

直升机

HELICOPTER FIRE  
CONTROL PRINCIPLE

# 火力控制原理

吴国良 主编



航空工业出版社

## 内 容 提 要

本书反映了直升机火力控制原理的最新成果,阐述了直升机攻击空中、地面目标的全过程,包括引导、瞄准、制导各个阶段的火力控制理论和火力控制问题的分析、计算方法。其内容融进了编著者多年来教学、科研和学术成果。

全书共分9章,主要内容包括概论、坐标系及其转换、火力控制问题的基本解法、目标参数测量、头盔瞄准原理、非制导武器火力控制原理、制导武器火力控制原理、弹着点散布、火力控制新原理和新技术。

本书可供从事直升机火力控制专业的人员使用,也可作为有关专业工程技术人员参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

直升机火力控制原理/吴国良主编. --北京:航空工业出版社,2010.9

ISBN 978-7-80243-618-3

I. ①直… II. ①吴… III. ①直升机—航空兵器—火力控制系统—理论 IV. ①V275

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第188775号

## 直升机火力控制原理 Zhishengji Huoli Kongzhi Yuanli

航空工业出版社出版发行

(北京市安定门外小关东里14号 100029)

发行部电话:010-64815615 010-64978486

北京地质印刷厂印刷

全国各地新华书店经售

2010年9月第1版

2010年9月第1次印刷

开本:787×1092

1/16

印张:13.25

字数:328千字

印数:1—2500

定价:38.00元

# 前 言

本书可供从事直升机火力控制专业的人员使用，也可作为有关专业工程技术人员参考。

本书反映了直升机火力控制原理的最新成果，阐述了直升机攻击空中、地面目标的全过程，包括引导、瞄准、制导各个阶段的火力控制理论和火力控制问题的分析、计算方法。其内容融进了编著者多年来教学、科研和学术成果。

全书共分9章，主要内容包括概论、坐标系及其转换、火力控制问题的基本解法、目标参数测量、头盔瞄准原理、非制导武器火力控制原理、制导武器火力控制原理、弹着点散布、火力控制新原理和新技术。

本书由吴国良教授主编，覃文平副教授、张君讲师、陆琤讲师参加编写，其中第1、7、9章由吴国良教授编写，第2、3章由覃文平副教授编写，第4、5章由陆琤讲师编写，第6、8章由张君讲师编写。全书由吴国良教授统稿，石磊教授主审。

本书编写力求准确、系统、实用，希望它的出版有助于我国直升机火力控制技术的发展。但由于编者水平有限，新资料收集比较困难，书中难免有不足和疏漏之处，诚恳希望使用者予以批评指正。

编 者

2010年5月

# 目 录

<b>第 1 章 概论</b> .....	( 1 )
1.1 基本概念 .....	( 1 )
1.1.1 直升机武器系统 .....	( 1 )
1.1.2 直升机火力控制系统 .....	( 2 )
1.1.3 直升机火力控制系统的发展 .....	( 3 )
1.1.4 直升机火力控制原理 .....	( 3 )
1.2 直升机火力控制系统的基本功能 .....	( 4 )
1.2.1 引导飞行 .....	( 4 )
1.2.2 搜索和识别目标 .....	( 4 )
1.2.3 攻击目标 .....	( 4 )
<b>第 2 章 坐标系及其转换</b> .....	( 6 )
2.1 直角坐标系及其转换 .....	( 6 )
2.1.1 直角坐标系 .....	( 6 )
2.1.2 直线运动坐标系的转换 .....	( 7 )
2.1.3 转动坐标系的转换 .....	( 7 )
2.1.4 用四元数法进行坐标系变换简介 .....	( 11 )
2.2 描述和计算直升机火力控制问题的坐标系 .....	( 13 )
2.2.1 基本坐标系 .....	( 13 )
2.2.2 描述和计算射击火力控制问题的坐标系 .....	( 16 )
2.2.3 描述和计算引导问题的坐标系 .....	( 22 )
2.2.4 描述和计算制导武器制导问题的坐标系 .....	( 30 )
<b>第 3 章 火力控制问题的基本解法</b> .....	( 34 )
3.1 几何法 .....	( 34 )
3.2 矢量方程法 .....	( 35 )
3.2.1 矢量、矢量图、矢量方程 .....	( 35 )
3.2.2 矢量方程法 .....	( 41 )
<b>第 4 章 目标参数测量</b> .....	( 43 )
4.1 空中目标参数的测量 .....	( 43 )

4.1.1	用雷达跟踪装置进行测量	(44)
4.1.2	用目视光学装置进行测量	(44)
4.2	地面目标参数的测量	(46)
4.2.1	应用多普勒效应测量地速的原理	(46)
4.2.2	应用惯性导航系统测量地速的原理	(48)
4.3	目标运动规律的滤波及预测	(48)
4.3.1	引言	(48)
4.3.2	离散型卡尔曼滤波与外推算法	(49)
4.3.3	综合火力控制系统的 $\alpha-\beta-\gamma$ 滤波	(53)
4.3.4	目标运动状态方程和预测方程	(55)
4.4	目标运动规律表达式	(56)
4.4.1	导数表达式	(56)
4.4.2	目标运动视准装置角速度表达式	(58)
<b>第5章</b>	<b>头盔瞄准原理</b>	<b>(60)</b>
5.1	电磁场法	(60)
5.1.1	时分制电磁敏感测量系统	(60)
5.1.2	章动制电磁敏感测量系统	(73)
5.2	光电法	(82)
5.2.1	红外旋转光束探测器	(83)
5.2.2	线性比例探测器	(88)
5.2.3	CCD V形狭缝摄像机(线列型)	(100)
<b>第6章</b>	<b>非制导武器火力控制原理</b>	<b>(108)</b>
6.1	前置跟踪瞄准原理	(108)
6.1.1	前置跟踪射击	(108)
6.1.2	前置跟踪射击火力控制系统的典型结构形式	(120)
6.1.3	WW类系统火力控制原理	(124)
6.1.4	GG类系统火力控制原理	(139)
6.2	示迹线瞄准原理	(142)
6.2.1	基本原理与特点	(143)
6.2.2	真实示迹线的理论计算	(145)
6.2.3	真实示迹线的工程计算	(147)
6.3	非制导武器空地火力控制原理	(157)
6.3.1	空地射击 CCIP 瞄准原理	(157)
6.3.2	空地射击条件的选择	(159)

