

汇总学科基本知识

学习技法灵活指导



新课标

小学生学习

智能百科

各版本通用

数学高年级

丛书主编 金玉俊



北京出版社出版集团
北京教育出版社

汇总学科基本知识

学习技法灵活指导



小学生学习

智能百科

各版本通用

数学高年级

丛书主编 金玉俊

本册主编 李士才



◆北京出版社出版集团
▲北京教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

新课标小学生学习智能百科·数学·高年级 / 金玉俊 编. —北京：
北京教育出版社，2008.5

ISBN 978-7-5303-6393-5

I. 新… II. 金… III. 数学课—小学—课外读物 IV. G624

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第050763号

新课标小学生学习智能百科
数学高年级

XINKEBIAO XIAOXUESHENG XUEXI ZHINENG BAIKE

SHUXUE GAO NIANJI

丛书主编 金玉俊

*

北京出版社出版集团 出版
北京教育出版社

(北京北三环中路6号)

邮政编码：100011

网 址：www.bph.com.cn

北京出版社出版集团总发行

新华书店 经 销

北京美通印刷有限公司印刷

*

889×1194 20开本 12.4印张

2008年5月第1版 2008年5月第1次印刷

印数 1—20 000

ISBN 978-7-5303-6393-5

G · 6312 定价：13.50元

质量监督电话：010-62380997 010-58572393

前　　言

孩子的学习是家长、老师和社会关心的重要问题之一。然而，某些孩子却对学习毫无兴趣，缺乏学习的主动性和自觉性。兴趣是最好的老师，每个人都会对他感兴趣的事物给予优先注意和积极探索，并表现出心驰神往。如果孩子对学习毫无兴趣，自然不会主动学习。那么如何才能让孩子爱学，主动学呢？这就是这套书要解决的问题。

书中的每一个知识单元都设置了丰富的栏目，分别为“相关趣闻”“基本知识”和“活动体验”。

“相关趣闻”是与“基本知识”相关的趣闻，它融入了将要讲述的知识点的部分或全部，这个趣闻的作用是调动读者的阅读兴趣，对所要掌握的知识产生好奇心，从而自主自动地想了解这些知识。

“基本知识”则是具体、细致、系统地向读者介绍该阶段需要掌握的内容。因为短短的趣闻是无法让读者完全掌握知识的全部内涵和所要具备的技能以及知识内在的逻辑性的，而这些可以在“基本知识”部分得到实现。

“活动体验”则是进一步的延伸，让读者完全融入图书中去，和图书形成互动。此时读者不再是像在课堂上听课一样被动接受，而是有点像自己给自己准备上课内容的感觉。他们会为此而感到新鲜和兴奋。同时运用掌握的知识解决一些问题，让读者获得一定的成就感，进一步巩固和加强了读者的学习兴趣和学习动力。

另外，这套图书让读者不必为教材的不停修订而疲于适应。自从教材实行“一标多本”之后，不但不同的地区有不同的教材，同一套教材也不停修订，读者就得不停地去适应新的教材。

“万变不离其宗”，教材再多，也不能偏离课程标准的基本要求。这套图书囊括了新课标中的最基本、最重要的知识点，完全依据新课程标准的要求，参阅各主要版本教材，可以作为任何版本教材的拓展材料使用。

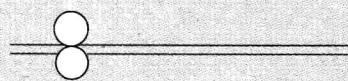
因此，这套书是以读者为中心，从各方面为读者着想，是一套融趣味性、智能力、自主性、探究性于一体的，让孩子快乐地获取智慧，轻松踏上精彩人生路的好书。



录

第一章 数	1
一、整数	1
罗马数字	1
二进制	2
八进制	5
十六进制	7
六十进制	8
0 和 1	10
无穷大——“ ∞ ”	12
等差数列	13
等比数列	15
求和的方法	17
数字与数位的奥秘	19
逆推法	21
斐波那契数列	23
二、数的整除	25
数的整除	25
数的整除性质	27
被 2 或 5 整除的数的特征	29
	30
被 4 或 25 整除的数的特征	31
	31
被 8 或 125 整除的数的特征	33
	33
被 3 或 9 整除的数的特征	34
	34
被 11 整除的数的特征	37
被 7、13、17 整除的数的特征	38
	38
奇数和偶数(一)	40
奇数和偶数(二)	42
质数与合数	44
质数表	46
检验质数	49

