

几何二

初中数学 万题选

初三适用

中国人民大学附属中学

北京大学附属中学

北京市第四中学

合编

北京师范大学附属实验中学

清华大学附属中学

初中数学万题选

几何(二)

中国人民大学附属中学
北京大学附属中学
北京市第四中学 合编
北京师范大学附属实验中学
清华中学附属中学

北京大学出版社

书 号:初中数学万题选·几何(二)

责 任 者:中国人民大学附属中学等五校 合编

标准书号:ISBN 7-301-02464-9/G·255

出 版 者:北京大学出版社

地 址:北京大学校内

邮政编码:100871

排 印 者:国防科工委印刷厂印刷

发 行 者:北京大学出版社

经 销 者:新华书店

版本记录:787×1092毫米 32开本 12.75印张 280千字

1994年3月第一版 1996年6月第五次印刷

定 价:9.90元

前 言

著名数学大师苏步青教授在论述数学学习方法时曾经说过：“学数学，我一向提倡学生多演算一些习题，通过自己独立思考，在演算过程中弄清基本概念和定义，这是一项非常重要的基本功。”本着加强初中数学基本功训练之目的，同时也为了更好地向教师和学生家长提供有代表性的训练习题，以辅导学生真正学好并灵活运用数学知识，提高解决问题的能力，我们组织力量精心编选了这套《初中数学万题选》系列图书。

本套书由中国人民大学附属中学、北京大学附属中学、北京市第四中学、北京师范大学附属实验中学、清华大学附属中学等五所重点学校的特、高级数学教师，集多年执教积累的丰富经验编写而成。全书共编选 15000 余道题，其中自命题占了相当大的比例。这些自命题是上述五校特、高级数学教师及有关专家多年的智力精华，是我国中学数学教学的宝贵财富。

全书共分五册，其中代数三册，收入约 11000 题；几何两册，收入约 4000 题。

本套书与一般习题集的根本区别在于：其总体结构由北京大学等有关方面的专家根据教育学、心理学原理先行设计，形成命题要求，然后五校特、高级教师和有关方面的专家按要求严格命题，最后经命题教师自检、互检，再经专家检验、总体检验等多种校验审定。这种命题过程在我国课外教学读物的编写中尚不多见，也使得本套书中题目的各项指标，

如认知层次、难度、区分度等更趋合理。

与一般习题集相比，本套书还具有如下特色，即题量大，覆盖面广，初中数学的内容已基本囊括其中。

题型配备齐全，也是本套书的一个突出特点。给同样的考核内容赋予新颖多样的考核方式，有助于拓展学生的思维，帮助学生提高分析问题、解决问题的能力。本书尤其注重对选择、填空和判断是非等标准化题型的训练，使学生基础知识和基本技能的掌握达到事半功倍的效果。章、节后均配备了适量的综合题和竞赛练习题，旨在启迪学生智力的自我开发与提高。每册最后附有参考答案，有助于学生自查或家长家庭辅导与检查。

由于本套书中题目的难度及认知层次分布合理，使本书具有难易得当、适应性广的特点，而不是难题、怪题的集汇，各级各类学校均可根据自身的情况选择使用，是教师测试学生的标准化样本。

感谢北京市教育局教研部的有关数学专家，他们对本套书的设计和编写提出了很多指导性意见，使本书大为增色。

囿于编者水平，书中疏漏、错误之处在所难免，热忱希望读者斧正。

目 录

第六章 相似形	(1)
§ 1 比例、比例线段	(1)
§ 2 平行线截线段成比例	(20)
§ 3 三角形内(外)角平分线性质定理	(40)
§ 4 相似三角形的性质与判定	(48)
§ 5 三角形重心定理	(67)
§ 6 直角三角形中成比例线段定理	(72)
§ 7 相似多边形的性质	(82)
自测题	(83)
第七章 圆	(109)
§ 1 圆及其确定	(109)
§ 2 垂径定理及其推论	(111)
§ 3 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系	(117)
§ 4 圆周角及其性质	(123)
§ 5 圆内接四边形的性质与判定	(142)
§ 6 切线的性质与判定	(155)
§ 7 三角形的外心与内心	(166)
§ 8 圆外切四边形的性质与判定	(167)
§ 9 弦切角及其性质	(168)
§ 10 相交弦定理	(188)
§ 11 切割线定理	(195)
§ 12 两圆位置关系及判定	(200)
§ 13 两圆连心线的性质	(203)
§ 14 两圆公切线及其性质	(227)

