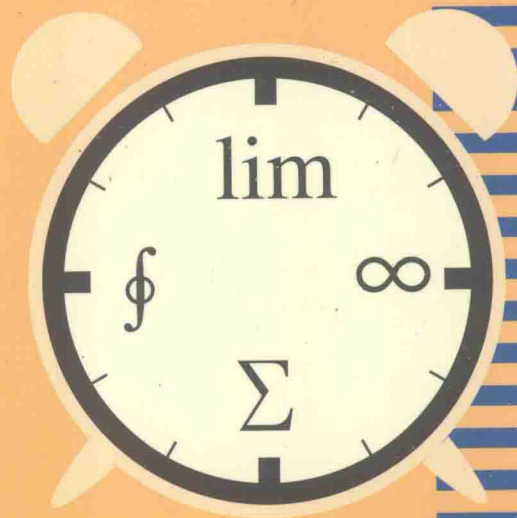


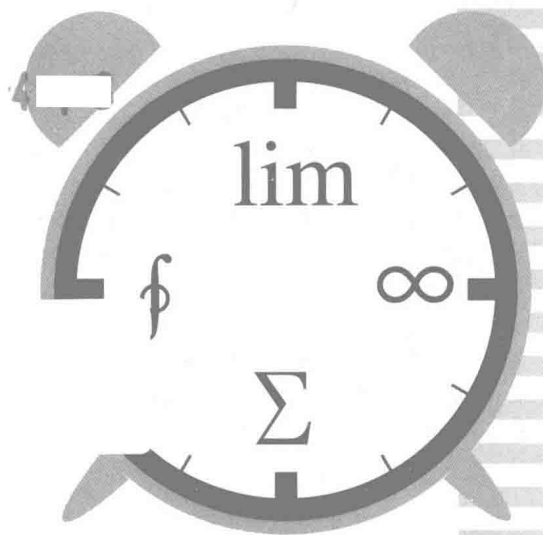
大学生数学竞赛 习题精讲 (第2版)

陈兆斗 黄光东 赵琳琳 邓燕 编著



大学生数学竞赛 习题精讲 (第2版)

陈兆斗 黄光东 赵琳琳 邓燕 编著



清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是为大学生数学竞赛(非数学专业)编写的教学辅导教材,内容覆盖了大学高等数学(微积分)等课程。全书共有7章,共约1200多道题,其中收集了自2009年至2015年的全国预决赛(非数学)和北京市竞赛的全部试卷。全部习题都附有较详细的解答。题目难度有一定的差异,以适合不同层次和不同专业的学生对数学竞赛或考研辅导的需求。书中经典的基本题约占二分之一,且涵盖的题目类型广泛,近年数学竞赛的很多题目都可在本书中找到踪影。对于经济和管理类的学生,除了“曲线与曲面积分”一节的内容之外,其他章节皆适用。此外,新版增加了相当数量的新题目,如“等周问题”、“圆周率是无理数”、“公路占地原理”、“最大熵原理”等,以适合高层次学生对数学知识的追求。新版中对每一节的习题都做了详细的分类,特色题大都给予命名并开列在目录中,以帮助读者归纳和查找,使该书的内容更加系统化。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

大学生数学竞赛习题精讲/陈兆斗等编著.--2版.--北京:清华大学出版社,2016(2016.8重印)

ISBN 978-7-302-42401-7

I. ①大… II. ①陈… III. ①高等数学—高等学校—题解 IV. ①O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第296374号

责任编辑:刘颖

封面设计:傅瑞学

责任校对:刘玉霞

责任印制:杨艳

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦A座 邮 编:100084

社总机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者:北京富博印刷有限公司

装 订 者:北京市密云县京文制本装订厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:26.5 字 数:643千字

版 次:2010年8月第1版 2016年4月第2版 印 次:2016年8月第2次印刷

印 数:3001~5000

定 价:56.00元

产品编号:064272-01

前言

FOREWORD

本书第1版自2010年出版发行以来受到广大高校师生的关注和热评,收到了辅导教师和参赛学生的大量反馈信息,对本书提出了宝贵的建议,这些建议大多在新版中得到体现。新版在保持两部分(要点、例题、习题;习题解答)的格局下,主要的变化体现在两个方面:一是章节的变化,二是题目的变化。

