

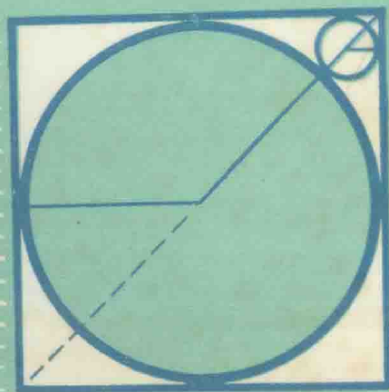
经国家教委
全国中小学教材审定委员会
学科审查委员会
审查试用



中学数学

实验教材 第二册 下

ZHONGXUE SHUXUE SHIYAN JIAOCAI



人民教育出版社

中学数学实验教材

第二册(下)

中学数学实验教材编写组 编

人民教育出版社

(京)新登字 113 号

经国家教委全国中小学教材审定
委员会学科审查委员会审查试用

中学数学实验教材
第二册(下)

中学数学实验教材编写组 编

*

人民教育出版社出版

新华书店总店科技发行所发行

北京东光印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32 印张 7.75 字数 170,000

1994 年10月第1版 1994年10月第1次印刷

印数 1—1,000

ISBN 7-107-01821-3

G·3395(课) 定价3.50元

前 言

《中学数学实验教材》经过 11 年实验，由“试教本”到本版已经 4 次大的修改，形成了 5 个版本。本版已经国家教委全国中小学教材审定委员会学科审查委员会审查通过，在全国推荐试用。

本教材继续贯彻了“精简实用，反璞归真，顺理成章，深入浅出”的指导思想；保持了原教材的基本构想和多年实验证明行之有效的优点和特色。

本教材的教学目的是：使学生切实学好从事现代生产，适应现代生活，特别是学习现代科学技术所必需的数学基础知识；通过对数学理论、应用、思想和方法的学习，培养学生运算能力、思维能力、空间想象力，从而逐步培养运用数学思想和方法去分析和解决实际问题的能力；通过数学的教学和学习，培养学生良好的学习习惯、严谨的治学态度和科学的思想方法，逐步形成辩证唯物主义世界观。

本教材初中部分包括代数、几何和函数三科。教学可按初一上代数，初一下、初二代数、几何双科并进，初三函数的程序安排。

初中代数（第一册）。在总结小学所学自然数、小数、分数的基础上，明确提出运算律，把数系补充到有理数系和实数系。灵活运用运算律解一元一次、二次方程，二元、三元一次方程

组,然后进一步系统化,引进多项式及其运算,学习综合除法、辗转相除法、余式定理及其推论,然后学习分式、根式.最后,初步应用代数运算去求等差、等比数列和等.初中代数最基本的思想、最重要的本质就是数的运算律,它们是整个代数学的根本所在,把它形式化也就是多项式的运算和理论.初中代数的基本构想和特点,就是突出运算律,充分体现以通性求通解这种代数思想.

初中几何(第二册).第一章实验几何主要是引导学生对于现实空间的种种基本性质作一系统的观察、分析与实验,从而总结出“空间通性”的一个明确体系,以达到“探源、奠基、启蒙”的目的.由实验几何到推理几何是人类文明的重大突破,在教学中也是一关键性转折点.为了帮助学生顺利实现这一转折,安排了“集合与简易逻辑”一章,用集合术语具体、形象地讲清逻辑规则,以转入推理几何.本教材对传统的欧氏平面几何认真作了精简和重编、突出了重点,引导学生学习演绎法、体会空间基本性质的本质与用法,突出平行四边形定理、相似三角形定理和勾股定理,为以后空间结构全面代数化打下理论基础.

初中函数(第三册).在初中代数和初中几何的基础上,通过直线和平面的坐标化使数形结合,研究最简单的图形:直线和圆.从不等式的基本性质开始,用坐标图解和集合运算来说明不等式,说明一元、二元方程的解集,这是代数、集合、几何的结合,进而数形结合研究函数,正式引入函数概念,正式研究一次、二次多项式函数及其主要性质、三角函数和解三角形.最后设置“统计初步”一章,以满足实际应用之需.此外,为了满足

现行大纲的要求，在附录里安排了“指数概念普遍化与对数”一章。如果将来新大纲不要求在初中阶段学习此课题，即可不讲。

本教材的处理力求符合人类认识发展和个体认识发展的规律，深入浅出，顺理成章。突出由算术到代数、由实验几何到论证几何、由综合几何到解析几何、由常量数学到变量数学四个重大转折。为此，强调数系运算律、集合、逻辑、向量和逼近法分别在实现这四个转折中的作用。这样既遵循历史发展的规律，又突出了几个转折关头，缩短了认识过程，有利于学生掌握数学思想发展的脉络，提高数学教学的思想性。

