我们今天所说的公历系统, 在 1582 年 10 月 5 之前指的是儒略历, 1582 年 10 月 14 日之后, 指的是格里历, 而 1582 年 10 月 5 日至 10 月 14 日之间的日期是不存在的. 公元前 46 年之前, 尽管儒略历还没有颁布, 仍然约定按儒略历计算年月.

格里历的年长为 365.2425 日, 与精确值之差为 0.00031032 日或 26.8 秒, 2700 年才会积累起 1 日的误差. 400 年含 146097 日, 需要设 97 个闰年, 比儒略历少 3 个. 因此规定凡年序数能被 100 整除而不能被 400 整除的年份仍为平年. 由于置闰的调节, 按格里历和世界时计算的春分日, 总在 3 月 20 日前后, 至早提前到 3 月 19 日, 至迟落后到 3 月 21 日.

从数学上说, 置闰是一个用有理数 (分数) 逼近实数的问题 (华罗庚 1964). 回归年长度 $T_{\text{try}} = 365.242\,189\,68 \dots$ 是一个无理数, 它可以写成如下的连分数:

$$T_{\text{try}} = 365 + \frac{1}{4 + \frac{1}{7 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5 + \frac{1}{64 + \dots}}}}}} \quad (1.2)$$

为了节省篇幅, 简写分数部分成如下形式:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{64} + \dots \quad (1.3)$$

逐次截断, 可得到 T_{try} 的一系列渐近分数

$$\frac{1}{4}, \frac{7}{29}, \frac{8}{33}, \frac{31}{128}, \frac{163}{673}, \frac{10\,463}{43\,200}, \dots$$

置闰的奥秘就隐藏在这组分数里: 把每个分数的分母看作总年数, 分子就是其中须置闰的年数, 一个比一个精密. 第一个分数 $1/4$ 给出了四年一闰的最初规则, 第三个分数是 33 年 8 闰, 即 99 年 24 闰, 正合百年少一闰的规则. 第六个分数给出最精密的逼近: 43 200 年 10 463 闰, 43 200 年含 108 个 400 年, 按现行 400 年 97 闰的规则, 将设 10 476 个闰年, 比精密值多 13 个.

格里历月的设置继承了儒略历的规则. 儒略历创立之时, 分全年为 12 个月, 单数月长 31 日为大月, 双数月长 30 日是小月. 只有 2 月的日数可变以调节平年和闰年, 平年长 29 日, 闰年长 30 日. 公元前 8 年, 恺撒的继承人奥古斯都又从 2 月减去 1 日加到 8 月使之成为大月, 又把 9 月、11 月改为小月, 10 月、12 月改为大月. 这样 2 月的日数成为平年 28 日, 闰年 29 日.

回归年的长度为 $365.242\,189\,68 - 0.000\,000\,0616(t - 2000)$ 日, t 为公元年序数. 经简单变换, 可化为 $365.242\,312\,88 - 0.000\,000\,0616t$, 格里历年长与回归年长之差为 $0.000\,187\,12 - 0.000\,000\,0616t$ 日. 积分这个式子, 即可得到格里历的平均误差 $0.000\,187\,12t - 0.000\,000\,0308t^2 + C$, 假定 1582 年时此差为零, 求出常数 $C = -0.37311$, 遂得差数为 $-0.373\,11 + 0.000\,187\,12t - 0.000\,000\,0308t^2$ 日, 不考虑日长本身的变化, 到 4298 年时, 才会积累达到 1 日误差.