根据辅导教师的建议,为了与课堂教学结合得更密切些,在新版中将原版共5章的内容改为7章,即将原来的“微分学”一章分为“一元函数微分学”和“多元函数微分学”两章,“积分学”一章分为“不定积分与定积分”和“多元函数积分学”两章。另外,安排了“4.1 函数与图形”,此节的主要内容是解析几何,如“默比乌斯带的参数方程”等。据此给出了更多微积分方法在几何学中应用的案例,例如“曲线簇的包络线”、“咕噜金定理”等。

在新版中,题目的选择仍然坚持以数学竞赛培训为主导的思想,因此保留了原版中的很多基本题,也删除了一些过于烦琐和枯燥的题目,同时增加了一些题目。新版中题目的数量由原版的700多道题增加到1200多道题。所选习题的难易程度差异较大,以适合不同层次的学生对数学竞赛或考研辅导的需求,其中经典的基本题约占二分之一,而难度较大的题都标以“*”号。在每一节中,对习题按照题目的类型或者题目的求解方法等以标题的形式做了详细的分类,以帮助读者归纳和查找,也使该书的内容更为系统化。在每节习题后给出非证明题目的答案。新版中还收集了自2009年至2015年全国预赛、决赛(非数学)和北京市竞赛的全部试卷,并在各类赛题后给出答案与提示,为读者提供了宝贵的参考资料。为适合“非数学专业”学生的特点,在习题解答部分,避免使用诸如“ ϵ - δ ”、“一致连续”、“一致收敛”等“专业”化的数学方法,使得解题更具技巧性。新版中为一些题目配上了图形(全书共140多张图),以加强直观的几何感受,帮助读者理解。

本书涵盖的题目类型广泛,近年数学竞赛中的很多题目都可在本书中找到其踪影。为满足高层次学生对数学梦的追

求,新版中增加了很多有特色的题目。这些题目本身或解题的技巧性都很有吸引力,如“公路占地原理”、“弯管的启示”、“旋转液面的形状”等题目。一些历史名题也被列入新版之中,如“等周问题”、“圆周率是无理数”等。它们经过作者的改写,使得“非数学专业”的学生也能够读懂,并给出了相应题目的历史概述。一些纯数学问题在本书中做了应用化处理,以强调数学建模的重要意义,如“一刀二饼问题”、“公路隔离栏原理”、“陈家全的百米世界纪录”等,这样的题目也可以作为数学建模的教学案例。

有特色的题大都被命名并按节开列在目录中,如“用施笃兹定理求极限”、“线性微分方程特解的算子解法”、“将地球变为黑洞”等,以提高读者对它们的关注度,并且便于读者查找。

教师在辅导的过程中,应注意多讲基本题。具有代表性的基本题大都被编排在例题之中。很多基本题尽管也有一定的难度,但教师讲授的重点则应放在解题的基本方法和思路上。例如“微分中值等式”问题,新版中给出了构造辅助函数的一般性方法,教师只需把这个方法讲明白,此类习题可由学生自己完成。

特别是积分应用中的各种微元法,其基本思想分别在各个积分章节的“内容要点”和题目的评注中都做了阐述,讲授时要做到融会贯通。从历年的竞赛试卷评阅来看,微积分的复杂演算是众多参赛学生的弱项,许多题目参赛者会做,但由于计算的基本功不过关而做错。教师应在竞赛的培训中注意对学生演算能力、耐心和技巧的培养。本书中提供了大量的演算技巧和简算方法,这也是在培训中需加以强调和同学在学习过程中需要注意之处。因为本书配有详细的习题解答,很适合学生自学之用。同时,为了避免读者急于对答案而翻阅解答部分,特将答案列于各节的习题之后。

对于经济和管理类的学生,不需讲解“5.2 曲线积分与曲面积分”的内容,其他内容皆适用。

新版书的编写受到了很多高校教师的关心和帮助,他们是:北京邮电大学的孙洪祥,中国地质大学(北京)的李志刚、邢永丽,北京科技大学的李卫东等,在此表示感谢。也感谢曾庆黎、李少琪、赵丽娟、龙云峰等老师为本书所付出的辛劳。特别是一个网名为“林海雪原”的学生,不但指出了原版中某个习题解法的不妥之处,还给出了自己的解题方法。在修订的新版中这道题就采用了“林海雪原”的解法(2.3 节题 31)。

大学生数学竞赛是促进大学数学教育,培养学生创新能力的重要方式。期望本书成为广大参赛学生和数学爱好者的有益读物,书中的很多习题也可以用于其他数学教学之中。此书还有很多不足之处,恳请读者批评指正。联系我们的邮箱为 zkchxy@163.com,或陈兆斗的博客 <http://blog.sina.com.cn/u/5545769408>。

