

胡金德 谭泽光 考研数学系列

命题人与阅卷人 联袂打造

2017 考研数学

历年真题 名师点评

(数学一)

清华大学 胡金德 主 编
清华大学 谭泽光

- ▶ 专题解读——条分缕析历年真题
- ▶ 题型丰富——科学归纳海量题目
- ▶ 名师点拨——深度揭秘真题本质
- ▶ 解读多维——全面掌握解题技巧



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

2011 数学
历年真题
名师点评
(数学一)

清华大学 胡金德 主 编
清华大学 谭泽光



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书精心编排了2001—2016年共16年的数学一考研真题,依照考试大纲要求,按知识点对所有题目进行讲解,体系清晰,分析细致,讲解详尽,便于考生系统复习。本书可作为广大考生复习阶段模拟练习的重要题库,起到查漏补缺、指导复习方向的作用。

本书可供将参加2017年研究生入学考试数学一的学生备考使用。

图书在版编目(CIP)数据

2017 考研数学历年真题名师点评. 数学一 / 胡金德,
谭泽光主编. -- 北京:北京航空航天大学出版社,
2016.1

ISBN 978-7-5124-2000-7

I. ①2… II. ①胡… ②谭… III. ①高等数学—研究
生—入学考试—题解 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 311706 号

版权所有,侵权必究。

2017 考研数学历年真题名师点评(数学一)

胡金德 谭泽光 主编

责任编辑 王 实

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路37号(邮编100191) <http://www.buaapress.com.cn>

发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

读者信箱:bhpress@263.net 邮购电话:(010)82316936

三河市华骏印务包装有限公司印装 各地书店经销

*

开本:787×1092 1/16 印张:24.25 字数:621千字

2016年1月第1版 2016年1月第1次印刷

ISBN 978-7-5124-2000-7 定价:43.80元

前 言

全国工学、经济学硕士研究生入学统一考试(数学)实施多年来,每年命题都是紧扣大纲,形成了相对稳定、完整的模式。对这种模式的深入了解,有助于考生掌握命题规律,熟悉考试题型,并争取优异成绩。因此,在每一套考研数学辅导教程丛中,真题解析类的书目都是重要的组成部分。通过练习真题,可以有效地帮助考生把握数学考试大纲的命题指导思想、原则和趋势,使广大考生和教师了解试题信息、分析命题重点、总结命题规律和揣摩命题动态。同时,本书也可作为考生复习阶段模拟练习的重要题库,起到查漏补缺、指导复习方向的作用。

因此,一本经典的历年考试真题解析教程应当是内容完整、分析细致、求解详尽、总结全面的,这也是广大考生所热切期待的。本丛书的作者就是依据上述精神,精心编纂了这本《2017 考研数学历年真题名师点评(数学一)》。本书布局巧妙,内容精细,综合了众多相关教程和复习指导书的优点,具有如下几个特点:

1. 内容细致,题型丰富

本书共分三篇。第一篇为 2001—2015 年历年真题汇编。第二篇为历年真题分类讲解,本部分依照考试大纲的要求,按知识点归纳,对所有题目分专题进行讲解,体系清晰,便于考生系统复习。第三篇将 2016 年最新真题及解析单列出来,方便读者熟悉最新考题,对真题的题量、题型和难度有最初的认识。每一专题的题目按选择、填空、简答排序,内容由浅入深,方便考生循序渐进地领会各个知识点。同时,本书也综合了其他几类试卷(如数学二、数学三)考试中的一些经典真题,以求对考研大纲的知识点全面覆盖。

2. 解析详尽,总结全面

对于每一道题目,编者为广大考生设计了两个重要板块:【解析】和【知识点归纳】。【解析】是依据考研名师提供的经典讲义教案,提供了最新的解题思路、方法和技巧,给出详细准确的求解过程,以帮助考生开拓思路,提高解题能力。【知识点归纳】则是对每一道题目所涉及的知识进行归纳总结,让考生对每一个题目所需的知识点都有一个直接的认知,方便查漏补缺、完善知识体系。此外,【大纲导读】一栏为考生提供了过去一年的考试大纲,对考生细致了解考试内容、把握重点起到重要的作用。【本章小结】则全面回顾了本章所涉及的知识,有助于考生系统总结、温故知新。