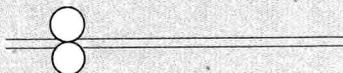
分解质因数	50
最大公约数	52
辗转相除法	54
约数的个数	56
最小公倍数	58
弃九验算法	61
带余除法	64
同余	65
最大公约数与最小公倍数的应用	
	67
游戏中的整数问题	69
整数性质的研究历史	71
三、分数	74
分数乘法	74
倒数	77
分数除法	78
分数的四则运算	81
分数的扩大或缩小	82
繁分数简介	84
百分数的概念	86
分数的速算与巧算	89
分数的拆项相加法	90
分数的发展	92
小数化成分数	95
分数化成小数	97
小数与百分数的互化	99
分数与小数的混合运算	101
四、比和比例	105
比的意义	105
比的性质	107
连比	109
按比例分配	111
比例尺	113
比例的意义	115



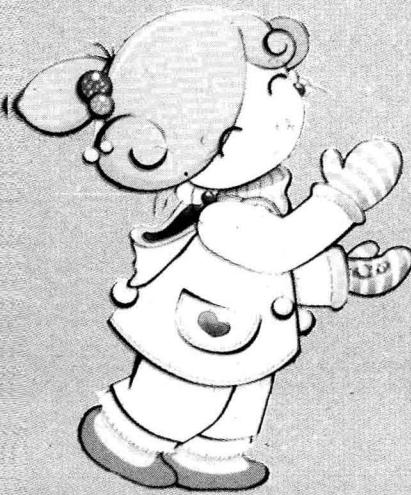


比例的基本性质	117
正比例和反比例	119
复比例	122
比例定理	123
比例的应用	125
五、应用题	127
求助线段图解应用题	127
矩形图示法解应用题	129
简单的分数和百分数应用题	132
利率	135
打折	136
较复杂的分数和百分数应用题	137
有趣的付费问题	140
按比例分配应用题	143
正、反比例应用题	144
工程问题	147
鸡兔同笼问题	149
逆运算问题	150
流水问题	152
排座位	154
逻辑推理	156
最优化策略	158
一题多解	160
列方程解应用题(一)	165
列方程解应用题(二)	167
第二章 几何图形	170
一、平行四边形	170
平行四边形的特征	170
平行四边形的面积	171
二、三角形	174
三角形的特征	174
三角形的类型	175

三角形的内角和	177
三角形的面积	179
等积变形	182
割补法和分割法	183
三、梯形	186
梯形的特征	186
梯形的面积	187
四、圆	190
圆的认识	190
圆规	191
弦和弧	193
圆的周长	194
π迷俱乐部	196
圆的面积	197
五、长方体和正方体	200
长方体和正方体的认识	200
长方体和正方体的表面积	201
长方体和正方体的体积(一)	203
长方体和正方体的体积(二)	204
体积单位	206
表面积和体积	208
点、线、面、体	209
六、圆柱和圆锥	212
圆柱	212
圆柱的表面积	213
圆柱的体积	215
圆锥的体积	217
球	219
长度、面积和体积	220
七、对称图形	223
轴对称图形	223
中心对称图形	224



第三章 其他知识	226
一、统计	226
统计表	226
统计图	228
二、算术中的一些著名问题	231
中国剩余定理	231
一笔画	233
幻方	235



第一章 数

一、整数



罗马数字

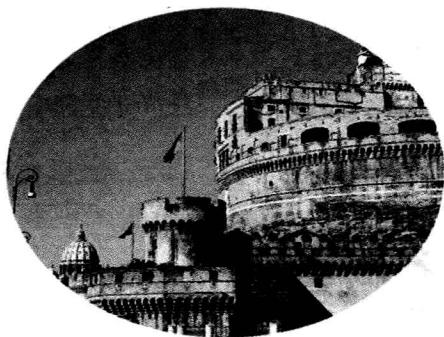


相关趣闻

xiangquan quwen

如果你细心观察的话，会发现罗马数字中没有“0”。其实在公元5世纪时，“0”已经传入罗马。但罗马教皇凶残而且守旧。他不允许任何人使用“0”。有一位罗马学者在笔记中记载了关于使用“0”的一些好处和说明，就被教皇召去，施行了拶(zǎn)指，使他再也不能握笔写字。