目录

CONTENTS

第 1 部分 内容要点、例题、习题

第 1 章 一元函数的极限与连续	3
1.1 极限	3
1.1.1 内容要点	3
1.1.2 例题选讲	7
1.1.3 习题汇编	10
• 内容分类	
一般数列的极限	
递推与迭代数列的极限	
数列的收敛速度	
数列极限的其他问题	
函数极限	
• 特色题	
数列极限的平均值	例 2
数列 $x_{n+1} = \sqrt{c+x_n}$ 的极限	例 3
用比值法或根值法求数列极限	例 5
$\ln^a x, x^\beta, e^x$ 趋于无穷大速度的比较	例 7
用施笃兹定理求数列极限	题 3
用夹逼准则求数列极限	题 4
方程 $\tan x = x$ 相邻根差的数列极限	题 5
用单调有界原理求数列极限	题 22
数列的收敛速度	题 29, 30, 31
数列 $\sin n\theta$ 的收敛性	题 33
方程 $e^x + x^{2n+1} = 0$ 根的数列极限	题 38
交叉迭代的数列极限	题 39, 40
空间中 4 个点交叉迭代的点列极限	题 41
幂指型极限的等价无穷小代换	题 45
用微分中值定理求极限	题 46
函数 $[(a_1^x + a_2^x + \cdots + a_n^x)/n]^{1/x}$ 的极限	题 47
$x \rightarrow 0^+$ 时函数 $x^{x^{x^{\cdots x}}}$ 的极限	题 48

1.2	一元函数的连续性	15
1.2.1	内容要点	15
1.2.2	例题选讲	16
1.2.3	习题汇编	17
	• 内容分类	
	介值定理、零点定理与连续性	
	函数方程与连续性	
	连续函数的应用题	
	• 特色题	
	2^x 的函数方程	例 1
	椭圆的外切正方形	例 2
	多项式的实零点与最值	例 3
	连续性与不动点	例 4, 题 5, 6
	最大、最小函数的连续性	题 7
	地球的同温点	题 13
	陈家全的百米世界纪录	题 14
	方桌的平稳摆放	题 16
	“一刀二饼”问题	题 18
第 2 章	一元函数微分学	19
2.1	导数与微分	19
2.1.1	内容要点	19
2.1.2	例题选讲	21
2.1.3	习题汇编	23
	• 内容分类	
	求导法	
	曲线的切线与法线	
	高阶导数	
	导函数的性质	
	• 特色题	
	用递推公式求高阶导数	例 3, 题 21
	导函数的极限定理	例 6
	分段函数的导函数及其连续性	例 7
	导函数的介值定理	例 8
	函数行列式的导数	题 8, 9
	相关变化率	题 10, 11
	反函数的二三阶导数	题 22
	导数不为零的函数是单调函数	题 25
	导函数没有第一类间断点	题 26

重根与导函数	题 30
其他特色题	题 2,18(2),20
2.2 微分中值定理与导数的应用	26
2.2.1 内容要点	26
2.2.2 例题选讲	29
2.2.3 习题汇编	36
• 内容分类	
微分中值等式	
泰勒公式与不等式	
函数的单调性与不等式	
函数的凹凸性与不等式	
函数的极值与最值	
• 特色题	
微分中值等式问题的一般性解法	例 2, 题 1~13
函数展开为泰勒公式的三种基本方法	例 4
用泰勒公式求极限	例 5, 题 23
泰勒公式与不等式	例 6,7
极值的高阶导数判别法	例 11
关于严格凹(凸)不等式	例 13
无穷区间上的罗尔定理	题 14,15,16
函数行列式的中值等式	题 17
多微分中值等式	题 18~21
若尔当不等式 $\frac{2\theta}{\pi} \leq \sin\theta \leq \theta$	题 37
反函数的凹凸性	题 42
平均值不等式	题 48
柯西不等式	题 49
凹凸函数的最值	题 54
数列 $\{\sqrt[n]{n}\}$ 的最大项	题 56
函数 $\sum_{i=1}^n x - a_i $ 的最小值	题 57
伯努利不等式 $(1+x)^n \geq 1+nx$	题 59
其他特色题	题 39,40,41,45,47,62
2.3 一元微分学综合题	41
• 内容分类	
函数方程与恒等式	
中值定理与方程的根	
• 特色题	
方程 $2^x = x^2 + 1$ 仅有三个实根	题 15

