

27

可靠性数学引论

(修订版)

■ 曹晋华 程侃 著

27

可靠性数学引论

(修订版)



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容摘要

本书简要介绍可靠性数学理论的基本概念和方法,是学习可靠性理论的一本理想入门书。内容包括常见寿命分布、不可修系统、可修系统、维修策略和可靠性寿命数据的统计分析。修订版增加了关于“寿命分布类研究”和“马尔可夫型可修系统剩余寿命的极限分布”两个附录。

本书可作为高等院校理工科高年级学生和研究生教学参考书,也可供有关研究人员和工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

可靠性数学引论/曹晋华,程侃著. --2版(修订本). --北京:高等教育出版社,2012.2
ISBN 978-7-04-034675-6

I. ①可… II. ①曹…②程… III. ①可靠性理论-应用数学-高等学校-教材 IV. ①O213.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第011826号

策划编辑 赵天夫 责任编辑 赵天夫 封面设计 赵 阳 责任印制 张福涛

出版发行	高等教育出版社	网 址	http://www.hep.edu.cn
社 址	北京市西城区德外大街4号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.landaco.com
印 刷	北京奥鑫印刷厂		http://www.landaco.com.cn
开 本	787mm×1092mm 1/16	版 次	1986年1月第1版
印 张	31.5		2012年2月第2版
字 数	550千字	印 次	2012年2月第1次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	59.00元
咨询电话	400-810-0598		

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物 料 号 34675-00

再版序言

本书的第一版 1986 年在科学出版社出版. 这次再版除了在个别地方做了少量的修正外, 主要是增加了两个附录即“寿命分布类研究”和“马尔可夫型可修系统剩余寿命的极限分布”. 寿命分布类是近年来一个十分活跃的理论研究方向, 在第一版只介绍了一些最基本寿命分布类的定义及其相互包含关系, 本版在附录 A 中进一步讨论引入不同寿命分布类时的经验背景和理论上的依据, 以及不同寿命分布类的性质; 寿命分布类中的可靠度的界; 寿命分布间的贴近性研究. 本版增加附录B“马尔可夫型可修系统剩余寿命的极限分布”, 则是因为这个极限分布是指数分布这一个结论在实际可靠性工程中具有重要的应用价值.

在此我们特别要感谢朱广田教授, 由于他的热心推荐, 才使本书得以在高等教育出版社再版. 我们也要感谢高等教育出版社的郭伟博士和其他同事, 他们为本书的再版做了大量的工作.

作 者

2005年12月

序

可靠性理论是以产品的寿命特征作为主要研究对象的一门综合性和边缘性学科,它涉及基础科学、技术科学和管理科学的许多领域.可靠性数学是可靠性理论的最重要的基础理论之一,近年来已发展成为应用概率、应用数理统计和运筹学的一个边缘分支学科.

在我国四个现代化的建设中,各行各业对产品可靠性问题愈来愈重视,迅速地推动了可靠性事业的发展.然而,由于过去可靠性的基础教育和理论研究十分薄弱,致使许多科技人员和管理人员对可靠性的基础知识了解较少,不能完全适应可靠性工作的需要.为此,我们编著了这本《可靠性数学引论》.

本书试图简要介绍可靠性数学的基础理论.在取材时,尽可能包括可靠性数学理论的基本内容、基本模型和方法.除了把文献中的结果加以统一整理外,还包含了一些新的尚未发表的结果.由于篇幅的限制,同时考虑读者的广泛性,不得不舍弃许多更深入的理论问题和某些虽然重要但较特殊的系统的讨论.

本书对可靠性的各种基本概念给出了严格的数学定义,对一些基本的结论和公式尽量给出数学证明.阅读本书只需具备微积分和初等概率论的基本知识.