3. 精心设计,完美自测

除上述经典部分外,编者还在第一篇历年真题汇编中设计了“参考答案及自测表”,对所有真题题目进行题型归类,方便考生归纳总结复习的不足,及时发现并弥补自身知识体系的缺漏。

考生在使用本书时,应该按章节先结合教材和复习全书同步复习相关知识点,同时选取 5 套左右的真题试卷用于阶段性模拟测验。在完成第一次系统复习后,再选取 5 套左右的真题试卷进行模拟演练,并仔细填写错误统计表,总结错误类型,进行第二轮专项突破复习。在完成第二轮复习之后,做完剩下的考研真题卷,再次检查解题的错误,进一步完善自己的知识结构。

在每次模拟考试时,应严格按照考试时间进行,稳步提升对考试时间的掌控能力。另外,在每次做完一套考研真题之后,考生应当对自己所做的答卷作一个详细的归纳总结,查清出错原因,看看自己是在基本理论、基本概念和基本方法方面有欠缺,还是在做题技巧、知识的综合和灵活运用等方面有不足。总之,这样的归纳总结过程对于考生的复习来说是十分必要的,其重要程度与做题无异,考生应当认真对待这一复习环节。

编者力求编写一套更为优秀的辅导丛书,但因水平有限,难免有不足之处,恳请广大考生读者批评指正。

最后,真诚地祝愿广大考生通过辛勤的努力,取得良好的成绩,考入理想的学府。

编 者

2015 年 12 月

目 录

第一篇 历年真题汇编(2001—2015)

2015 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	3
2015 年数学一真题参考答案及自测表	5
2014 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	7
2014 年数学一真题参考答案及自测表	9
2013 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	12
2013 年数学一真题参考答案及自测表	14
2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	16
2012 年数学一真题参考答案及自测表	18
2011 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	21
2011 年数学一真题参考答案及自测表	23
2010 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	25
2010 年数学一真题参考答案及自测表	27
2009 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	29
2009 年数学一真题参考答案及自测表	32
2008 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	34
2008 年数学一真题参考答案及自测表	36
2007 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	38
2007 年数学一真题参考答案及自测表	41
2006 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	43
2006 年数学一真题参考答案及自测表	46
2005 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	48
2005 年数学一真题参考答案及自测表	50
2004 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	53
2004 年数学一真题参考答案及自测表	55
2003 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	58
2003 年数学一真题参考答案及自测表	61
2002 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	63
2002 年数学一真题参考答案及自测表	65
2001 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	67
2001 年数学一真题参考答案及自测表	69

第二篇 真题分类解析(2001—2015)

第一部分 高等数学	73
第一章 函数、极限、连续	73
§ 1 函数的性质	73
§ 2 极限的概念与性质	74
§ 3 求解数列极限	75
§ 4 求解函数极限	77
§ 5 无穷小及其阶的比较	81
§ 6 极限中参数的求解	84
§ 7 函数的连续性及其间断点类型	85
§ 8 函数的渐近线问题	87
第二章 一元函数微分学	91
§ 1 导数的定义	91
§ 2 导数的物理意义和几何意义	94
§ 3 连续与导数的关系	95
§ 4 隐函数、反函数及含参量函数的求导	97
§ 5 分段函数求导	99
§ 6 n 阶导数	100
§ 7 函数单调性、极值和最值	101
§ 8 拐点与凹凸性	104
§ 9 函数零点与方程根的讨论	107
§ 10 微分中值定理	108
§ 11 不等式	113
第三章 一元函数积分学	118
§ 1 原函数与不定积分的概念和性质	118
§ 2 求解不定积分	120
§ 3 定积分的概念和性质	120
§ 4 求解定积分	124
§ 5 变限积分函数的求解	125
§ 6 反常积分的性质和计算	128
§ 7 一元函数积分学的几何、物理应用	129
第四章 向量代数和空间解析几何	134
§ 1 点到平面的距离	134
§ 2 曲面方程与旋转体体积	135
第五章 多元函数微分学	140
§ 1 偏导数与全微分的基本概念	140
§ 2 多元复合函数求导	143
§ 3 隐函数求导	146