但“0”的出现，谁也阻挡不住。现在，“0”已经成为含义最丰富的数字符号。“0”可以表示没有，也可以表示有。如：0℃并不是说没有气温；“0”是正负数之间唯一的中性数；任何数(0除外)的0次幂等于1； $0! = 1$ (零的阶乘等于1)等等。



基本知识

jiben zhishi

罗马数字是罗马人创造的记数符号。罗马数字的符号一共有7个：I(代表1)、V(代表5)、X(代表10)、L(代表50)、C(代表100)、D(代表500)、M(代表1000)。这7个符号在位置上不论怎样变化，它所代表的数都是不变的。它们按照下列规律组合起来，就能表示任何数：



第一
章
数



活动体验

huodong tixian

请你在我现在的生活中找一找哪里有罗马数字。

【答案】现在许多老式挂钟上还常常使用罗马数字。(答案不唯一)

二进制

相关趣闻

xiangguan quwen

找纸牌

表演者用一副当众抽洗过的扑克牌让观众随意抽一张，再让其他观众看清上面的花色和牌点后，插入整副牌中，而表演者这时把最上面的一张牌丢开，再把第二张放到最下边去；然后又将这时的最上面的一张牌丢开（即原来的第三张），把其次的一张（即原来的第四张）放到最下面去（如图）；……依照这个程序一直做下去，最后剩下的一张牌，恰好就是观众所抽中的那张牌。

这个魔术的秘密在于表演者把观众抽中的牌，插到了某个特定的位置上。我们不妨用实验的方法来确定这个位置在哪里。先用笔把54张牌从上到下依次编上1~54的号码，然后按照规定的程序丢牌，一直进行到只剩下最后一张牌，这张牌的编码就是我们所要求的位置。实验结果表明，这最后

一张牌的编码是 44，也就是说，这是原来的第 44 张牌，或者说它是倒数第 11 张牌。由此可知，表演者必须事先把观众所抽中的牌放在整副牌的倒数第 11 张，就可以保证丢牌过程所剩下的最后一张牌恰好是观众所抽中的那张牌。



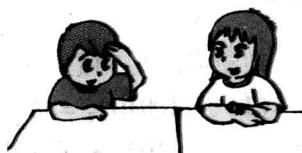
实际上，不管原来的牌有多少张，只要点点它有几张，就可以确定事先把观众抽中的牌放在第几张。例如，整副牌有 54 张， $2^5 < 54 < 2^6$ ，即 $32 < 54 < 64$ ，而 $54 = 32 + 22$ ， $22 \times 2 = 44$ ，即应事先把观众抽中的牌放在第 44 张的位置。如果这副牌只有 40 张， $2^5 < 40 < 2^6$ ，即 $32 < 40 < 64$ ，而 $40 = 32 + 8$ ， $8 \times 2 = 16$ ，即应事先把观众抽中的牌放在第 16 张的位置。如果这副牌只有 30 张。 $2^4 < 30 < 2^5$ ，即 $16 < 30 < 32$ ，而 $30 = 16 + 14$ ， $14 \times 2 = 28$ ，即应事先把观众抽中的牌放在第 28 张（也就是倒数第 3 张）的位置。



计算机能够处理数值、文字、声音、图象等信息。同学们可能会问：为什么作为电子设备的计算机能处理那么多复杂的信息呢？实际上，当把这些信息转换成计算机能识别的形式就能进行处理。目前计算机中所有的信息都用“0”和“1”两个数字符号组合的二进制数来表示。

二进制数的特征是：(1) 有 2 个数字：0，1。(2) 运算时逢二进一。(3) 每个数字在不同数位上，其值以 2 的倍数递增，即 $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, \dots$ 。（其中 $2^1 = 2, 2^2 = 2 \times 2 = 4, 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8, 2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16, \dots$ 。规定 $2^0 = 1$ ，而且 $a^0 = 1 (a \neq 0)$ 。）

十进制数化成二进制数的常用方法——除以 2 倒取余法。例如：将十进制数 39 化成二进制数，方法如下：



$$\begin{array}{r}
 2 \overline{)39} \\
 2 \overline{)19} \cdots \cdots 1 \\
 2 \overline{)9} \cdots \cdots 1 \\
 2 \overline{)4} \cdots \cdots 1 \\
 2 \overline{)2} \cdots \cdots 0 \\
 2 \overline{)1} \cdots \cdots 0 \\
 0 \cdots \cdots 1
 \end{array}$$