本书大体上分为两部分,除第一章是基础性的以外,第二章至第八章主要讨论可靠性的概率模型,第九章至第十一章讨论可靠性的统计模型.具体安排如下:第一章介绍可靠性理论中常见的寿命分布.第二章至第五章讨论不可修系统,其中第二章讨论基本的不可修系统,并介绍了简单的最优分配问题,第三、

四、五章分别介绍分析大型系统的三种工具：网络、故障树和结构函数。第六、七章讨论马尔可夫型和非马尔可夫型的基本的可修系统。第八章介绍基本的维修策略模型。最后三章初步介绍寿命数据的统计分析方法，其中第九章讨论指数模型，第十章讨论韦布尔分布等其它分布类型和非参数方法，第十一章介绍可修系统故障数据的处理。书末列出了主要参考文献。

对于有志于从事可靠性理论研究的读者，这是一本较为合适的基础性的入门书。本书可作为理工科高年级学生和研究生的教学参考书。对数学专业(概率统计和运筹学等专门化)的学生，本书可以作为可靠性数学的教材。对非数学专业的学生，可以选择一些章节作为选修课教材。本书也可作为工程技术人员和数学工作者学习和了解可靠性基础理论的参考书。

本书的初稿曾以讲义的形式，多次为理工科学生和研究生开过课，也曾多次为高等院校教师和工程技术人员办过讲习班。本书是在讲义的基础上，广泛吸取许多读者的意见和建议，经过全面修改和补充而成的。在此，我们谨向广大读者表示深切的谢意。

作者衷心感谢徐光辉同志的鼓励和支持，他对本书的原稿提出过很多宝贵意见。

由于作者水平所限，错误在所难免，欢迎广大读者批评指正，以求改进。

作 者

1984年6月

于中国科学院应用数学研究所

目 录

引 言	1
§0.1 可靠性数学理论的背景和研究方法	1
§0.2 评定产品可靠性的数量指标	2
第一章 常见的寿命分布	7
§1.1 寿命分布和失效率函数	7
§1.1.1 剩余寿命分布	7
§1.1.2 失效率函数	8
§1.2 连续型寿命分布	11
§1.2.1 指数分布	11
§1.2.2 Γ 分布	13
§1.2.3 韦布尔分布	15
§1.2.4 极值分布	16
§1.2.5 对数正态分布	18
§1.2.6 截尾正态分布	20
§1.3 离散型寿命分布	22
§1.3.1 二点分布	22

§1.3.2 二项分布	22
§1.3.3 几何分布	23
§1.3.4 负二项分布	24
§1.3.5 泊松分布	24
§1.3.6 离散韦布尔分布	25
§1.4 多维寿命分布	25
§1.4.1 冲击模型	25
§1.4.2 二维指数分布	26
§1.5 寿命分布类	33
第二章 典型不可修系统	38
§2.1 串联系统和并联系统	38
§2.1.1 串联系统	38
§2.1.2 并联系统	40
§2.1.3 表决系统	42
§2.1.4 串-并联系统	43
§2.1.5 并-串联系统	44
§2.2 冷贮备系统	45
§2.2.1 转换开关完全可靠的情形	45
§2.2.2 转换开关不完全可靠的情形: 开关寿命 0-1 型	48
§2.2.3 转换开关不完全可靠的情形: 开关寿命指数型	50
§2.3 温贮备系统	52
§2.3.1 转换开关完全可靠的情形	52
§2.3.2 转换开关不完全可靠的情形: 开关寿命 0-1 型	54
§2.3.3 转换开关不完全可靠的情形: 开关寿命指数型	54
§2.4 两个特殊系统	56
§2.4.1 两个相依部件的并联系统	56
§2.4.2 有冷贮备部件的串联系统	57
§2.5 可靠度最优分配	57
§2.6 备件最优分配	63
§2.6.1 最少部件数的并联备份	64
§2.6.2 最小费用的备件最优分配	66
§2.6.3 动态规划方法	71