---

<b>第7章 制导武器火力控制原理</b> .....	(163)
7.1 引言 .....	(163)
7.2 空空导弹火力控制 .....	(163)
7.2.1 空空导弹的制导方式 .....	(163)
7.2.2 近距离导弹的火力控制 .....	(164)
7.2.3 中距雷达制导导弹的火力控制 .....	(168)
7.2.4 多目标攻击原理 .....	(174)
7.2.5 空空导弹发射区的计算 .....	(180)
7.3 空面制导武器的火力控制 .....	(184)
7.3.1 空面制导武器简介 .....	(184)
7.3.2 反坦克导弹的发射控制 .....	(185)
7.3.3 反辐射导弹的发射控制 .....	(189)
<b>第8章 弹着点散布</b> .....	(191)
8.1 散布的概念及意义 .....	(191)
8.2 散布的特征 .....	(191)
8.3 散布产生的原因 .....	(194)
8.4 研究散布的方法 .....	(195)
<b>第9章 火力控制新原理和新技术</b> .....	(197)
9.1 智能火力与指挥控制技术 .....	(197)
9.1.1 IA WFCC 的原理 .....	(197)
9.1.2 IA WFCC 的关键技术 .....	(199)
9.2 直升机综合火力/飞行控制技术 .....	(200)
9.2.1 武装直升机综合火力/飞行系统的模糊控制 .....	(201)
9.2.2 武装直升机综合火力/飞行系统的组合智能控制 .....	(201)
9.3 越肩发射火力控制原理及关键技术 .....	(202)
9.3.1 前射火力控制原理 .....	(202)
9.3.2 后射火力控制原理 .....	(203)
9.4 直升机高性能夜视夜瞄技术 .....	(203)
9.5 具有更好人机工效的显示控制技术 .....	(203)
<b>参考文献</b> .....	(204)

# 第 1 章 概 论

## 1.1 基本概念

### 1.1.1 直升机武器系统

武装直升机上用以攻击、摧毁目标的装备，称为直升机武器系统（Helicopter Weapon System）。

武器系统是武装直升机的主要特征，是核心部分。直升机武器系统由武器和弹药、火力控制系统、装挂和发射装置组成，如图 1-1 所示。

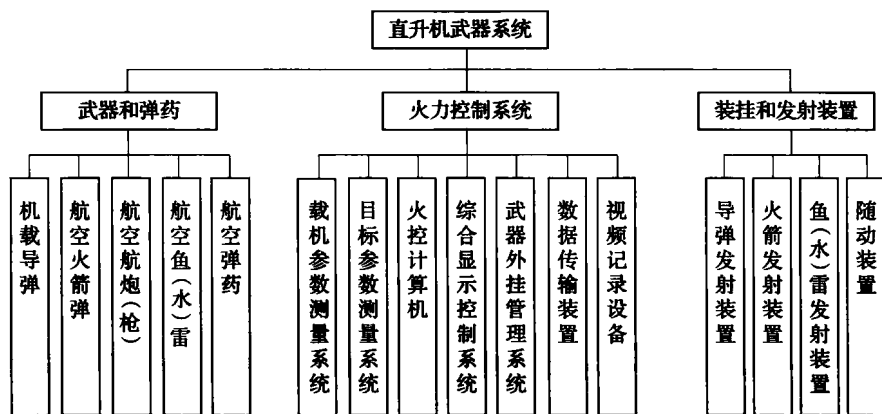


图 1-1 直升机武器系统组成

武器和弹药用来直接杀伤、破坏空中、地面和水面（下）的各种目标；装挂和发射装置用来把武器和弹药装挂在直升机上，并确保其正常工作和投射；火力控制系统用来搜索、识别、跟踪和瞄准目标，控制武器和弹药的投射方向、时机和密度，使其命中目标。为保证武器系统的正常工作，还配有必要的检查测量设备。

直升机武器系统的作用是对目标进行探测、识别、跟踪、瞄准和攻击，使投射的武器能命中/杀伤目标，直接完成作战任务。直升机武器系统的性能和质量，直接决定了武装直升机的作战能力。

直升机上所携带的各类武器应具有射程远、威力大、精度高、后坐力小和抗干扰能力强等先进技术性能。武装直升机所携带的武器种类和数量视作战任务、作战对象而定。就武装直升机而言，其首要任务是反坦克作战，为达到克敌制胜、首战必捷的目的，要求所携带的

反坦克导弹及其火控设备必须是成熟而先进的。为压制地面火力、支援地面部队作战、完成立体作战任务,要求武装直升机具有携带各种不同口径的航枪、航炮和火箭,以及相应的火控设备能力。为使武装直升机能在昼夜执行作战任务,要求机载瞄准设备无论在昼间还是夜间都能对目标进行搜索、跟踪、瞄准和攻击。其瞄准精度要高、距离尽可能长,最好能准确瞄准敌方防空火力最强、射程最远的目标。为使武装直升机更好地搜索、跟踪、瞄准和攻击目标,并能在各种飞行姿态下(如悬停、前飞和俯冲等)发射武器、击中目标,要求武器发射器与相应的瞄准系统同步随动。武器挂架要有足够的刚度,以提高全武器系统的瞄准精度和命中概率。