多项式 $[(x^2-1)^n]^{(n)}$ 的实零点分布	题 20
多项式 x^3+bx+c 实零点的个数	题 27
函数 $1+x+\cdots+x^n/n!$ 的实零点	题 32
e 是无理数	题 37
数列 $\{n\sin(2\pi en!)\}$ 的极限	题 44
泰勒公式的中值极限	题 45
最大熵原理	题 49
公路上的选址问题与重心法	题 50
其他特色题	题 2,5,13,19,22,25,31,36,40
第 3 章 不定积分与定积分	46
3.1 不定积分	46
3.1.1 内容要点	46
3.1.2 例题选讲	48
3.1.3 习题汇编	54
• 内容分类	
有理函数的积分	
三角函数有理式的积分	
无理函数的积分	
某些超越函数的积分	
• 特色题	
有理函数积分的五个常见类型	例 1
三角函数有理式积分的常用换元法	例 2
函数系 $\{P_n(x)e^{ax}\}$ 对原函数的封闭性	例 8
非常规分解的有理函数的积分	题 2
$\int \tan^n x dx$ 与 $\int \sin^n x dx$ 的递推公式	题 4
$\int \cos^m x \sin^n x dx$ 的递推公式	题 6
用倒代换计算的积分	题 8
$\int e^{ax} \cos bx dx$ 和 $\int e^{ax} \sin bx dx$ 的积分	题 14
函数系 $\{P_n(x)e^{ax} \cos bx + Q_n(x)e^{ax} \sin bx\}$ 对原函数的封闭性	题 16
分段函数的原函数	题 19
3.2 定积分	57
3.2.1 内容要点	57
3.2.2 例题选讲	61
3.2.3 习题汇编	66
• 内容分类	
定积分与广义积分的计算	

积分等式及变限积分	
定积分的应用题	
• 特色题	
某些定积分的简算	例 2, 题 1
连接两点的最短路径是线段	例 4
求变项和的极限	例 5, 题 10, 11
定积分与微元法	例 6
图形绕斜轴的旋转体体积	例 7, 题 21
正交函数系	题 6, 7
柱壳法求旋转体体积	题 20
椭圆外等距线的长度	题 24
其他特色题	例 3, 题 3, 8(3, 4), 9, 12, 14, 16, 28
3.3 定积分综合题	70
• 内容分类	
积分不等式	
积分极限	
• 特色题	
关于积分的柯西不等式	题 3
凹凸形函数的积分不等式与等式	题 11
积分极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\int_a^b [f(x)]^n dx}$	题 16
积分极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_0^x \sin t dt/x$	题 20
原函数的奇偶性和周期性	题 25
圆周率 π 是无理数	题 26
最大微分熵	题 28
其他特色题	题 2, 12, 13, 14, 22, 27, 31
第 4 章 多元函数微分学	74
4.1 函数与图形	74
4.1.1 内容要点	74
4.1.2 例题选讲	79
4.1.3 习题汇编	83
• 特色题	
下料问题	例 1
曲面上的蚂蚁寻路问题	例 2, 题 1
正劈锥的参数方程	例 3
默比乌斯带的参数方程	例 5
一般旋转曲面的参数方程	例 6

单叶双曲面是直纹面	题 3
齐次函数与锥面方程	题 6
礼花绽放	题 15
其他特色题	题 9,13
4.2 多元函数的极限、连续与微分	85
4.2.1 内容要点	85
4.2.2 例题选讲	88
4.2.3 习题汇编	93
• 内容分类	
多元函数的极限与连续	
偏导数与全微分	
隐函数的一阶偏导数	
高阶偏导数	
综合题	
• 特色题	
$\sqrt{x^2+y^2}$ 的方向导数与偏导数	例 4
已知全微分求原函数	例 7, 题 8
高阶偏导数	例 10, 题 16
解偏微分方程	例 11, 题 24, 25
调和函数	题 19, 20
齐次函数	题 23
其他特色题	例 8, 题 15, 22
4.3 多元函数微分学的应用	96
4.3.1 内容要点	96
4.3.2 例题选讲	98
4.3.3 习题汇编	102
• 内容分类	
几何应用	
多元函数的极值与最值	
综合题	
• 特色题	
曲线簇的包络线	例 2, 题 5, 6
等距线	例 3, 题 8
最远(近)点的垂线原理	例 5, 题 19, 20
一个非常规的切线问题	题 2
椭球面的切线束	题 9
柱面方程的特征	题 10
发电厂的选址问题	题 24
其他特色题	题 16, 23