§2.7 两类失效部件组成的系统	77
§2.7.1 n 个部件并联排列的系统	78
§2.7.2 n 个部件串联排列的系统	79
§2.7.3 表决系统 ($k/n(G)$ 系统)	80
§2.7.4 串-并连接系统	81
§2.7.5 并-串连接系统	82
第三章 网络系统	84
§3.1 问题与基本假定	84
§3.1.1 基本定义	84
§3.1.2 问题及解的基本步骤	86
§3.1.3 对问题所作的基本假定	88
§3.1.4 等价问题	88
§3.2 直接法	89
§3.2.1 真值表法	90
§3.2.2 概率图法	91
§3.3 化简网络的方法	93
§3.3.1 串、并联简化	93
§3.3.2 无向网络的分解法	94
§3.3.3 有向网络的分解法	96
§3.3.4 Δ -Y 型简化	99
§3.4 求最小路的方法	103
§3.4.1 邻接矩阵法	104
§3.4.2 大型网络最小路的计算机算法	107
§3.4.3 最小路与最小割的互化	111
§3.5 可靠度的求法	113
§3.5.1 不交和算法 1	113
§3.5.2 不交和算法 2	117
§3.6 推广和进展	119
第四章 故障树分析	122
§4.1 引言	122

§4.2 建立故障树	123
§4.2.1 顶端事件 T 的选取	123
§4.2.2 故障树的建立	123
§4.3 故障树的数学描述	126
§4.3.1 一般讨论	127
§4.3.2 最小割表示	127
§4.3.3 最小路表示	128
§4.4 故障树的评定	129
§4.4.1 下行法	129
§4.4.2 上行法	131
§4.4.3 定量评定	132
第五章 单调关联系统理论	135
§5.1 单调关联系统的定义及性质	135
§5.1.1 单调关联系统定义	135
§5.1.2 对偶	137
§5.1.3 单调关联系统的基本性质	138
§5.1.4 故障树	141
§5.2 单调关联系统的数学描述	142
§5.2.1 最小路与最小割	143
§5.2.2 单调关联系统的最小路与最小割表示	144
§5.3 单调关联系统可靠度计算	147
§5.3.1 问题及一般讨论	147
§5.3.2 $h(\mathbf{p})$ 的性质	148
§5.3.3 单调关联系统可靠度 $h(\mathbf{p})$ 的求法	151
§5.3.4 可靠度的界	152
§5.4 部件相依时可靠度的界	154
§5.4.1 部件间的相协	154
§5.4.2 系统可靠度的界	158
§5.5 部件重要度	162
§5.5.1 结构重要度	163
§5.5.2 概率重要度	164
§5.5.3 $B-P$ 重要度	165

§5.5.4 C 重要度和 P 重要度	165
§5.6 封闭性定理	166
§5.7 多状态单调关联系统	169
§5.7.1 定义及基本性质	169
§5.7.2 系统的随机性状	176
§5.7.3 系统可靠度的界	179
第六章 马尔可夫型可修系统	182
§6.1 马尔可夫型可修系统的一般模型	183
§6.1.1 马尔可夫过程的定义	183
§6.1.2 马尔可夫型可修系统的一般模型	185
§6.1.3 系统的瞬时可用度	186
§6.1.4 系统的稳态可用度	188
§6.1.5 系统的可靠度	191
§6.1.6 系统首次故障前平均时间	192
§6.1.7 系统的故障频度	193
§6.1.8 系统平均开工时间、平均停工时间和平均周期	197
§6.1.9 分析马尔可夫型可修系统的步骤	198
§6.2 单部件可修系统	201
§6.3 串联系统	205
§6.4 并联系统	212
§6.4.1 n 个同型部件一个修理设备的情形	212
§6.4.2 n 个同型部件 K 个修理设备的情形	219
§6.4.3 两个不同型部件的情形	222
§6.5 表决系统	224
§6.6 冷贮备系统	228
§6.6.1 n 个同型部件的情形	228
§6.6.2 两个不同型部件的情形	232
§6.7 温贮备系统	235
§6.7.1 n 个同型部件的情形	235
§6.7.2 两个同型部件的情形	239
§6.7.3 两个不同型部件的情形	240