直升机武器系统起步于20世纪40年代初期。美国陆军于1942年开始研究和设计并准备装备R-5直升机的29mm航炮。同年,英国在购买的R-5直升机上安装了雷达和深水炸弹。稍后,西德在六座的Fa-223直升机头部固定安装一挺7.92mmMG-15航枪。直升机武器系统发展于50~60年代。1950年,朝鲜战争爆发后,美国除了在直升机上试验7.62mm航枪和各种火箭弹外,还在OH-13直升机上试验了枪榴弹发射器。1954年法国决定在大型运输直升机(CH-21、CH-34)上加装7.62mm航枪或58mm火箭弹,或用20mm航炮武装小型直升机(如“云雀”2)做护航机使用。后来,在直升机上开始安装和使用北方航空公司的SS-10和SS-11导弹。1956年,美国正式开始直升机武器系统的研制工作,专门设计了第一代专用的武装直升机及其武器系统。直升机武器系统全面发展于70年代,美、英、法、苏等国家都很重视武装直升机的发展。

### 1.1.2 直升机火力控制系统

直升机火力控制系统(Helicopter Fire Control System)是指直升机使用所携带的各种武器(航炮、火箭、导弹等)对空中、地面各种运动的或静止的、可见的或不可见的目标,进行搜索、识别、跟踪、瞄准和实施各种方式攻击所必需的机载电子设备的总称(简称为火控系统)。

直升机火力控制系统通常由目标参数探测系统、载机参数测量系统、火控计算机、综合显示控制系统、武器外挂管理系统、数据传输设备和视频记录装置等组成。直升机火力控制系统的组成,随着武装直升机战术需求的提高和科学技术的进步而不断拓宽和发展。目标参数探测系统主要用于探测目标信息(位置、距离、速度、变化速率等),主要设备包括各种火控雷达、光-电探测(电视、激光和红外)、声呐和磁探测等。载机参数测量系统主要测量载机飞行与姿态参数,主要设备有惯性导航装置、航姿系统、大气数据计算机、陀螺组件和各种仪表等。火控计算机主要用于数据处理,是一台专用计算机,承担着系统信息综合任务。综合显示控制系统是火力控制系统与飞行员的接口界面,主要设备有光学瞄准具、平视显示器(HUD)、多功能显示器(MFD)、头盔显示器(HMD)和雷达显示器等。武器外挂管理系统是对直升机所携带的各种类型的武器、电子战吊舱和光-电探测吊舱等外挂物进行管理。数据传输设备用于火力控制系统各部件之间的信息传递,并连接各部件。视频记录装置用于记录作战或训练过程中各种参数。



### 1.1.3 直升机火力控制系统的发展

纵观世界武装直升机的发展历史，直升机火控系统的发展大致可分为三个阶段。

第一阶段（20世纪60年代以前）：这一阶段是武装直升机的起步阶段，没有专门设计的武装直升机，所谓的武装直升机是在通用直升机上加装航枪、航炮和火箭，执行火力支援任务，并且没有设计真正的火控系统。典型机种有美国的“贝尔-47”和“UH-1”、苏联的“米-4”和“米-8”、中国的“直9W”等。

第二阶段（20世纪70~80年代）：从70年代到80年代是武装直升机迅速发展的阶段，这一阶段，世界上先进国家都设计制造了专用的武装直升机，装备了航枪、航炮、火箭和反坦克导弹等武器，火控系统也从瞄准具发展到先进的昼夜火力控制系统，提高了导航、目标搜索识别和昼夜飞行作战能力。典型机种有美国的“AH-1”（世界上第一种专用武装直升机）和“AH-64A”、意大利的“A129”、苏联的“米-28”和“卡-50”、中国的“直9WA”等。

第三阶段（20世纪90年代）：这一阶段是武装直升机全面发展的阶段，直升机上汇集了当今世界最先进的技术。武装直升机具备了空战能力，可通过选择不同的武器搭配执行各种任务；实现了信息显示和光电设备高度集成化、模块化、功能综合化；正在发展驾驶舱智能化，以便能大大改善人机界面，减轻飞行员负担，使飞行员有更多的时间来关注外界情况。典型机种有美国的“AH-64D”和“RAH-66”、法德联合的“虎”、俄罗斯的“米-28D”和“卡-52”、中国的“直10”等。世界各国武装直升机火控系统的发展趋势是：

- (1) 控制多种武器，具备对空和对地作战能力。
- (2) 具备夜视夜瞄功能，扩展系统的使用时限。
- (3) 采用多种显示和综合控制技术，提高人机工效。
- (4) 多传感器综合，提高系统作战效能。
- (5) 实现信息化、智能化、自动化，提高自动化搜索、识别和攻击能力，减轻飞行员负担。

### 1.1.4 直升机火力控制原理

直升机火力控制的基本工作原理是：直升机火力控制系统和地面指挥系统、导航系统协同工作，将载机引导至目标空域，使直升机目标探测跟踪设备截获目标；由目标参数测量装置和载机参数测量装置，测定目标、载机相对位置、运动参数以及环境条件，连同装定的武器弹道参数一并送入火力控制计算机，根据确定的攻击方式及瞄准原理进行火力控制计算；将所得瞄准信息和操纵控制信息在瞄准显示装置上显示给飞行员，同时向武器外挂管理系统、武器投射控制装置发出指令，使武器处于瞄准目标状态；待满足投射条件时，由飞行员手动或由武器投射控制装置自动地发出投射信息，将武器弹丸投射出去，对某些制导武器进行制导，直至命中目标。

直升机火力控制原理通常称为瞄准原理，是分析研究从载机上投射武器攻击目标的控制规律、瞄准原理、瞄准方法的专门理论。随着载机、武器的战术技术性能提高和攻击方式方法的发展，该理论也获得了发展，它是直升机火力控制系统原理论证、结构设计、制造工