第 5 章 多元函数积分学	105
5.1 重积分	105
5.1.1 内容要点	105
5.1.2 例题选讲	109
5.1.3 习题汇编	112
• 内容分类	
二重积分的计算	
三重积分的计算	
重积分的简算	
重积分的一般变量代换	
含参数的积分	
积分不等式	
求面积和体积问题	
综合题	
• 特色题	
重积分的对称奇偶性	例 1,2
用重心法计算的重积分	例 3
卷积的计算	例 7, 题 21
卷积的运算律	题 20
二次型与椭圆的面积	题 30
二次型与椭球的体积	题 31
其他特色题	例 5,6, 题 6,9,22,23,37,38
5.2 曲线积分与曲面积分	116
5.2.1 内容要点	116
5.2.2 例题选讲	121
5.2.3 习题汇编	126
• 内容分类	
曲线积分	
对面积的曲面积分	
对坐标的曲面积分	
• 特色题	
平移变换下一个曲线积分的计算	例 1
闭曲线内部有奇点的曲线积分	例 2
调和函数的平均值定理	例 4
灵活选择的面积微元	例 5
用积分坐标的转换计算曲面积分	例 6, 题 21
用轮换对称计算的曲面积分	例 9
凑原函数计算曲线积分	题 7

	用对称奇偶性计算曲面积分	题 14
	用斯托克斯公式计算曲线积分	题 26,27
	其他特色题	题 3,12,22
5.3	多元函数积分学的应用	129
5.3.1	内容要点	129
5.3.2	例题选讲	130
5.3.3	习题汇编	137
	• 内容分类	
	多元积分学的几何应用	
	多元积分学的物理应用	
	• 特色题	
	用微元法解释对称奇偶性	例 1, 题 1
	用曲线积分求柱面的面积	例 2
	星形线的旋转面面积	例 3
	圆锥面铺平后其上的曲线长度不变	例 4
	公路隔离栏原理	例 5
	公路占地原理	例 6
	等周问题	例 7
	圆柱面铺平后其上的曲线长度不变	题 2
	咕噜金定理	题 6
	球冠的体积和表面积	题 8
	弯管的启示	题 9
	旋转液面的形状	题 12
	雪堆的融化问题	题 14
	阿基米德定律的推导	题 16
第 6 章	无穷级数	140
6.1	数项级数	140
6.1.1	内容要点	140
6.1.2	例题选讲	142
6.1.3	习题汇编	146
	• 内容分类	
	级数求和	
	正项级数	
	一般项级数	
	综合题	
	• 特色题	
	拆项相消法求级数的和	例 1, 题 1
	正项级数的敛散性与一般项趋于零的速度	例 3

正项级数敛散性的积分判别法	例 4
条件收敛级数中的正负项级数	例 5
条件收敛的级数不满足加法交换律	例 6
用泰勒公式分解级数	例 7, 题 27, 30
级数的敛散性与数列的敛散性	例 8
比较法的极限形式不适合非正项级数	例 9
一个二重级数的敛散性	题 43
无穷积分的敛散性与级数的敛散性	题 46, 47
狄利克雷积分 $\int_0^{+\infty} (\sin x/x) dx$ 条件收敛	题 48
压缩映射原理	题 49
数列 $x_n = \cos x_{n-1}$ 的敛散性	题 51
斐波那契数列与黄金分割比	题 53
其他特色题	题 10, 21, 28, 31, 32, 47
6.2 函数项级数	152
6.2.1 内容要点	152
6.2.2 例题选讲	154
6.2.3 习题汇编	159
• 内容分类	
幂级数的收敛域	
函数的幂级数展开式	
幂级数求和	
一般函数项级数	
综合题	
• 特色题	
两个幂级数和的收敛域	例 1
e^{-1/x^2} 不能展开为幂级数	例 6
傅里叶级数的闭合性公式	例 8
幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2} x^n$ 的收敛域	题 6
斐波那契数列的母函数	题 15
$\sum_{n=0}^{\infty} \sin nx$ 与 $\sum_{n=0}^{\infty} \cos nx$ 的收敛域	题 22
用傅里叶级数求数项级数的和	题 25
提不尽的银行存款	题 33
有理函数的幂级数特征	题 38, 39
傅里叶级数的维尔丁格不等式	题 41
用傅里叶级数证明等周问题	题 42
其他特色题	题 21, 29, 31, 40