§ 4	求解函数的方向导数与梯度	149
§ 5	多元函数微分的几何应用	152
§ 6	多元函数的极值与拉格朗日乘数法	154
第六章	多元函数积分学	165
§ 1	利用区域对称和函数奇偶性求解二重积分	165
§ 2	交换积分次序	167
§ 3	二重积分的坐标系变换	170
§ 4	三重积分的计算	173
§ 5	重积分的应用	175
§ 6	第一类曲线积分	177
§ 7	第二类曲线积分与格林公式	178
§ 8	向量场的散度与旋度	184
§ 9	斯托克斯公式求解第二类曲线积分	185
§ 10	曲线积分与路径无关	187
§ 11	第一类曲面积分	190
§ 12	第二类曲面积分与高斯公式	192
第七章	无穷级数	200
§ 1	级数的概念与敛散性	200
§ 2	正项级数与交错级数	203
§ 3	幂级数的收敛区间与收敛域	205
§ 4	幂级数的和函数	207
§ 5	函数的幂级数展开	213
§ 6	傅里叶级数	215
§ 7	数项级数求和	217
第八章	常微分方程	220
§ 1	可分离变量的微分方程	220
§ 2	一阶线性微分方程	221
§ 3	可降阶的高阶微分方程	222
§ 4	线性微分方程的特解和通解	223
§ 5	欧拉方程	226
§ 6	微分方程的应用	227
第二部分	线性代数	230
第一章	行列式	230
§ 1	数字型行列式的计算	230
§ 2	三对角线行列式的计算	232
§ 3	抽象型行列式的计算	233
第二章	矩 阵	236
§ 1	矩阵的基本运算	236
§ 2	矩阵求逆	237
§ 3	方阵的幂	238

§ 4	分块矩阵与伴随矩阵	239
§ 5	初等变换	240
§ 6	矩阵的秩	242
§ 7	求解矩阵方程	244
第三章	向 量	248
§ 1	向量组的线性相关性与线性表示	248
§ 2	向量组的等价问题	250
§ 3	特征向量与向量组的线性相关性	251
§ 4	向量组的秩与极大线性无关组	251
§ 5	向量空间的基本概念	252
§ 6	过渡矩阵与基	253
第四章	线性方程组	257
§ 1	线性方程组解的判定、性质与结构	257
§ 2	齐次线性方程组的基础解系与通解	259
§ 3	非齐次线性方程组的通解	262
§ 4	两方程组的公共解与同解问题	269
第五章	矩阵的特征值和特征向量	272
§ 1	矩阵特征值与特征向量的求解	272
§ 2	相似矩阵的性质及其判定	274
§ 3	方阵的对角化	276
§ 4	实对称矩阵及其对角化	279
第六章	二次型	286
§ 1	二次型的基本概念	286
§ 2	正交变换化二次型为标准形	288
§ 3	合同矩阵的判定	293
§ 4	正定矩阵与正定二次型	294
第三部分	概率论与数理统计	296
第一章	随机事件和概率	296
§ 1	概率的基本性质	296
§ 2	几何概型	296
§ 3	条件概率与全概率公式	297
§ 4	独立事件与伯努利概型	298
第二章	随机变量及其分布	301
§ 1	随机变量的分布函数	301
§ 2	连续性随机变量及其概率密度	302
§ 3	随机变量的常见分布	303
§ 4	随机变量函数的分布	306
第三章	多维随机变量及其分布	309
§ 1	二维离散型随机变量的概率分布、边缘分布与条件分布	309
§ 2	二维连续型随机变量的概率密度、边缘密度与条件密度	311