艺、检验测试、效能评定、维护使用的理论基础。其内容包括：

(1) 分析载机使用不同的武器、以不同的攻击方式、攻击不同目标的过程中，载机、武器、目标的相对位置和运动特性，建立描述攻击运动的数学模型和导出瞄准原理方程。

(2) 选取正确的解法，代入具体攻击条件，进行火力控制计算，确定达到瞄准状态的瞄准修正量和操纵控制信息。

(3) 掌握火力控制规律，确定正确的瞄准方法。

## 1.2 直升机火力控制系统的基本功能

武装直升机的主要任务是作战，而作战的过程包括飞临战区、搜索识别目标和对敌攻击。因此，一套完整的武装直升机火控系统必须具备引导飞行、搜索和识别目标、攻击目标等主要功能。

### 1.2.1 引导飞行

武装直升机作战的第一步就是如何飞临战区。没有引导直升机飞向战区的火控系统是不完善的系统。因此，直升机火控系统应具有引导直升机飞向战区的功能。飞行阶段，火控系统可以将导航信息和夜间飞行时的夜视图像提供给平显、头盔显示器和下视显示器显示，飞行员可以根据显示内容操纵直升机进行飞行，占据有利进攻位置。

### 1.2.2 搜索和识别目标

武装直升机作战的第二步就是如何找到并确认要攻击的目标，即搜索和识别目标。搜索和识别目标是直升机作战中的一个重要环节，如果不能搜索和识别目标，攻击就无从谈起。因此，世界各国在进行直升机火控系统设计时，均对目标搜索和识别装置给予了大力的投入。头盔瞄准/显示系统、前视红外搜索和目标探测系统几乎是世界各国武装直升机上必备的目标搜索和识别系统。除此之外，先进国家还花大代价在武装直升机上安装了用于搜索、识别和跟踪的火控雷达。美国 AH-64D 直升机在 AH-64A 头盔瞄准/显示系统和夜视系统的基础上增加了火控雷达，以完成直升机对空中和地面目标的搜索和定位。俄罗斯卡-52 也在卡-50 的基础上增加了可用于侦察、搜索目标的火控雷达。搜索阶段，火控系统可以控制目标搜索设备进行战场搜索，并对搜索到的目标进行识别，以便决定进一步的攻击。

### 1.2.3 攻击目标

武装直升机作战的最终目的就是攻击目标。攻击阶段，通过火控系统，飞行员可以完成多种任务的执行和多种武器的控制发射。

#### 1.2.3.1 对地面目标瞄准攻击

武装直升机对地攻击的主要任务是反坦克和装甲车。现代和未来战争中，地面战场上出现最多的目标已不再是暴露在外面的人员，而是大量的坦克和装甲车。因此，有效地杀伤地面坦克和装甲车成了现代和未来地面战争的关键。直升机反坦克具有隐蔽性好、反应迅速、

突袭能力强、机动性高、攻击距离远等优点，因此，世界各国武装直升机都携带反坦克导弹。直升机反坦克导弹有多种类型，包括有线指令制导导弹、无线指令制导导弹、激光驾束导弹、激光半主动制导导弹、电视制导导弹和红外成像制导导弹等，不同的直升机根据不同情况挂载不同的反坦克导弹，也配备不同类型的火控系统。

武装直升机的另一个任务是使用航枪、航炮和火箭等武器进行火力支援。因此，直升机也配备能够控制这些武器的火控系统，完成航枪、航炮和火箭等的瞄准和射击。

武装直升机火控系统在攻击阶段的主要功能，就是根据飞行员的操作控制反坦克导弹攻击地面装甲目标，或者控制航枪、航炮和火箭等武器进行对地火力支援。

控制反坦克导弹攻击主要由火控系统昼夜观瞄装置完成。由前视红外、电视和激光组成的昼夜观瞄装置一般具有大、中、小多个视场，对探测和截获远程目标相对有效。火控系统的设计可保证该装置很方便地随动于头盔显示器，驱动导弹导引头和炮塔，构成高效的综合火控系统。相对于反坦克导弹而言，航枪、航炮和火箭等是比较难于控制的一类武器，这类武器发射后处于无控状态。因此，要求火控系统提供精确的初始发射条件，以便能够准确完成攻击任务。

#### 1.2.3.2 对空中目标瞄准攻击

未来战争中，武装直升机空中对抗是必然的。因此，直升机空战受到世界各国的极大关注。美国陆军投入了大量的人力和物力研制具有空战能力的 AH-64D 和 RAH-66 武装直升机，俄罗斯、法国、德国也都在研制空战型直升机。美国在直升机空战战术、空战火力控制系统、传感器综合等方面进行了大量的研究，对空中目标探测、识别、跟踪和攻击技术的研究已达到了相当高的水平。

直升机空战火控系统的第一要求是要能保证先敌发现目标，这样就可使自己能够机动到有利位置，并先敌开火击落目标。火控系统还有一个非常重要的任务就是识别和锁定目标。空战中，时间非常宝贵，火控系统的搜索/识别/跟踪设备锁定目标必须是几乎与目标识别同时进行。为保证同时完成识别和锁定目标，采用头盔瞄准/显示系统驱动探测器无疑是最为有效的。最具攻击性的是飞行员使用灵活的头盔瞄准/显示系统对空空导弹和炮塔进行随动控制和发射，对这一点的强调无论如何也不过分。

要想在空战中取胜，除了飞行员在作战时需要高水平的发挥，火控系统的设计也必须考虑性能先进、使用方便、操作简单明了、显示器显示内容易读、传感器综合程度高、火控误差小，以适应直升机的高机动能力。