国家教委全国中小学教材审定委员会学科审查委员会审查本教材后，提出了以下审查意见和结论*：

“《中学数学实验教材》是由原教育部委托北京师范大学牵头，会同中科院数学所、人教社、北京师院、景山学校等单位，组成由丁尔升负责的《中学数学实验教材》编写组，参照美国加州大学伯克利分校项武义教授的《关于中学实验数学教材的设想》编写的。这次审查的是经过七轮实验，多次修改后，由人教社出版的这套教材的初中部分。

经审查，我们认为：

这套教材根据‘精简实用，反璞归真，顺理成章，深入浅出’的指导思想和编写原则，以重点中学为主要对象，为满足学生将来学习理工方面的需要，在内容选取的深度、广度和能力培养的要求上，都远远超过现行大纲。它是一套从内容选取和整

* 引自国家教委(89)教中小材办字 021 号文件及附件一：《全国中小学教材审定委员会审查教材意见登记表》。

体结构上都具有鲜明特色,适应高层次需要的高水平的初中数学教材。

这套教材的特点主要表现在:

一、数学知识结构整体性强,整套教材采取代数、几何、分析三大基础数学分支的初步知识既各成体系又互相联系,组成了统一整体。代数教材抓住‘数系通性’,以实现从算术到代数的过渡。突出了通性、通法,使代数内容脉络清楚,精简实用,也较早地渗透了论证因素,缓解了几何入门难的矛盾;几何教材从实验几何逐步过渡到论证几何,中间插进了集合与简易逻辑,提高了论证几何的严谨性;在代数与几何的知识基础上,发展到用坐标法解决一些初等函数和解析几何的初步知识,使整套教材结构严谨,系统性强。

二、在知识教学和能力培养上做到较好的统一,教材在知识的展开上,突出了基本的数学思想和数学方法,理论性强,使学生在深入理解数学知识和掌握数学技能的过程中,同时学到数学思想和方法,增强数学观念,发展数学能力。

三、现代数学的观点得到较好的体现和渗透,使教材内容的科学性和发展性达到较高的水平。

四、教材中结合内容进行辩证唯物主义和科学精神的教育做得较好。

这套教材的主要问题在于:

一、教材内容多,不少章节属于现行大纲中的高中部分的教学内容,有些是原高中教材已经删减的内容,一般学校的师生难以接受。

二、教材理论性很强,对数学能力,特别是抽象思维能力

和逻辑推理能力要求高。整套教材文字叙述简炼严谨，语言的数学化程度高，一般初中学生难以适应。

三、习题配备上，基本题较少，不利于学生熟练掌握基础知识，形成技能；而某些习题难度过高，一般初中生力不能及。

实验表明，这套教材仅能适用于重点中学具有较高水平的教师而且具有较好基础的学生的班级。”

审查结论是：“这套教材经修改后，可以在师资水平高、学生基础好的学校或班级中试用；若能在保留现有特点的前提下，精简内容，降低难度，做较大的修改后再经审查，可以推广到师资条件较好的学校试用。”

我们根据以上审查意见和结论以及审查委员会提出的具体修改意见进行了修改，修改稿又经复审、修改定稿。尽管如此，本版仍难免有不妥之处。在使用中我们热忱希望大家多提意见。

参加本版修订工作的有实验组的丁尔升、李建才、罗声雄、孙瑞清、高存明、童直人等。参加本册修订工作的还有吴宗初、郭鸿、王丽珍、陈树本、田钦。

目 录

第四章 度量与相似	1
§ 1 长度与面积的度量	2
1.1 长度的度量与可公度性	2
1.2 成比例线段	6
1.3 面积的度量与长方形面积公式	10
*1.4 不可公度的发现与克服	19
▶ 习题 4-1	27
§ 2 勾股定理与相似三角形定理	28
2.1 勾股定理	28
2.2 相似三角形定理	38
2.3 平行截割定理	50
2.4 相似三角形的其他性质	54
2.5 三角形内成比例线段	59
2.6 相似多边形与相似图形	64
*2.7 有向线段的比、梅涅劳斯定理	67
▶ 习题 4-2	71
§ 3 三角比与解直角三角形	74
3.1 锐角三角比与相似测量	74
3.2 0° 到 90° 角的三角比的变化	79
3.3 30° 、 45° 、 60° 角的三角比	82
3.4 三角比值表	84
3.5 互为余角的三角比间的关系	89
3.6 同一锐角的各三角比间的关系	91