§ 15	正多边形及其性质	(242)
§ 16	圆周长、弧长	(246)
§ 17	圆、扇形、弓形的面积	(258)
§ 18	四种命题的关系	(269)
§ 19	六个基本轨迹及其应用	(269)
§ 20	反证法及其简单应用	(271)
	自测题	(273)
	答案与提示	(344)
	附录:总复习题	(381)

第六章 相似形

§ 1 比例、比例线段

一、判断

1. 若 $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$, 则 $\frac{a+b}{a-b} = \frac{m+n}{m-n}$. []

2. 若 $\frac{2m+3n}{n} = \frac{21}{6}$, 则 $\frac{m}{n} = \frac{1}{4}$. []

3. 若 $\frac{a}{b} = 2k$, 则 $\frac{3a-b}{b} = 1-6k$. []

4. 若 $\frac{x+y}{2x} = \frac{4}{5}$, 则 $\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$. []

5. 若 $\frac{a-b}{b} = \frac{14}{5}$, 则 $\frac{a+b}{b} = \frac{9}{5}$. []

6. 若线段 AB 的长为 1cm , C 是 AB 的黄金分割点, 且 $AC > BC$, 则 $BC = \frac{\sqrt{5}-3}{2}\text{cm}$. []

7. 若线段 CD 的长为 $\sqrt{5}\text{cm}$, E 是 CD 上的黄金分割点, 且 $CE > DE$, 则 $CE = \frac{5-\sqrt{5}}{2}\text{cm}$. []

8. 若 A, B 两地在地图上的距离为 8cm , 而地图比例尺为 $1:5000$, 则 A, B 两地的实际距离为 40m . []

9. 若 A, B 两地的实际距离为 250m , 地图的比例尺为

1:5000, 则 A, B 两地的图距为 5cm .

10. 若线段 $a = 5\text{cm}$, 线段 $b = 3\text{cm}$, 则它们的比 $a:b = 5:3$. []

11. 已知线段 $a = 3\text{cm}$, $b = 4\text{cm}$, $c = 6\text{m}$, $d = 8\text{cm}$, 则 a, b, c, d 这四条线段叫做成比例的线段. []

12. 在两个比如式中, $\frac{m}{n} = \frac{x}{y}$, $\frac{m'}{n'} = \frac{x'}{z'}$, 如果 $m = m'$, $n = n'$, $x = x'$, 则 $y = y'$. []

13. 已知 $a = 14\text{cm}$, $b = 16\text{cm}$, $c = 13\text{cm}$, 则 a, b, c 的第四比例项 d 为 $\frac{104}{7}\text{cm}$. []

14. 已知 $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $c = \frac{1}{\sqrt{2}}$, 则 a 和 c 的比例中项 $b = \frac{1}{2}$. []

15. 若 a, c 的比例中项 $b = \frac{1}{4}$, 则 $ac = \frac{1}{2}$. []

16. 若线段 $a = \sqrt{3} + 1$, $c = \sqrt{3} - 1$, 则 a, c 的比例中项 $b = \sqrt{2}$. []

17. 若 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$, 则 $\frac{x+y+z}{x} = 3$. []

二、选择

18. 若 $\sqrt{2}x - y = 0$, 则 $\frac{x-y}{x}$ 的值为 [].

(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; (B) $\sqrt{2}$;

(C) $\sqrt{2} - 1$; (D) $1 - \sqrt{2}$.

19. 若 $3x - 4y = 0$, 则 $\frac{x+y}{y}$ 的值为 [].

(A) $\frac{3}{7}$; (B) $\frac{7}{3}$; (C) $\frac{7}{4}$; (D) $\frac{4}{7}$.

20. 若 $\frac{2}{3}m = \frac{5}{6}n$, 则 $\frac{m-n}{n}$ 的值为 [].

(A) $\frac{5}{4}$; (B) $\frac{4}{5}$; (C) $\frac{1}{4}$; (D) 4.

三、计算

21. 已知

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{3}{5},$$

求 $\frac{a+3c+4e}{b+3d+4f}$ 和 $\frac{4e+3a-2c}{4f+3b-2d}$ 的值.

22. 若 $\frac{a+b+c}{b} = \frac{17}{5}$, $\frac{a+b-c}{b} = \frac{12}{5}$, 求 $\frac{a}{c}$ 的值.

23. 若 b 为方程 $3x^2 - 4x + 1 = 0$ 的两根 x_1, x_2 的比例中项, 求作以 b 为相等实根的一元二次方程 ($b > 0$).

24. 若正数 a 为方程 $3x^2 - 5x + 3 = 0$ 的两根 x_1, x_2 的比例中项, 负数 b 为方程 $4y^2 - 6y + 1 = 0$ 的两根 y_1, y_2 的比例中项, 求 $\frac{a+b}{a-b}$ 的值.