## 习 题

- 1.1 直升机武器系统的作用是什么？
- 1.2 直升机火力控制系统由哪几部分组成？
- 1.3 简要介绍载机参数测量系统、火控计算机和综合显示控制系统。
- 1.4 从世界各国武装直升机的发展看，其火控系统发展趋势如何？
- 1.5 直升机火力控制原理的内容包括哪些？

## 第 2 章 坐标系及其转换

直升机火力控制原理是指直升机向目标区域引导,非制导武器计算武器投射方向、时机、密度和持续时间的火力控制,制导武器向目标制导的原理。概括地说,就是要确定攻击过程中直升机、目标、武器三者之间正确的相互位置和运动关系,以使武器能命中/毁伤目标。为此,就必然要选取适当的坐标系来描述其位置坐标和运动方程。

同一引导、火力控制、制导问题,选取不同的坐标系来描述,其位置坐标和运动方程形式是不同的,但是绝不会因为所选取的坐标系不同而得到不同的引导、火力控制、制导结果。因此,对于某一确定的引导、火力控制、制导问题而言,可以任意选取不同的坐标系进行研究。当然所选取的坐标系不同,直升机、目标、武器的位置坐标和运动方程的形式是不同的。数学模型不同,求解的方法和难易程度也不同,甚至会影响到系统的结构、机构。因此,应选取适当的坐标系来描述引导、火力控制、制导问题。

本章讲述研究直升机向目标区域引导、非制导武器火力控制、制导武器制导原理所涉及的主要坐标系的定义、作用及转换原理和方法。

### 2.1 直角坐标系及其转换

#### 2.1.1 直角坐标系

直角坐标系  $OXYZ$  是指坐标原点为  $O$ ,且  $OX, OY, OZ$  三轴相互垂直的右旋坐标系。将与惯性空间固连或相对于惯性空间做等速直线平移的坐标系,称为惯性坐标系;而将相对于惯性空间做加速度运动的坐标系,称为非惯性坐标系。

所谓惯性空间,原点应取在不动点上,而又无转动的参考系,在惯性空间,牛顿运动定律是成立的。由于物质的运动是永恒的,同时也很难找到一个严格地仅做等速直线运动而无加速度的物体,因此,真正的惯性坐标系只是理论上存在。人们曾以太阳中心为原点,以指向任意恒星的直线为坐标轴,组成日心坐标系,如果忽略太阳连同太阳系一起围绕银河系  $0.001$  ( $''$ )/ $a$  的转动角速度和  $2.4 \times 10^{-11}g$  的向心加速度,则可以认为日心坐标系为惯性坐标系。同样,如果忽略地球围绕太阳的公转和地球的自转运动,那么可以认为原点取在地心,与地球固连的地球坐标系为惯性坐标系。但在研究远距引导、导航问题时,又必须计入地球转动的影响,在这种条件下,地球坐标系又成为非惯性坐标系。总之,关于惯性坐标系,也就是牛顿力学定律的具体应用条件,应当根据处理问题的具体情况确定,使研究问题既得以简化,又能保证准确度的要求。

### 2.1.2 直线运动坐标系的转换

$(OXYZ)_1$ 、 $(OXYZ)_2$ 为直角坐标系， $(OXYZ)_1$ 相对于惯性空间静止不动， $V_1 = 0$ ； $(OXYZ)_2$ 相对于惯性空间、相对于 $(OXYZ)_1$ 做直线运动。假设在 $t_0$ 瞬间， $(OXYZ)_2$ 的速度为 $V_2(t_0)$ ，加速度为 $a_2$ ，两坐标系原点距离为 $O_1O_2 = R_0$ 。若惯性空间中有某一运动目标 $M$ ，相对于惯性空间做等速直线运动，速度为 $V_m$ ，写出动点 $M$ 在 $(OXYZ)_1$ 、 $(OXYZ)_2$ 坐标系中的速度、加速度、距坐标系原点距离的表达式，即

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{速度} \\
 V_{m1} = V_m \\
 V_{m2}(t_0) = V_m - V_2(t_0) \\
 V_{m2}(t) = V_m - V_2(t_0) - a_2 t \\
 \text{加速度} \\
 a_{m1} = 0 \\
 a_{m2} = a_2 \\
 \text{距离}(t_0 \text{ 瞬间}) \\
 D_1(t_0) \\
 D_2(t_0) = D_1(t_0) - R_0 \\
 \text{距离(经任意时间 } t \text{ 之后)} \\
 D_1(t) = D_1(t_0) + V_m t \\
 D_2(t) = D_1(t_0) - R_0 + V_m t - V_2(t_0)t - \frac{1}{2}a_2 t^2
 \end{array} \right\} \quad (2-1)$$

若 $R_0 = 0$ ， $a_2 = 0$ ，则式(2-1)可以简化为

$$\left. \begin{array}{l}
 V_{m1} = V_m \\
 V_{m2} = V_m - V_2 \\
 a_{m1} = 0 \\
 a_{m2} = 0 \\
 D_1(t_0) \\
 D_2(t_0) = D_1(t_0) \\
 D_1(t) = D_1(t_0) + V_m t \\
 D_2(t) = D_1(t_0) + V_m t - V_2 t
 \end{array} \right\} \quad (2-2)$$

式(2-2)表明，在有相对直线运动的两个直角坐标系中，同一动点 $M$ 的速度、加速度、距离的表达式不同，这也表明了有相对直线运动的坐标系的转换关系，必须计入相对直线运动速度和加速度的影响。