$\therefore (39)_{10} = (100111)_2$ (“ \therefore ”是“所以”的意思)。

用39除以2，余数1相应地写在右边(如果除尽，余数则写0)；再将这步的商19除以2，重复上面的过程，直到商等于0为止。最后将余数按照箭头方向从下到上写成一行数，就是二进制数的结果。

二进制数化成十进制数的方法如下：

$$\begin{aligned}
 & (10011101)_2 \\
 &= 1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\
 &= (128 + 0 + 0 + 16 + 8 + 4 + 0 + 1)_{10} \\
 &= (157)_{10}
 \end{aligned}$$

二进制数从右起每位的计数单位分别是 $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, \dots$ ，所以记忆 $2^0 = 1, 2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, \dots$ 是把二进制数化成十进制数的关键。

二进制数的加法和减法的方法是满2进1，向上一位借1当2。例如：

$$\begin{array}{r}
 (100)_2 + (110)_2 = (1010)_2 \qquad \qquad (1100)_2 - (1001)_2 = (11)_2 \\
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 1 & 0 & 0 \\
 + & 1 & 1 & 0 \\
 \hline
 1 & 0 & 1 & 0
 \end{array}
 & \begin{array}{r}
 1 & 1 & 0 \\
 - & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 \hline
 1 & 1
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$



huodong tiyan

动动手，做一做：

- (1) $(110010)_2 = (\quad)_{10}$;
- (2) $(1010)_2 + (1101)_2 = (\quad)_2$;
- (3) $(67)_{10} = (\quad)_2$;
- (4) $(10011)_2 - (110)_2 = (\quad)_2$ 。

【答案】(1) $(110010)_2 = (50)_{10}$;

(2) $(1010)_2 + (1101)_2 = (10111)_2$;

- (3) $(67)_{10} = (1000011)_2$;
(4) $(10011)_2 - (110)_2 = (1101)_2$ 。

5

八进制

相关趣闻

Xiangguan quwen

辛巴和玛亚在比较两个数的大小，辛巴写出了 461，玛亚写出了 517，玛亚说自己写的数大。这时只见辛巴在玛亚写出的“517”上添了一些符号，变成了 $(517)_8$ ，这时玛亚不知道谁大谁小了。小朋友们，你学习了下面的知识就能帮助玛亚解决这个问题了。

基本知识

Jiben zhishi

二进制在计算机内部使用是再自然不过的。但在人机交流上，二进制有致命的弱点，数字的书写特别冗长。例如，十进制数 100000 写成二进制数为 11000011010100000。为了解决这个问题，在计算机的理论和应用中还使用辅助的进位制八进制。

二进制和八进制之间的换算十分简便，而采用八进制又避免了数字冗长带来的不便，所以八进制已成为人机交流中常用的计数法。

二进制的三个数位正好记为八进制的一个数位，这样，数字长度就只有二进制的三分之一，与十进制记的数长度相差不多。例如，十进制数 100000 写成八进制数就是 303240。

八进制数的特征：(1) 有八个数字：0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7。(2) 运算时逢八进一。

任何一个八进制数，都可以像这样化成十进制数。例如： $(205)_8 = 2 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 5 \times 8^0 = 2 \times 64 + 5 \times 1 = (133)_{10}$ (八进制数从右起每位的计数单位分别是 $8^0, 8^1, 8^2, 8^3, 8^4, \dots$)。

反之，一个十进制数，只要用 8 连续去除该数或所得商，然后反序取余数，就是要求的八进制数。例如，把 $(461)_{10}$ 化为八进制数。

$$\begin{array}{r} 8 \mid 4 \ 6 \ 1 \\ 8 \mid 5 \ 7 \cdots \cdots 5 \\ 8 \mid 7 \cdots \cdots 1 \\ 0 \cdots \cdots 7 \end{array}$$

↑

$$(461)_{10} = (715)_8$$

方法：一直除到商为0，然后按箭头方向（按箭头所指的顺序）取余数就是要求的八进制数。

八进制数化为二进制数，只要把每一位上的数写成三位的二进制的数即可。例如：把 $(557)_8$ 改写成二进制的数。

$$\because (7)_8 = (111)_2, (5)_8 = (101)_2, (\because \text{是“因为”的意思})$$

$$\therefore (557)_8 = (101 \ 101 \ 111)_2.$$

反之，要把二进制数化成八进制数，只要从后向前每三位分一节，然后将每节的三位数化成一个八进制数就行了。例如：把 $(1101110011)_2$ 改写成八进制的数。