25. 若 $m:n = \sqrt{3}:\sqrt{2}$, 求

$$m^2:n^2, \quad \sqrt{m}:\sqrt{n}, \quad \frac{m+n}{m-n}, \quad \frac{\frac{m+n}{n}}{\frac{m-n}{m}}$$

的值.

26. 若一直角三角形两直角边之比为 $a:b=7:5$, 且斜边满足 $8<c<9$, 求斜边的长.

27. 已知线段 m 和 n 的比例中项是12.

(1) 若 m 是8, 求 n 的值;

(2) 若 m 是 n 的2倍. 求 m, n 的值.

28. 已知 $x:y:z=4:5:7$, 求

$$\frac{x+y+z}{y+z} \quad \text{和} \quad \frac{x-y-z}{y-z}$$

的值.

29. 已知: 线段 $a=6\text{cm}, b=8\text{cm}, c=15\text{cm}$.

(1) 求它们的第四比例项 d ;

(2) 求 a, b 的比例中项 x ;

(3) 求 a, c 的比例中项 y .

30. 已知: $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$, $x+y-z=6$. 求 x, y, z 的值.

31. 已知: $x:y:z=7:5:3$, 且 $x+y=4$. 求 x, y, z 的值.

32. 已知: $\frac{x}{7} = \frac{y}{8} = \frac{z}{9}$, $x+2y-3z=100$. 求 x, y, z 的值.

33. 已知 $3:x=(x-7):2$, 求 x 的值.

34. 已知 $4:5=(5-x):2x$, 求 x 的值.

35. 已知: $(2x-5):3=x:5$. 求 x 的值.

36. 已知: $(5x-1):(x+1)=7:6$. 求 x 的值.

37. 若 a 是方程 $3x-6=0$ 的根, b 是方程 $\frac{x-2}{2}=\frac{x+1}{3}$ 的根. 求 a, b 的比例中项 c 的平方.

38. 已知: 边长为4的正方形的面积为 S , 分别以 a, b 为

长、宽的长方形中, $a:b=2:1$, 且 S 为 a, b 的比例中项。
求: 以 a, b 为长、宽的长方形面积。

39. 若线段 AB 上的黄金分割点为 C , 且 $AC > CB$, 又 AB 的长为 $\sqrt{15}\text{cm}$, 求 CB 的长。

40. 已知: 在等腰直角三角形 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC = \sqrt{5} + 1$, M, N 分别为 BC, AC 上的黄金分割点, 且 $AN < NC, BM < MC$, 求线段 MN 的长。

41. 如图6-1所示, $\square ABCD$ 中高 $AH \perp BC$ 于 H , H 为 BC 上的黄金分割点, $HC > BH$, $HC = \sqrt{5}$, $AH = 5$ 。求 $\square ABCD$ 的面积。

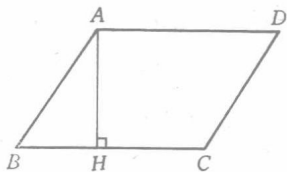


图 6-1

42. 已知 $yz:zx:xy = 1:2:3$,

求 $\frac{x}{yz} : \frac{y}{xz}$ 和 $\frac{z}{y}$ 的值。

43. 已知: $x = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b}$, 且 $a+b+c \neq 0$, 求 x 的值。

44. 利用比例的性质解方程:

$$\frac{2x^2 - 3x + 5}{2x^2 + 3x + 5} = \frac{3x^2 - 4x - 3}{3x^2 + 4x - 3}.$$

45. 利用比例的性质解方程:

$$\frac{\sqrt{2x+1} + \sqrt{3x+2}}{\sqrt{2x+1} - \sqrt{3x+2}} = \frac{\sqrt{x-4} + \sqrt{2x-3}}{\sqrt{x-4} - \sqrt{2x-3}}.$$

46. 利用比例的性质解方程:

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 3x + 2} = \frac{2x^2 + 3x + 1}{2x^2 - 3x + 1}.$$

47. 若两个三角形中有一条高相等, 且它们的面积比为 $\sqrt{3}:\sqrt{5}$, 求这两个三角形中相等的高所在的边的比.

48. 已知: $1:a$ 与 $1:b$ 的和为 $1:(a+b)$. 求 $a:b$ 与 $b:a$ 的和.

49. 利用比例的性质解方程:

$$\frac{\sqrt{3-3x}+\sqrt{x+6}}{\sqrt{3-3x}-\sqrt{x+6}} = \frac{\sqrt{1-4x}+\sqrt{2x+8}}{\sqrt{1-4x}-\sqrt{2x+8}}.$$

50. 若三角形 ABC 三内角之比为 $1:2:3$, 求三个内角的度数.