### 2.1.3 转动坐标系的转换

下面研究相对转动坐标系的转换原理。 $(OXYZ)_a$ 、 $(OXYZ)_b$ 为直角坐标系，为便于分

析, 假定两个坐标系原点相重合, 并指定  $(OXYZ)_a$  为基准坐标系。

$(OXYZ)_b$  转动过程为: 从  $(OXYZ)_a$  起始, 先绕  $Z_a$  轴转过角度  $\varphi$ , 得到过渡坐标系  $(OXYZ)_{b\varphi}$ ; 再绕  $Y_{b\varphi}$  轴转过角度  $\theta$ , 得到另一过渡坐标系  $(OXYZ)_{b\theta}$ ; 最后绕  $X_{b\theta}$  轴转过角度  $\gamma$ , 最终得到坐标系  $(OXYZ)_b$ 。上述转动所转过角度的正负号均规定为用右手定则来判定,  $(OXYZ)_b$  转动的过程相对于  $(OXYZ)_a$  的状态记为  $Z-Y-X$  或  $\varphi-\theta-\gamma$ 。

设  $I_a = [i_a \ j_a \ k_a]^T = [i \ j \ k]^T_a$ ,  $I_b = [i_b \ j_b \ k_b]^T = [i \ j \ k]^T_b$  分别是  $(OXYZ)_a$ 、 $(OXYZ)_b$  中的单位直角矢量; 同样设  $I_{b\varphi}$ 、 $I_{b\theta}$  分别是  $(OXYZ)_{b\varphi}$ 、 $(OXYZ)_{b\theta}$  中的单位直角矢量。根据矢量转动原理, 得

$$\begin{aligned} i_{b\varphi} &= (i_{b\varphi} \cdot i_a) i_a + (i_{b\varphi} \cdot j_a) j_a + (i_{b\varphi} \cdot k_a) k_a = i_a \cos \varphi + j_a \sin \varphi + k_a \cdot 0 \\ j_{b\varphi} &= (j_{b\varphi} \cdot i_a) i_a + (j_{b\varphi} \cdot j_a) j_a + (j_{b\varphi} \cdot k_a) k_a = -i_a \sin \varphi + j_a \cos \varphi + k_a \cdot 0 \\ k_{b\varphi} &= (k_{b\varphi} \cdot i_a) i_a + (k_{b\varphi} \cdot j_a) j_a + (k_{b\varphi} \cdot k_a) k_a = i_a \cdot 0 + j_a \cdot 0 + k_a \end{aligned}$$

式中:  $(i_{b\varphi} \cdot i_a)$ ,  $(i_{b\varphi} \cdot j_a)$  ... 为  $(OXYZ)_{b\varphi}$  与  $(OXYZ)_a$  的方向余弦  $\cos(X_{b\varphi}, X_a)$ ,  $\cos(X_{b\varphi}, Y_a)$  ...

将上述方程用矩阵表示为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_{b\varphi} \\ j_{b\varphi} \\ k_{b\varphi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(X_{b\varphi}, X_a) & \cos(X_{b\varphi}, Y_a) & \cos(X_{b\varphi}, Z_a) \\ \cos(Y_{b\varphi}, X_a) & \cos(Y_{b\varphi}, Y_a) & \cos(Y_{b\varphi}, Z_a) \\ \cos(Z_{b\varphi}, X_a) & \cos(Z_{b\varphi}, Y_a) & \cos(Z_{b\varphi}, Z_a) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ j_a \\ k_a \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ j_a \\ k_a \end{bmatrix} = T_{b\varphi, a} \begin{bmatrix} i_a \\ j_a \\ k_a \end{bmatrix} \end{aligned}$$

即

$$I_{b\varphi} = T_{b\varphi, a} I_a$$

式中,

$$T_{b\varphi, a} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

同理可得

$$I_{b\theta} = T_{b\theta, b\varphi} I_{b\varphi}$$

$$I_b = T_{b, b\theta} I_{b\theta}$$

式中,

$$\begin{aligned} T_{b\theta, b\varphi} &= \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \\ T_{b, b\theta} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \end{aligned}$$

将以上公式推导所得的结果合并整理得

$$\mathbf{I}_b = \mathbf{T}_{b,b\theta} \mathbf{T}_{b\theta,b\varphi} \mathbf{T}_{b\varphi,a} \mathbf{I}_a = \mathbf{T}_{b,a} \mathbf{I}_a \quad (2-3)$$

式中,

$$\mathbf{T}_{b,a} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \varphi & \cos \theta \sin \varphi & -\sin \theta \\ \sin \gamma \sin \theta \cos \varphi - \cos \gamma \sin \varphi & \sin \gamma \sin \theta \sin \varphi + \cos \gamma \cos \varphi & \sin \gamma \cos \theta \\ \cos \gamma \sin \theta \cos \varphi + \sin \gamma \sin \varphi & \cos \gamma \sin \theta \sin \varphi - \sin \gamma \sin \varphi & \cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix}$$

式中:  $\mathbf{T}_{b,a}$ ——从  $(OXYZ)_a$  坐标系转换到  $(OXYZ)_b$  坐标系的转换矩阵。

它描述了以  $(OXYZ)_a$  坐标系为基准, 通过绕  $Z-Y-X$  转动角度  $\varphi-\theta-\gamma$ , 形成  $(OXYZ)_b$  坐标系的全过程。同时  $(OXYZ)_a$  坐标系中的单位直角矢量  $\mathbf{I}_a$ , 左乘以  $\mathbf{T}_{b,a}$  转换矩阵, 即可以得到  $(OXYZ)_b$  坐标系中的单位直角矢量  $\mathbf{I}_b$ , 完成  $\mathbf{I}_a$  到  $\mathbf{I}_b$  的转换。