§ 3	随机变量的独立性与相关系数	314
§ 4	正态分布、指数分布与均匀分布	316
§ 5	随机变量函数的分布	317
第四章	随机变量的数字特征	326
§ 1	数学期望与方差的概念与性质	326
§ 2	几种重要分布的期望与方差	329
§ 3	协方差与相关系数	331
第五章	大数定律和中心极限定理	337
§ 1	切比雪夫不等式	337
§ 2	辛钦大数定理	337
§ 3	列维-林德伯格中心极限定理	338
第六章	数理统计的基本概念	340
§ 1	统计量的数字特征	340
§ 2	χ^2 分布、 t 分布与 F 分布	341
第七章	参数估计	345
§ 1	矩估计与最大似然估计	345
§ 2	区间估计	350
§ 3	估计量的评价标准	351
第八章	假设检验	357
	正态总体均值的假设检验	357

第三篇 最新考研真题及答案解析

2016 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	361
2016 年全国硕士研究生入学统一考试数学一答案解析	364
后 记	378

第一篇

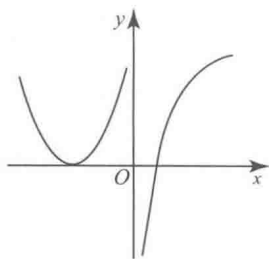
历年真题汇编 (2001—2015)



2015 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题

一、选择题:1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分.下列每题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的.请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上.

(1) 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续,其中二阶导数 $f''(x)$ 的图形如右图所示,则曲线 $y = f(x)$ 的拐点的个数为 【 】



- (A) 0. (B) 1.
(C) 2. (D) 3.

(2) 设 $y = \frac{1}{2}e^{2x} + (x - \frac{1}{3})e^x$ 是二阶常系数非齐次线性微分方程 $y'' + ay' + by = ce^x$ 的一个特解,则 【 】

- (A) $a = -3, b = 2, c = -1$. (B) $a = 3, b = 2, c = -1$.
(C) $a = -3, b = 2, c = 1$. (D) $a = 3, b = 2, c = 1$.

(3) 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 条件收敛,则 $x = \sqrt{3}$ 与 $x = 3$ 依次为幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} na_n(x-1)^n$ 的 【 】

- (A) 收敛点,收敛点. (B) 收敛点,发散点.
(C) 发散点,收敛点. (D) 发散点,发散点.

(4) 设 D 是第一象限由曲线 $2xy = 1, 4xy = 1$ 与直线 $y = x, y = \sqrt{3}x$ 围成的平面区域,函数 $f(x, y)$ 在 D 上连续,则 $\iint_D f(x, y) dx dy =$ 【 】

- (A) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} d\theta \int_{\frac{1}{2\sin 2\theta}}^{\frac{1}{\sin 2\theta}} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr$. (B) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} d\theta \int_{\frac{1}{\sqrt{2}\sin 2\theta}}^{\frac{1}{\sin 2\theta}} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr$.
(C) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} d\theta \int_{\frac{1}{2\sin 2\theta}}^{\frac{1}{\sin 2\theta}} f(r\cos\theta, r\sin\theta) dr$. (D) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} d\theta \int_{\frac{1}{\sqrt{2}\sin 2\theta}}^{\frac{1}{\sin 2\theta}} f(r\cos\theta, r\sin\theta) dr$.

(5) 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 1 & 4 & a^2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ d \\ d^2 \end{bmatrix}$. 若集合 $\Omega = \{1, 2\}$, 则线性方程组 $Ax = b$ 有无穷

多解的充分必要条件为 【 】

- (A) $a \notin \Omega, d \notin \Omega$. (B) $a \notin \Omega, d \in \Omega$.
(C) $a \in \Omega, d \notin \Omega$. (D) $a \in \Omega, d \in \Omega$.