51. 若 $m = \frac{x}{y+z} = \frac{y}{x+z} = \frac{z}{x+y}$, 求 m 的值.

52. 已知: $3yz:2xz:xy = 4:3:1$, 求 $\frac{x}{zy}:\frac{y}{zx}$ 和 $\frac{y}{z}$ 的值.

53. 已知: 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 中, $\triangle ABC$ 的周长为 $\sqrt{15}$, 且

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

求 $\triangle A'B'C'$ 的周长.

54. 已知: $\frac{a}{2b+c} = \frac{b}{2c+a} = \frac{c}{2a+b}$, 且 $a+b+c \neq 0$.

求 $\frac{2b+c}{a}$

55. 已知: 在 $\square ABCD$ 中, 过 D 点作直线交 AB 于 E 点, 交 CB 的延长线于 F (见图 6-2). 若 $AD=m, CD=n$,

$AE=a$ 且 $\frac{AD}{AE} = \frac{BF}{BE}$, 求 CF 的长.

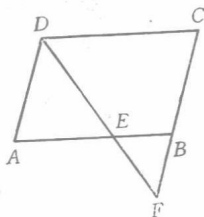


图 6-2

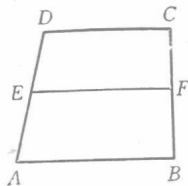


图 6-3

56. 已知：如图 6-3 所示，梯形 $ABCD$ 中 $AB \parallel DC$ ， $EF \parallel AB$ ， $\frac{DC}{EF} = \frac{EF}{AB}$ ， $AB - CD = 5\text{cm}$ ， $EF - CD = 2\text{cm}$ 。求 CD ， EF ， AB 的长。

57. 已知：如图 6-4 所示， $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC : \angle B : \angle C = 3 : 2 : 1$ 且 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ ，又 $BD = DE$ 。求 $BD : DE : EC$ 。

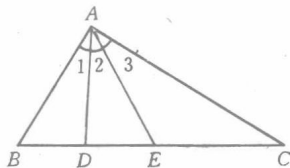


图 6-4

58. 已知： $\frac{a}{6} = \frac{b}{5} = \frac{c}{4} \neq 0$ ，

且 $a + b - 2c = 3$ 。求 a 的值。

59. 已知： $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} \neq 0$ 。求 $(a - b) : c$ 。

60. 已知： $\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7} \neq 0$ 。求 $(a + b + c) : b$ 。

61. 已知： $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \neq 0$ 。求 $\frac{2x + 3y - z}{z + 2y - 3x}$ 的值。

62. 已知： $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \neq 0$ 。求 $\frac{x + y + z}{2x}$ 的值。

63. 已知： $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \neq 0$ 。求 $\frac{3x + y + z}{3x}$ 的值。

64. 已知： $5a - 4b = 0$ 。求 $a : (a + b)$ 。

65. 已知：在 $\triangle ABC$ 中， $BC : AC : AB = 3 : 5 : 7$ ，且

$AC + BC - AB = 6\text{cm}$. 求 $AB + BC + CA$ 的长.

66. 已知: 线段 x, y 满足 $(x^2 + y^2) : xy = 13 : 6$. 求 $x : y$.

67. 已知: $x : y : z = 4 : 7 : 11$, $x - 2y + 3z = 46$. 求 $x + y + z$ 的值.

68. 如图 6-5, 已知 $\triangle ABC$ 中, L 是 BC 的中点, M 是 AL 的中点. 求 $AN : NC$.

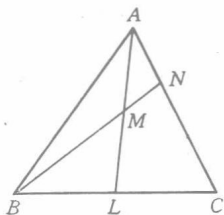


图 6-5

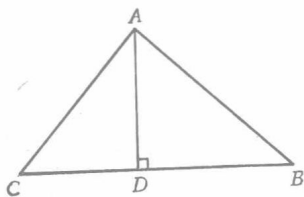


图 6-6

69. 如图 6-6, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB > AC$, $AD \perp BC$ 于 D , 如果 $\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB}$, $BC = 13\text{cm}$, $AB + AC = 17\text{cm}$. 求 AD 的长.

70. 已知: a, b, c 为 $\triangle ABC$ 的三边, $(a - c) : (a + b) : (c - b) = -2 : 7 : 1$, 且 $a + b + c = 24\text{cm}$. 求 a, b, c 的值.

71. 已知 $4x = 7y + 5z$, $2x + y = z$, 求 $x : y : z$.