然而, 某一直角坐标系相对于基准坐标系转动过程不同, 其转换矩阵是不相同的。为说明此问题, 仍指定  $(OXYZ)_a$  为基准坐标系, 另一直角坐标系  $(OXYZ)_c$  转动过程为: 从  $(OXYZ)_a$  起始, 先绕  $Y_a$  轴转过角度  $\theta$ , 得到过渡坐标系  $(OXYZ)_{c\theta}$ ; 再绕  $Z_{c\theta}$  轴转过角度  $\varphi$ , 得到过渡坐标系  $(OXYZ)_{c\varphi}$ ; 最后绕  $X_{c\varphi}$  轴转过角度  $\gamma$ , 最终得到坐标系  $(OXYZ)_c$ 。仍用右手定则来判定所转过角度的正负号,  $(OXYZ)_c$  转动的过程相对于  $(OXYZ)_a$  的状态记为  $Y-Z-X$  或  $\theta-\varphi-\gamma$ 。

仍仿照前面推导, 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{c\theta} &= \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \mathbf{I}_a = \mathbf{T}_{c\theta,a} \mathbf{I}_a \\ \mathbf{I}_{c\varphi} &= \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{I}_{c\theta} = \mathbf{T}_{c\varphi,c\theta} \mathbf{I}_{c\theta} \\ \mathbf{I}_c &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \mathbf{I}_{c\varphi} = \mathbf{T}_{c,c\varphi} \mathbf{I}_{c\varphi} \\ \mathbf{I}_c &= \mathbf{T}_{c,c\varphi} \mathbf{T}_{c\varphi,c\theta} \mathbf{T}_{c\theta,a} \mathbf{I}_a = \mathbf{T}_{c,a} \mathbf{I}_a \end{aligned}$$

式中,

$$\mathbf{T}_{c,a} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \varphi & \sin \varphi & -\sin \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \sin \gamma - \cos \theta \sin \varphi \cos \gamma & \cos \varphi \cos \gamma & \cos \theta \sin \gamma + \sin \theta \sin \varphi \cos \gamma \\ \sin \theta \cos \gamma + \cos \theta \sin \varphi \sin \gamma & -\cos \varphi \sin \gamma & \cos \theta \cos \gamma - \sin \theta \sin \varphi \sin \gamma \end{bmatrix}$$

式中:  $\mathbf{T}_{c,a}$ ——从  $(OXYZ)_a$  坐标系转换到  $(OXYZ)_c$  坐标系的转换矩阵。

尽管  $(OXYZ)_b$ 、 $(OXYZ)_c$  相对于  $(OXYZ)_a$  均转过同样的夹角  $\varphi$ 、 $\theta$ 、 $\gamma$ , 但是由于其转动过程的次序不同, 即  $Z-Y-X$  (或  $\varphi-\theta-\gamma$ ) 与  $Y-Z-X$  (或  $\theta-\varphi-\gamma$ ) 不同, 其转换矩阵  $\mathbf{T}_{b,a} \neq \mathbf{T}_{c,a}$ 。因此, 所得到的  $(OXYZ)_b$  与  $(OXYZ)_c$  也是不同的。

坐标系转动过程按转序排列, 共有六种之多, 这里就不一一列出, 读者只要掌握了其推导原理和方法, 就可以起到举一反三的作用。

[举例 1]

地理坐标系  $(OXYZ)_{e1}$  坐标原点  $O_{e1}$  取在地球表面或大气层中的某一点上, 在火力控制

原理中,通常是选取在直升机或目标质心上。 $X_{e1}$ 轴沿该点经线的切线指向北方, $Y_{e1}$ 轴沿该点纬线的切线指向东方, $Z_{e1}$ 轴按右手定则确定指向地心,此坐标系称为该点的“北、东、地”地理坐标系。还有一种地理坐标系 $(OXYZ)_{e2}$ ,其坐标原点 $O_{e2}$ 与 $O_{e1}$ 重合, $X_{e2}$ 轴沿该点纬线的切线指向西方, $Y_{e2}$ 轴离开地心指向天空, $Z_{e2}$ 轴沿该点经线的切线指向北方,称之为“西、天、北”地理坐标系,如图2-1所示。

如果以“北、东、地”地理坐标系 $(OXYZ)_{e1}$ 为基准,按照 $Y-Z-X$ 转过角度 $(\theta-\varphi-\gamma, \theta=90^\circ, \varphi=-90^\circ, \gamma=0^\circ)$ ,就可以得到“西、天、北”地理坐标系 $(OXYZ)_{e2}$ ,且推导出其坐标转换方程为

$$I_{e2} = T_{e2, e1} I_{e1}$$

式中,

$$T_{e2, e1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

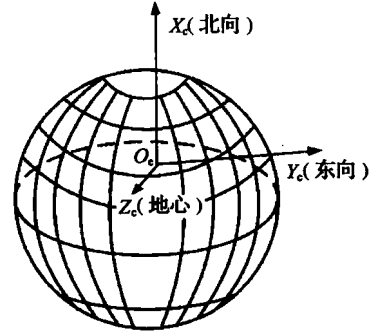


图2-1 地理坐标系

由于相对转动的两个坐标系都是直角坐标系,因此,其转换矩阵具有以下性质。

(1) 可逆性

$$T_{b,a} = T_{a,b}^{-1}$$

$$T_{a,b} = T_{b,a}^{-1}$$

(2) 正交性

$$T_{a,b}^{-1} = T_{a,b}^T$$

$$T_{b,a}^{-1} = T_{b,a}^T$$

转换矩阵具有可逆性和正交性,因而对它们进行运算是很方便的。

[举例2]

已知某矢量 $R$ 在 $(OXYZ)_a$ 、 $(OXYZ)_b$ 中的矩阵表达式分别为

$$R = [R_{xa} \quad R_{ya} \quad R_{za}] I_a$$

$$R = [R_{xb} \quad R_{yb} \quad R_{zb}] I_b$$

若矢量 $R$ 在 $(OXYZ)_a$ 坐标系三轴上投影值 $R_{xa}$ 、 $R_{ya}$ 、 $R_{za}$ 已知,且又知 $(OXYZ)_b$ 坐标系相对于 $(OXYZ)_a$ 按照 $Z-Y-X$ 转过角度 $\varphi-\theta-\gamma$ ,求矢量 $R$ 在 $(OXYZ)_b$ 坐标系三轴上的投影值 $R_{xb}$ 、 $R_{yb}$ 、 $R_{zb}$ ,即

$$[R_{xb} \quad R_{yb} \quad R_{zb}] I_b = [R_{xb} \quad R_{yb} \quad R_{zb}] T_{b,a} I_a = [R_{xa} \quad R_{ya} \quad R_{za}] I_a$$

$$[R_{xb} \quad R_{yb} \quad R_{zb}] T_{b,a} = [R_{xa} \quad R_{ya} \quad R_{za}]$$