§6.8 两个特殊系统	243
§6.8.1 有优先权的两部件冷贮备系统	243
§6.8.2 两个相依部件的并联系统	244
第七章 非马尔可夫型可修系统	250
§7.1 更新过程和马尔可夫更新过程	250
§7.1.1 更新过程	250
§7.1.2 马尔可夫更新过程	255
§7.2 单部件系统	258
§7.2.1 系统可靠度	259
§7.2.2 系统可用度	259
§7.2.3 $(0, t]$ 时间中系统平均故障次数	261
§7.3 n 个部件的串联系统	263
§7.3.1 系统可靠度	264
§7.3.2 系统可用度	265
§7.3.3 $(0, t]$ 时间中系统平均故障次数	266
§7.4 两个同型部件的冷贮备系统	266
§7.4.1 系统首次故障前时间分布	268
§7.4.2 系统可用度	270
§7.4.3 $(0, t]$ 时间内系统平均故障次数	271
§7.5 两个不同型部件的冷贮备系统	273
§7.5.1 系统首次故障前时间分布	276
§7.5.2 系统可用度	277
§7.5.3 $(0, t]$ 时间内系统平均故障次数	278
§7.6 两个不同型部件的并联系统 (I)	279
§7.6.1 系统首次故障前时间分布	281
§7.6.2 系统可用度	282
§7.6.3 $(0, t]$ 时间内系统平均故障次数	284
§7.7 两个不同型部件的并联系统 (II)	285
§7.7.1 系统首次故障前时间分布	289
§7.7.2 系统可用度	290
§7.7.3 $(0, t]$ 时间内系统平均故障次数	292

§7.8 两个三状态部件组成的串 (并) 联系统	293
§7.8.1 系统首次故障前时间分布	295
§7.8.2 系统可用度	297
§7.8.3 $(0, t]$ 时间内系统平均故障次数	298
§7.9 一个基本模型: 补充变量方法介绍	301
§7.9.1 基本模型	301
§7.9.2 系统可用度	302
§7.9.3 系统可靠度	307
§7.10 可修单调关联系统	309
§7.10.1 系统可用度	309
§7.10.2 系统故障频度	310
第八章 维修策略研究	322
§8.1 连续时间的基本维修策略	322
§8.1.1 年龄更换策略	322
§8.1.2 成批更换策略	325
§8.1.3 故障小修的周期更换策略	328
§8.2 离散时间的基本维修策略	330
§8.2.1 年龄更换策略	331
§8.2.2 成批更换策略	333
§8.2.3 故障小修的周期更换策略	334
§8.3 考虑折扣率的年龄更换策略	336
§8.3.1 连续时间情形	336
§8.3.2 离散时间的情形	338
§8.4 考虑可用度的维修策略	340
§8.4.1 年龄维修策略	340
§8.4.2 备用部件的预防维修策略	342
§8.4.3 故障小修的周期维修策略	343
§8.5 两部件冷贮备系统的预防维修策略	345
§8.6 时间检测策略	350
§8.6.1 指数寿命分布的情形	351
§8.6.2 备用部件的检测策略: 一般寿命分布的情形	352

§8.7 备件订购策略	356
§8.7.1 与部件年龄有关的订购策略	356
§8.7.2 修理时间有限制的订购策略	359
§8.7.3 修理费用有限制的订购策略	360
§8.8 状态监视维修策略	361
§8.8.1 单部件系统: 离散时间情形	361
§8.8.2 两个部件的并联系统: 离散时间情形	362
第九章 寿命数据分析 —— 指数分布情形	365
§9.1 寿命数据分析的步骤和特点	366
§9.1.1 寿命数据分析的步骤	366
§9.1.2 寿命数据分析的特点	366
§9.2 预备知识	367
§9.2.1 有关分布的一些结果	368
§9.2.2 顺序统计量	369
§9.2.3 指数随机变量的顺序量	370
§9.2.4 参数估计问题	372
§9.3 指数模型参数估计问题的提法	373
§9.3.1 问题及记号	374
§9.3.2 推广到双参数指数模型	374
§9.4 (n, r) 试验方案	375
§9.4.1 单参数 $(n, r, \text{无})$ 方案	375
§9.4.2 双参数 $(n, r, \text{无})$ 方案	384
§9.4.3 单参数 $(n, r, \text{有})$ 方案	388
§9.5 (n, t_0) 试验方案	390
§9.5.1 单参数 $(n, t_0, \text{无})$ 方案	390
§9.5.2 单参数 $(n, t_0, \text{有})$ 方案	394
§9.6 随机截尾时的估计	397
§9.6.1 一般讨论	398
§9.6.2 指数模型的情形	399
§9.7 指数模型的检验	400
§9.7.1 图检验法	401
§9.7.2 F 检验	401