3.7	直角三角形中的边角关系	94
3.8	解直角三角形	96
3.9	解直角三角形的应用	99
	►习题 4-3	104
	本章小结	106
	复习题四(A、B组)	108

第五章 圆

§ 1	圆的基本性质	114
1.1	圆的定义	114
1.2	不共线的三点确定一圆	117
1.3	圆的对称性	123
1.4	弧、弦和弦心距之间的关系	128
1.5	两圆的位置关系	130
*1.6	圆与圆的位似	135
	►习题 5-1	139
§ 2	圆与直线的位置关系	140
2.1	圆与直线的位置关系	140
2.2	三角形的内切圆	146
2.3	圆的外切四边形	150
2.4	两圆的公切线	152
	►习题 5-2	157
§ 3	与圆有关的角	158
3.1	圆心角、圆周角	158
3.2	弦切角	165
3.3	圆的内接四边形	171
3.4	圆幂定理	176
	►习题 5-3	181
§ 4	圆与正多边形	183

4.1 圆的内接正多边形与外切正多边形	183
4.2 正多边形的外接圆与内切圆	188
4.3 圆的周长和面积	192
▶ 习 题 5-4	199
本章小结	200
复习题五(A、B组)	201
第六章 轨迹与作图	206
§ 1 轨迹	206
1.1 轨迹的概念	206
1.2 基本轨迹	208
▲ 习 题 6-1	214
§ 2 作图	215
2.1 基本作图	215
2.2 轨迹法作图	217
2.3 代数法作图	225
▶ 习 题 6-2	231
本章小结	232
复习题六(A、B组)	234

第四章

度量与相似

在第一章实验几何中,我们通过直观讨论,系统学习了空间的基本概念和基本性质,在第三章我们又以这些基本概念和基本性质为基础,改用演绎推理为主的方式,对于全等形和平行线的性质作了一番深入的探讨.大体上来说,在学习全等形和平行线的性质时,对于长度、面积和角度这三种几何量的研讨,我们只涉及到等与不等的概念,现在我们要进而对这些基本的几何量作深入的分析.骤看起来,长度和面积的度量似乎是十分简单的事,但是细加追究,就会发现其中大有文章(甚至颇有些奥妙!).在几何学的发展中,古希腊的毕氏学派就在长度和面积的度量的研究中,开始栽了个大跟头,后来他们又足足化了半个多世纪的钻研、苦思,才真正彻底地弄清楚了长度、面积的度量理论.在1.4节的选学材料的大部分讨论中,就是要引导同学们去看一看,想一想几何学在这方面的演进,究竟有那些关键性的转折点与突破点,去体会一下得到这方面知识的艰辛过程.

现在同学们已掌握了不少几何学知识.如果把你

目前的几何知识比作一棵日益茁壮成长的小树苗，那么第一章实验几何学习的知识就是它的种子，第三章的学习使得这棵种子萌芽、开始长起绿叶和枝条，而本章第一节的学习则是使它深深地扎好根。

本章首先研讨长度和面积的度量的基础理论，然后，主要研究相似形的重要性质和应用。

§ 1 长度与面积的度量

1.1 长度的度量与可公度性

我们大家都已知道，一条线段 a 的长是 4 厘米和一条线段 b 的长是 $4\frac{3}{4}$ 厘米的含意是什么。这一节我们要用逻辑推理的方法对长度概念作进一步深入的讨论。

根据直观经验，关于线段的长度有如下几条基本性质：

(1) 两条线段等长的充要条件是它们能够互相叠合(亦全等)。

由此得到， $a:b=1$ 的意义是 a 与 b 能够互相叠合。

(2) 如果 \overline{AC} 是由 \overline{AB} 和 \overline{BC} 相加而成的线段，那么 \overline{AC} 的长度应是 \overline{AB} 和 \overline{BC} 的长度和。这个性质

通常称为长度的可加性.

一般, 把与线段 a 等长的 n 条线段相加所得的线段, 其长度应为 a 的 n 倍; 反之, 若把一条线段 a 等分成 n 小段, 则每一小段的长度应是 a 的 $\frac{1}{n}$ 倍. 以后我们用 na 表示与 n 个 a 等长的线段, 用 $\frac{1}{n}a$ 表示把 a 等分成 n 段, 所得的一小段(图 4-1).