上式两端各右乘 $T_{b,a}^T$ ,则得

$$[R_{xb} \quad R_{yb} \quad R_{zb}] = [R_{xa} \quad R_{ya} \quad R_{za}] T_{b,a}^T$$

也可以写为

$$\begin{bmatrix} R_{xb} \\ R_{yb} \\ R_{zb} \end{bmatrix} = T_{b,a} \begin{bmatrix} R_{xa} \\ R_{ya} \\ R_{za} \end{bmatrix}$$



这样就可以完成将矢量  $\mathbf{R}$  从  $(OXYZ)_a$  坐标系到  $(OXYZ)_b$  坐标系的转换。其转换方法为:

(1) 已知投影的行矩阵, 右乘转换矩阵逆矩阵, 便求得未知投影的行矩阵。

(2) 已知投影的列矩阵, 左乘转换矩阵, 便求得未知投影的列矩阵。

这两种方法是完全一致的, 只是计算公式的形式不同, 我们推荐采用第一种方法。

[举例3]

已知某矢量  $\mathbf{R}$  在  $(OXYZ)_a$  坐标系中三轴上的投影为  $R_{xa}$ 、 $R_{ya}$ 、 $R_{za}$ , 且又知  $(OXYZ)_b$  坐标系相对于  $(OXYZ)_a$  按照  $Z-Y-X$  转过角度  $\varphi - \theta - \gamma$ , 求矢量  $\mathbf{R}$  在  $(OXYZ)_b$  坐标系三轴上的投影值  $R_{xb}$ 、 $R_{yb}$ 、 $R_{zb}$ 。

$$\begin{aligned} [R_{xb} \quad R_{yb} \quad R_{zb}] &= [R_{xa} \quad 0 \quad 0] T_{b,a}^T = [R_{xa} \quad 0 \quad 0] \\ &\begin{bmatrix} \cos \theta \cos \varphi & \sin \gamma \sin \theta \cos \varphi - \cos \gamma \sin \varphi & \cos \gamma \sin \theta \cos \varphi + \sin \gamma \sin \varphi \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \\ &= R_{xa} [\cos \theta \cos \varphi \quad \sin \gamma \sin \theta \cos \varphi - \cos \gamma \sin \varphi \quad \cos \gamma \sin \theta \cos \varphi + \sin \gamma \sin \varphi] \end{aligned}$$

通过此例可以看出, 采用第一种方法进行转换, 往往可省略转换矩阵中的一些行。另外, 行矩阵的书写也比列矩阵要方便些。

## 2.1.4 用四元数法进行坐标系变换简介

坐标系变换, 除了用前述三参数法, 即由三个欧拉角  $\varphi$ 、 $\theta$ 、 $\gamma$  的方向余弦组成转换矩阵进行外, 在建立捷联式惯性系统和建立刚体空间转动、定位和稳定的控制中, 更多的是采用四元数法进行坐标系变换, 这里仅予以简要介绍。

由一个实数单位和三个虚数单位  $i$ 、 $j$ 、 $k$  组成的四个元的数, 称为四元数, 其形式为

$$\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \lambda_0 + \lambda_1 i + \lambda_2 j + \lambda_3 k = \lambda_0 + \boldsymbol{\lambda}$$

其中,  $\lambda_0$  为四元数的标量,  $\lambda_1 i + \lambda_2 j + \lambda_3 k$  为四元数的矢量部分, 因此, 矢量  $\boldsymbol{\lambda}$  可以看做是标量  $\lambda_0 = 0$  的一个四元数。

设矢量  $\boldsymbol{\lambda}$  在空间绕定点  $O$  旋转至  $\boldsymbol{\lambda}'$ 。由欧拉定理可知: 矢量  $\boldsymbol{\lambda}$  在空间绕定点  $O$  旋转至  $\boldsymbol{\lambda}'$ , 必是绕一瞬时欧拉轴  $E$  转过欧拉角  $\alpha$ , 角速度  $\dot{\alpha}$  的方向与瞬时欧拉轴方向一致。

对于四元数  $\boldsymbol{\lambda}$ 、 $\boldsymbol{\lambda}'$ , 即

$$\boldsymbol{\lambda} = \lambda_0 + \lambda_1 i + \lambda_2 j + \lambda_3 k = \lambda_0 + \boldsymbol{\lambda}$$

$$\boldsymbol{\lambda}' = \lambda'_0 + \lambda'_1 i + \lambda'_2 j + \lambda'_3 k = \lambda'_0 + \boldsymbol{\lambda}'$$

可以确定旋转变换四元数为

$$\mathbf{q} = q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k = \cos \frac{\alpha}{2} + \mathbf{E}^0 \sin \frac{\alpha}{2}$$

式中:  $\mathbf{E}^0$ ——瞬时欧拉轴上的单位矢量。

$$\begin{aligned} \lambda'_0 &= \lambda_0 \\ \lambda'_1 &= \frac{q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2}{\|q\|^2} \lambda_1 + \frac{2(q_1 q_2 - q_0 q_3)}{\|q\|^2} \lambda_2 + \frac{2(q_1 q_3 + q_0 q_2)}{\|q\|^2} \lambda_3 \end{aligned}$$