第 7 章 微分方程	164
7.1 初等积分法与线性方程	164
7.1.1 内容要点	164
7.1.2 例题选讲	168
7.1.3 习题汇编	171
• 内容分类	
初等积分法	
线性微分方程	
综合题	
• 特色题	
积分因子	例 1, 题 6, 7
非齐次线性方程特解的算子解法	例 5, 6, 题 9
二阶线性齐次方程的朗斯基行列式	例 7
可化为常微分方程的偏微分方程	例 8, 题 20
由通解求方程形式	题 1
用逆算子求不定积分 $\int x^3 e^{2x} dx$	题 11
二阶常系数非齐次线性方程的一个新解法	题 17
其他特色题	题 14, 16
7.2 微分方程的应用	173
• 内容分类	
微分方程的物理应用	
微分方程的几何应用	
其他应用题	
• 特色题	
将地球变为黑洞	题 1
滑行距离问题	题 2
浮筒的振动	题 3
马王堆一号墓的年代考证	题 6
给 CPU 降温	题 7
悬链线	题 8
攀岩的路径	题 9
雨滴流淌的轨迹	题 10
曳物线	题 11
追及问题	题 12
横渡江河的线路	题 13
摆渡线路	题 14
四人追逐线路	题 15

盘山公路的修筑	题 16
湖泊污染的治理	题 17
降雪与扫雪问题	题 20
凶犯的排除	题 21
新技术的推广	题 22

第 2 部分 习题解答

第 1 章 一元函数的极限与连续	179
1.1 极限	179
1.2 一元函数的连续性	190
第 2 章 一元函数微分学	195
2.1 导数与微分	195
2.2 微分中值定理与导数的应用	202
2.3 一元微分学综合题	218
第 3 章 不定积分与定积分	230
3.1 不定积分	230
3.2 定积分	238
3.3 定积分综合题	247
第 4 章 多元函数微分学	259
4.1 函数与图形	259
4.2 多元函数的极限、连续与微分	264
4.3 多元函数微分学的应用	269
第 5 章 多元函数积分学	280
5.1 重积分	280
5.2 曲线积分与曲面积分	290
5.3 多元函数积分学的应用	299
第 6 章 无穷级数	307
6.1 数项级数	307
6.2 函数项级数	319
第 7 章 微分方程	333
7.1 初等积分法与线性方程	333
7.2 微分方程的应用	338

附录 A 北京市大学生数学竞赛简介	348
附录 B (第 20~26 届)北京市大学生数学竞赛(经济管理类)赛题及答案与提示	349
第 20 届北京市大学生数学竞赛赛题(经济管理类,2009 年)	349
第 21 届北京市大学生数学竞赛赛题(经济管理类,2010 年)	350
第 22 届北京市大学生数学竞赛赛题(经济管理类,2011 年)	351
第 23 届北京市大学生数学竞赛赛题(经济管理类,2012 年)	352
第 24 届北京市大学生数学竞赛赛题(经济管理类,2013 年)	353
第 25 届北京市大学生数学竞赛赛题(经济管理类,2014 年)	354
第 26 届北京市大学生数学竞赛赛题(经济管理类,2015 年)	356
答案与提示	357
附录 C 中国大学生数学竞赛大纲(非数学类)	369
附录 D 全国大学生数学竞赛预赛赛题及答案与提示	372
首届全国大学生数学竞赛预赛赛题(非数学类,2009 年)	372
第 2 届全国大学生数学竞赛预赛赛题(非数学类,2010 年)	373
第 3 届全国大学生数学竞赛预赛赛题(非数学类,2011 年)	374
第 4 届全国大学生数学竞赛预赛赛题(非数学类,2012 年)	374
第 5 届全国大学生数学竞赛预赛赛题(非数学类,2013 年)	375
第 6 届全国大学生数学竞赛预赛赛题(非数学类,2014 年)	376
第 7 届全国大学生数学竞赛预赛赛题(非数学类,2015 年)	377
答案与提示	377
附录 E 全国大学生数学竞赛决赛赛题及答案与提示	389
首届全国大学生数学竞赛决赛赛题(非数学类,2010 年)	389
第 2 届全国大学生数学竞赛决赛赛题(非数学类,2011 年)	390
第 3 届全国大学生数学竞赛决赛赛题(非数学类,2012 年)	390
第 4 届全国大学生数学竞赛决赛赛题(非数学类,2013 年)	391
第 5 届全国大学生数学竞赛决赛赛题(非数学类,2014 年)	392
第 6 届全国大学生数学竞赛决赛赛题(非数学类,2015 年)	393
答案与提示	394
附录 F 常用公式与记号	404
参考文献	408