72. 已知: 如图 6-7, 在 $\triangle ABC$ 中, E 为 AB 中点, $AF = 2FC$, BF, CE 相交于 G , 求 $BG : GF$.

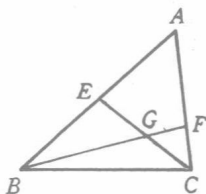


图 6-7

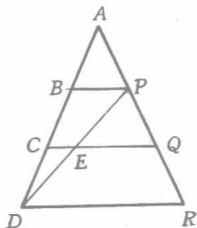


图 6-8

73. 如图 6-8, 已知在 $\triangle ADR$ 中, $AB=BC=CD$, $AP=PQ=QR$. 若 DP 与 CQ 交于 E , 求 $CE:EQ$.

74. 如图 6-9, 已知 $\square ABCD$ 中, $AB=a$, AC, DF 交于 E , $\frac{AE}{EC}=\frac{m}{n}$, $\frac{DE}{EC}=\frac{EF}{AE}$, 又 $\frac{DC}{AF}=\frac{EC}{AE}$. 求 BF 的长.

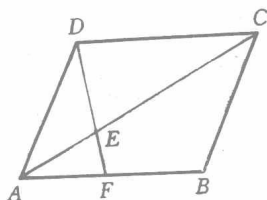


图 6-9

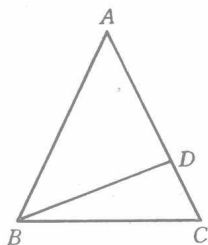


图 6-10

75. 如图 6-10, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\frac{AB}{BC}=\frac{AD}{DC}$, BD 将 $\triangle ABC$ 的周长分为 30cm, 15cm. 求 AB 的长.

76. 如图 6-11, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\frac{AC}{BC}=\frac{AD}{DB}$, 且 $AD=20\text{cm}$, $BD=15\text{cm}$. 求 AC, BC 的长.

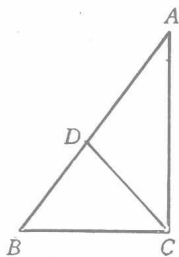


图 6-11

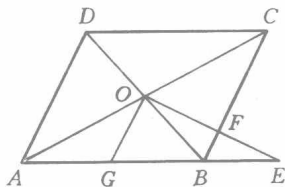


图 6-12

77. 已知: 如图 6-12, $\square ABCD$ 中, AC, BD 相交于 O ,

E 是 AB 延长线上一点, OE 交 BC 于 F , OG 为 $\triangle AOB$ 的中线, $\frac{BF}{OG} = \frac{BE}{GE}$, 又 $AB = a$, $BC = b$, $BE = c$. 求 BF 的长.

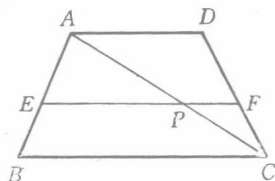


图 6-13

78. 已知: 如图 6-13, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = 8\text{cm}$, $BC = 15\text{cm}$, $\frac{AE}{EB} = \frac{DF}{FC} = \frac{3}{2}$, $\frac{BC}{EP} = \frac{AB}{AE}$, $AD \cdot FC = PF \cdot CD$. 求 EF 的长.

79. 已知: 如图 6-14, O 是 $\triangle ABC$ 内任意一点, 延长 AO 交 BC 于 D , 延长 BO 交 AC 于 E , 延长 CO 交 AB 于 F . 又 $OM \perp BC$ 于 M , $AN \perp BC$ 于 N , $\frac{OD}{AD} = \frac{OM}{AN}$. 求 $\frac{OD}{AD} + \frac{OE}{BE} + \frac{OF}{CF}$ 的值.

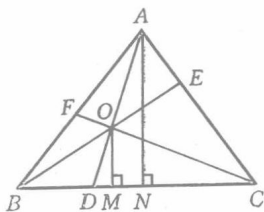


图 6-14

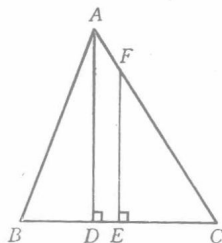


图 6-15

80. 已知: 如图 6-15, $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于 D , EF 为 BC 的垂直平分线, $\frac{BD}{DC} = \frac{5}{9}$, $\frac{AF}{FC} = \frac{DE}{EC}$, $AC = 27\text{cm}$. 求 AF 的长.

81. 如图 6-16, 已知 $\triangle ABC$ 的内接矩形 $EFGN$ 的两邻边之比是 $EF:FG = 5:9$, 长边在 BC 上, 高 $AD = 16\text{cm}$,