



周学来 \ 主编

高等数学习题集

GAODENG SHUXUE
XITIJI



西南交通大学出版社
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

高等数学习题集

主 编 周学来

副主编 赵 韬 贺建山

图书在版编目 (C I P) 数据

高等数学学习题集 / 周学来主编. — 成都: 西南交通大学出版社, 2010.8

ISBN 978-7-5643-0766-0

I. ①高… II. ①周… III. ①高等数学—高等学校: 技术学校—习题 IV. ①013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 149036 号

高等数学学习题集

主编 周学来

责任编辑	张宝华
封面设计	何东琳设计工作室
出版发行	西南交通大学出版社 (成都二环路北一段 111 号)
发行部电话	028-87600564 028-87600533
邮 编	610031
网 址	http://press.swjtu.edu.cn
印 刷	四川经纬印务有限公司
成品尺寸	185 mm×260 mm
印 张	6.625
字 数	164 千字
版 次	2010 年 8 月第 1 版
印 次	2010 年 8 月第 1 次
书 号	ISBN 978-7-5643-0766-0
定 价	13.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

根据高等职业教育的特点和教学要求，坚持以基本概念、基本方法和基本技能为主，按照以必需够用为度、着重应用的原则，我们组织了具有丰富教学经验的老教师编写了《高等数学习题集》这本书。

《高等数学习题集》主要是微积分部分的内容，由周学来担任主编，赵韬和贺建山担任副主编。贺建山编写了第一章：函数、极限与连续；赵韬编写了第二章：导数与微分及第三章：导数的应用；周学来编写了第四章：不定积分、第五章：定积分及第六章：定积分的应用，最后由周学来统稿。在编写过程中，我们参考了其他大量的资料，并得到有关领导和老师的大力支持和帮助，在此表示感谢。

编 者

2010 年 3 月

目 录

第一章 函数、极限与连续	1
一、单项选择题	1
二、填空题	2
三、计算题	3
第二章 导数与微分	13
一、单项选择题	13
二、填空题	14
三、计算题	15
第三章 导数的应用	22
一、单项选择题	22
二、填空题	23
三、计算题	23
四、应用与证明题	26
第四章 不定积分	30
一、单项选择题	30
二、填空题	36
三、计算题	37
第五章 定积分	44
一、单项选择题	44
二、填空题	56
三、计算题	58
四、应用和证明题	65
第六章 定积分的应用	67
一、单项选择题	67
二、填空题	70
三、计算题	71
参考答案	89

D. 不存在

7. 下列极限正确的是 ().

A. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 1$

B. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = -e$

D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

8. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\ln(1+x)$ 与 x 相比, 是 ().

A. 高阶的无穷小量

B. 等价的无穷小量

C. 非等价的同阶无穷小量

D. 低阶的无穷小量

9. 若 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$ ().

A. 必为无穷小量

B. 必为无穷大量

C. 为不等于零的常数

D. 不能确定

10. 函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x}, & x \neq 0, \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续, 则 $k =$ ().

A. 0

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 1

二、填空题

1. 设函数 $f(x) = 4^x - 2^{x+1}$, 则 $f[f(0)] =$ _____.

2. 若 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x + k}{x - 3} = 4$, 则 $k =$ _____.

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\cdots+n}{n^2+3n} =$ _____.

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{x+1} =$ _____.

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} = 3$, 则 a 的值是 _____.

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 3x}{5x} =$ _____.

7. 当 $x \rightarrow 0$ 时, x 与 $e^x - 1$ 是 _____ 无穷小.

8. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $e^{2x} - 1$ 是 $\sin x$ 的 _____ 阶无穷小.

9. 设 $x \rightarrow 0$ 时, $1 - \cos^2 x$ 与 $a \sin^2 \frac{x}{2}$ 为等价无穷小, 则 $a =$ _____.

三、计算题

1. 求函数的定义域.

(1) $f(x) = \lg(4x-3)$.

(2) $f(x) = \arcsin(2x-1)$.

(3) $f(x) = \lg(4x-3) - \arcsin(2x-1)$.

(4) 设函数 $f(x) = \begin{cases} \sin x, & -4 \leq x < 1, \\ 1, & 1 \leq x < 3, \\ 5x-1, & x \geq 3, \end{cases}$ 求 $f(-\pi), f(1), f(3.5)$ 及函数的定义域.

* (5) 已知函数 $f(t)$ 的定义域是 $[0, 2]$, 求 $f(t-5)$ 的定义域.