\because 从后向前每三位分一节为1' 101' 110' 011，而 $(101)_2 = (5)_8$,
 $(110)_2 = (6)_8$, $(011)_2 = (3)_8$, $\therefore (1101110011)_2 = (1563)_8$ 。

当然，要把八进制数化成二进制数，也可以先把八进制数化成十进制数，再把所得的十进制数化成二进制数。同样，二进制数化为八进制数也可以借助十进制数。



活动体验

huodong tixian

$$\text{做一做: } (110010)_2 = (\quad)_{10}; \quad (67)_{10} = (\quad)_2;$$

$$(523)_{10} = (\quad)_2; \quad (471)_8 = (\quad)_{10};$$

$$(23)_8 = (\quad)_2; \quad (1111011)_2 = (\quad)_8.$$

【答案】 $(110010)_2 = (50)_{10}$; $(67)_{10} = (1000011)_2$; $(523)_{10} = (1000001011)_2$; $(471)_8 = (313)_{10}$; $(23)_8 = (10011)_2$; $(1111011)_2 = (173)_8$ 。



十六进制

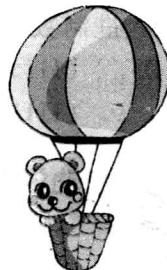
相关趣闻

xiangquan quwen

宋朝的释普济所著的《五灯会元》第十一卷中有这样一句话：“秤头半斤，秤尾八两。”（这是“半斤”和“八两”两个词语出现最早的文章）明朝的施耐庵所著的《水浒传》的第一百零七回中有这样的描述：“众将看他两个本事，都是半斤八两，打扮也差不多。”

上面的两段话中都提到了“半斤”和“八两”，它们两个为什么在一起出现呢？原来从前的秤十六两为一斤，因此半斤就等于八两，所以才有半斤八两之说。

成语“半斤八两”的解释是：八两即半斤。一个半斤，一个八两。比喻彼此一样，不相上下。



基本知识

jiben zhishi

在人和计算机的交流上，对于二进制数字的书写特别冗长这个致命的弱点，十六进制数比八进制数更具有优越性。十六进制数的一个数位可以代表二进制数的四个数位，这样，一个字节正好是十六进制数的两个数位。二进制数和十六进制数之间的换算也十分简便。而且八进制数和十六进制数之间也可以进行十分简便的换算，所以十六进制也成为了人机交流中一种常用的计数法。

有趣的是在十六进制数中“10”代表16，那么怎样用十六进制数来表示十进制数10、11、12、13、14和15呢？答案是分别用字母A、B、C、D、E和F来表示。

十六进制数的特征：(1) 有十六个数字：0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F。(2) 运算时逢十六进一。

下表是将部分十进制数转换为十六进制数：

十进制	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
十六进制	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10

十进制	17	20	31	32	33	100	200	255	256	4095
十六进制	11	14	1F	20	21	64	C8	FF	100	FFF

把二进制数转化成十六进制数的方法如下：

例如： $(11111011001)_2 = (\quad ? \quad)_{16}$ 。

∴先把二进制数四位分一节为 111' 1101' 1001，再把每节分别改写成十六进制数（这样做比整体改写容易）： $(1001)_2 = (9)_{16}$ 、 $(1101)_2 = (D)_{16}$ 、 $(111)_2 = (7)_{16}$ ，最后把几个十六进制数按顺序组合在一起，
 $\therefore (11111011001)_2 = (7D9)_{16}$ 。



huodong tiyan

十进制数 100000 写成十六进制数是多少？

【答案】 $(186A0)_{16}$

六十进制



xiangguan quwen

如果你想见识一个真正酷的进制，你就回到 4000 年前，看一下巴比伦人使用的 60 进制。他们使用“<”来表示 0~59 间的数字，但是当他们写六十时，他们会使用自己独创的类似“10”的形式，以下是巴比伦人表示数字 15834 的写法：

4	23	54	这个数字是
六十的六十倍	六十位	个位	$4 \times 3600 = 14400$
3600	60	1	$+ 23 \times 60 = 1380$
			$+ 54 \times 1 = 54$
			————— 总和 = 15834

他们使用 60 进制，努力地做着最要命的运算。顺便问一下，你曾经疑惑过为什么 1 分钟有 60 秒以及 1 小时有 60 分钟吗？