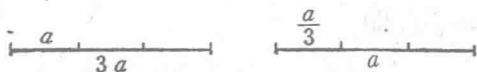


图 4-1

(3) 两条线段 \overline{AB} 和 \overline{CD} , 设 \overline{AB} 较 \overline{CD} 长(图 4-2). 则无论 \overline{AB} 怎样长, \overline{CD} 怎样短, 用 \overline{CD} 去量 \overline{AB} , 一次一次地量下去, 必定得到一个整数倍数 m , 或正好量尽, 或剩下比 \overline{CD} 较短的一段. 换句话说, 就是能够求得一个整数 m , 使得

$$m\overline{CD} \leq \overline{AB} < (m+1)\overline{CD}.$$

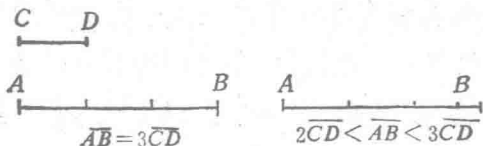


图 4-2

在比较两条线段 a 和 b 的长度时, 可能发生以下

几种情况:

1) a 恰好是 b 的整数 n 倍, 即 $a = nb$. 这种情况我们说 a 与 b 的比值是 n , 即

$$a:b = n.$$

2) b 的整数倍总不等于 a . 这种情况, 我们可把 b 适当等分为 n 条相等的线段(图 4-3, $n=3$), 每条线段的长度是 $\frac{1}{n}b$, 如果 $\frac{1}{n}b$ 的某个整数 m 倍恰好等于 a (图 4-3, $m=5$), 即

$$a = m \left(\frac{1}{n}b \right) = \frac{m}{n}b. \quad \left(a = \frac{5}{3}b. \right)$$

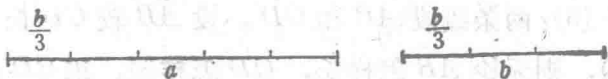


图 4-3

这时, 我们说 a 与 b 的比值是 $\frac{m}{n}$. 即

$$a:b = \frac{m}{n}. \quad \left(a:b = \frac{5}{3}. \right)$$

以上两种情况都存在着一线段, 可同时整量 a 和 b . 如果存在一条线段 u , 可同时整量 a, b , 即存在整数 m, n 使 $a = mu, b = nu$, 我们就说 a 和 b 是可公度的, 线段 u 叫做 a 和 b 的公度. 上述第一种情况, b 就是 a, b 的公度, 第二种情况 $\frac{1}{n}b$ 就是 a 和 b 的公度,

如果两条线段是可公度的，那么这两条线段的比都是有理数。

现在要问，除发生上述两种情况外，还会不会发生其他情况？古希腊几何学家用几何的方法，精辟地论证了存在着两条不可公度的线段，它们的比是无理数（有兴趣的同学可看 1.4 节阅读材料）。这是古希腊几何学家最杰出的贡献。

在比较线段的长短时，我们通常是选择一条线段作为单位长线段。在日常生活中，公里、米、厘米等都是常用的单位长线段。一条线段与单位长线段的比值，叫做这条线段的长度或数量。

两条线段的比，也就是两条线段的数量比，比值是一个正实数。

例如， $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$ ， $\overline{CD} = 2 \text{ cm}$ ，

则 $\overline{AB}:\overline{CD} = 4:2 = 2:1$ 。

上式也可写成：

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1}.$$

\overline{AB} 叫做比的前项， \overline{CD} 叫做比的后项，比值是 2。

根据分数的基本性质可知，两条线段的比和选择的长度单位无关。

练习

1. 已知 $a=2.5\text{ cm}$, $b=1.5\text{ cm}$, 求 $a:b$. 如果度量单位换为米或毫米, 它们的比值是否改变.
2. 如果两条线段 a, b , $a:b=\frac{3}{5}$, $a=5$ 米, 那么 b 等于多少米?
3. 直角三角形中, 有一个锐角等于 30° . 30° 所对的直角边与斜边的比值等于多少?
4. 已知两条线段 a, b , $a+b=6(\text{cm})$, $a:b=2$, 求 a, b 的长.

1.2 成比例线段

定义 四条线段 a, b, c, d , 如果满足等式 $a:b=c:d$ (或 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$), 就说这四条线段成比例. a, b, c, d 分别叫做比例第一、二、三、四项. 第一和第四两项叫做比例外项, 第二和第三两项叫做比例内项.

定义 三条线段 a, b, c , 如果满足等式 $a:b=b:c$ (或 $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$), b 就叫做 a, c 的比例中项, c 叫做 a, b 的比例第三项.

成比例的量有下面几条重要性质 (下面所有字母都代表不等于 0 的数).

(1) 比例的基本性质

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \iff ad=bc.$$

(2) 反比定理