2. 判断下列函数的奇偶性.

$$(1) f(x) = \frac{a^{-x} + a^x}{2} (a > 0, a \neq 1) \quad (2) f(t) = \lg \frac{1-t}{1+t}.$$

$$(3) f(x) = 0, x \in \mathbb{R}.$$

$$(4) f(x) = 2x^2 + \sin x.$$

3. 下列函数组中能复合则写出其复合函数, 否则说明其原因.

$$(1) y = u^3 \text{ 与 } u = \tan x.$$

$$(2) y = \arcsin u \text{ 与 } u = x^2 + 2.$$

$$(3) y = \lg u, u = 2^v, v = \cos x.$$

4. 指出下列复合函数的结构.

(1) $y = \sqrt[3]{2x-4}$.

(2) $y = (2 + \lg x)^3$.

(3) $y = \lg(\arccos x^2)$.

(4) $y = \lg(\arcsin x)^2$.

(5) $y = \lg^2 \arccos x$.

(6) $y = \sin^3(2x^2 + 1)$.

(7) $y = 2^{\sin x}$.

(8) $y = e^{\cos \frac{1}{x}}$.

$$(9) \quad y = \sqrt{\log_a(\sin x + 2^x)}.$$

$$(10) \quad y = (2 + \lg x)^3.$$

5. 求相应函数的解析式.

(1) 设 $f(1-x) = 2x^2 + 4x - 1$, 求 $f(x)$.

(2) 设 $f(x) = 2x^2 - x + 1$, $g(x) = e^x$, 求 $f[g(x)], g[f(x)], f[f(x)]$.

6. 已知一有盖的圆柱形铁桶的容积为 V , 试建立圆柱形铁桶的表面积 S 与底面半径 r 之间的关系式.

7. 观察下列数列的变化趋势, 并写出它的极限.

$$(1) \{u_n\} = \left\{3 - \frac{1}{n^3}\right\}.$$

$$(2) \{u_n\} = \left\{3 + \frac{1}{n^2}\right\}.$$

$$(3) \{u_n\} = \left\{3 + \frac{100}{n^4}\right\}.$$

8. 观察函数 $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ x+2, & x > 0, \end{cases}$ 作出函数 $f(x)$ 的图像, 并求 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 和

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

9. 设 $f(x) = \begin{cases} x+2, & x \geq 1, \\ 3x, & x < 1, \end{cases}$ 试判断 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 是否存在.

10. 求下列极限.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 4x + 5).$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}.$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}.$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}.$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}}.$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{e^x + \cos(4-x)}{\sqrt{x} - 3}.$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right).$$

$$(8) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 - 3n + 10^3}{n^2 - 5n + 3} + \frac{1}{2^n} \right).$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} [\ln(a+x) - \ln a].$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{\sqrt{x}}.$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \ln \left(1 + \frac{3}{x^2}\right).$$

$$(12) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2-x}{3-x}\right)^{x+2}.$$

$$(13) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}.$$

$$(14) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 5x}{x^2 - 3x + 1}.$$

$$(15) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}.$$

$$(16) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{1 - \cos x}.$$

$$(17) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-5x)}{\sin 2x}.$$

$$(18) \lim_{x \rightarrow 0} \ln \frac{\sin x}{x}.$$

$$(19) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x.$$

11. 讨论函数 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 在什么条件下是无穷小量？在什么条件下是无穷大量？

12. 设函数 $y = f(x) = x^2 + 1$ ，求：

(1) 当 x 从 $x_1 = 1$ 改变到 $x_2 = -1.5$ 时，自变量的增量；

(2) 当 x 从 $x_1 = 0$ 改变到 $x_2 = 2$ 时，函数的增量；

(3) 当 x 从 a 改变到 $a + \Delta x$ 时，函数的增量。

13. 考察函数 $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2}, & x \neq -2, \\ 4, & x = -2 \end{cases}$ 在点 $x = -2$ 处的连续性.

14. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan 2x}{x}, & x < 0, \\ x + k, & x \geq 0, \end{cases}$ 求 k 的值使 $f(x)$ 在其定义域内连续.

15. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 0, \\ x, & 0 \leq x < 1, \\ 2 - x, & 1 \leq x < 2, \end{cases}$ 讨论 $f(x)$ 在 $x = 0$, $x = 1$ 处的连续性.

16. 求下列函数的间断点, 并进一步说明是哪一类间断点.

(1) $f(x) = \frac{1}{x-5}$.

(2) $f(x) = \frac{x^3-8}{x^2-4}$.

(3) $f(x) = \frac{x+1}{x^2-x-2}$.

17. 设 $f(x) = \begin{cases} a+bx^2, & x \leq 0, \\ \frac{\sin bx}{x}, & x > 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 求常数 a 与 b 满足的关系式.

18. 求证方程 $x = \sin x + 2$ 至少有一个小于 3 的正根.