§9.7.3 $K-S$ 检验	403
§9.7.4 $A-D$ 检验	404
§9.7.5 基于泊松过程的检验	405
第十章 寿命数据分析 —— 其它分布类型	406
§10.1 韦布尔分布的参数估计	406
§10.1.1 截尾数据下韦布尔模型参数的 MLE	407
§10.1.2 概率纸法	409
§10.2 极值分布的参数估计	413
§10.2.1 极值分布的参数估计	413
§10.2.2 极值分布的分布类型检验	415
§10.3 F 分布的参数估计	417
§10.4 对数正态及正态分布的参数估计	419
§10.4.1 完全样本情形	419
§10.4.2 截尾数据下参数的 MLE	420
§10.5 可靠度的非参数估计	423
第十一章 可修系统故障数据分析	430
§11.1 可修系统故障数据的特点	431
§11.2 描述可修系统的随机过程模型	431
§11.2.1 时齐泊松过程模型	432
§11.2.2 非时齐泊松过程模型	433
§11.2.3 更新过程模型	438
§11.2.4 可修系统故障数据分析步骤	438
§11.3 HP 模型的判别	438
§11.3.1 观察定时结束的情形	439
§11.3.2 观察定数结束的情形	440
§11.3.3 基于 HP 上的指数模型检验	441
§11.4 RP 模型的判别	442
§11.4.1 图示法	442
§11.4.2 趋势检验	442
§11.4.3 RP 的检验	444

§11.5 两类特殊 NHP 模型的统计分析	445
§11.5.1 韦布尔过程	445
§11.5.2 第二类特殊的 NHP	448
§11.5.3 例	449
§11.6 推广及某些应用	451
§11.6.1 k 个独立系统的情形	451
§11.6.2 β 的条件 MLE	452
§11.6.3 应用 1: 可靠性增长模型	454
§11.6.4 应用 2: 工业事故的统计分析	454
附录 A 寿命分布类研究	455
§A.1 寿命分布类的引进	455
§A.2 寿命分布类中的可靠度界	461
§A.2.1 已知均值时的可靠度界	463
§A.2.2 已知头二阶矩时的可靠度界	464
§A.3 寿命分布间贴近性研究	464
附录 B 马尔可夫型可修系统剩余寿命的极限分布	466
§B.1 引言	466
§B.2 主要结果	467
§B.3 特例	469
参考文献	473
人名对照表	479
缩写语表	480
索 引	482

引 言

§0.1 可靠性数学理论的背景和研究方法

现代技术的不断进步,推动了可靠性理论迅速发展,也促成可靠性数学理论日趋完备.

可靠性数学理论大约起源于20世纪30年代.最早被研究的领域之一是机器维修问题^{[82],[66]}.另一个重要的研究工作是将更新论应用于更换问题^{[55],[30]}.此外,在30年代韦布尔(Weibull)^[80]、龚贝尔(Gumbel)^[44]和爱泼斯坦(Epstein)^[37]等研究了材料的疲劳寿命问题和有关的极值理论.

可靠性问题只是在第二次世界大战前后,才真正开始受到重视.其基本原因之一是军事技术装备越来越复杂.复杂化的目的在于使技术装备具有更高的性能.但是装备越复杂,往往就越容易发生故障.到了复杂化的程度严重影响设备可靠性时,设备复杂化也就失去了意义.因此,复杂化和可靠性之间存在着尖锐的矛盾.另一个基本原因,新的军事技术装备的研制过程是一场争时间争速度的竞赛.但是研制周期又很长,经不起研制过程的重大反复.这就需要有一整套科学的方法,将可靠性的考虑贯穿于研制、生产和使用维修的全过程.因此复杂设备的可靠性成了相当严重而又迫切需要解决的问题.从50年代至今,可靠性理论这门新兴学科以惊人的速度发展着,各方面都已积累了丰富的经验.可靠性理论的应用已从军事技术扩展到国民经济的许多领域.随着可靠性理论的日