(6) 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3)$ 在正交变换 $x = Py$ 下的标准形为 $2y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$, 其中 $P = (e_1, e_2, e_3)$, 若 $Q = (e_1, -e_3, e_2)$, 则 $f(x_1, x_2, x_3)$ 在正交变换 $x = Qy$ 下的标准形为 【 】

- (A) $2y_1^2 - y_2^2 + y_3^2$. (B) $2y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$.
(C) $2y_1^2 - y_2^2 - y_3^2$. (D) $2y_1^2 + y_2^2 + y_3^2$.

(7) 若 A, B 为任意两个随机事件, 则 【 】

- (A) $P(AB) \leq P(A)P(B)$. (B) $P(AB) \geq P(A)P(B)$.
(C) $P(AB) \leq \frac{P(A)P(B)}{2}$. (D) $P(AB) \geq \frac{P(A)P(B)}{2}$.

(8) 设随机变量 X, Y 不相关, 且 $E(X) = 2, E(Y) = 1, D(X) = 3$, 则 $E[X(X+Y-2)] =$ 【 】

(A) -3. (B) 3. (C) -5. (D) 5.

二、填空题: 9 ~ 14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 请将答案写在答题纸指定位置上.

(9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x^2} =$ _____.

(10) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sin x}{1 + \cos x} + |x| \right) dx =$ _____.

(11) 若函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $e^z + xyz + x + \cos x = 2$ 确定, 则 $dz \Big|_{(0,1)} =$ _____.

(12) 设 Ω 是由平面 $x + y + z = 1$ 与三个坐标平面所围成的空间区域, 则

$\iiint_{\Omega} (x + 2y + 3z) dx dy dz =$ _____.

(13) n 阶行列式
$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & \cdots & 0 & 2 \\ -1 & 2 & \cdots & 0 & 2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 2 & 2 \\ 0 & 0 & \cdots & -1 & 2 \end{vmatrix} =$$
 _____.

(14) 设二维随机变量 (x, y) 服从正态分布 $N(1, 0; 1, 1, 0)$, 则 $P\{XY - Y < 0\} =$ _____.

三、解答题: 15 ~ 23 小题, 共 94 分. 请将解答写在答题纸指定位置上. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(15) (本题满分 10 分)

设函数 $f(x) = x + a \ln(1+x) + bx \sin x, g(x) = kx^3$, 若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $x \rightarrow 0$ 是等价无穷小, 求 a, b, k 的值.

(16) (本题满分 10 分)

设函数 $f(x)$ 在定义域 I 上的导数大于零, 若对任意的 $x_0 \in I$, 由曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线与直线 $x = x_0$ 及 x 轴所围成区域的面积恒为 4, 且 $f(0) = 2$, 求 $f(x)$ 的表达式.

(17) (本题满分 10 分)

已知函数 $f(x, y) = x + y + xy$, 曲线 $C: x^2 + y^2 + xy = 3$, 求 $f(x, y)$ 在曲线 C 上的最大方向导数.

(18) (本题满分 10 分)

(I) 设函数 $u(x), v(x)$ 可导, 利用导数定义证明

$$[u(x)v(x)]' = u'(x)v(x) + u(x)v'(x);$$

(II) 设函数 $u_1(x), u_2(x), \dots, u_n(x)$ 可导, $f(x) = u_1(x)u_2(x) \cdots u_n(x)$, 写出 $f(x)$ 的求导公式.

(19) (本题满分 10 分)

已知曲线 L 的方程为 $\begin{cases} z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}, \\ z = x. \end{cases}$ 起点为 $A(0, \sqrt{2}, 0)$, 终点为 $B(0, -\sqrt{2}, 0)$, 计算

曲线积分 $I = \int_L (y + z) dx + (z^2 - x^2 + y) dy + (x^2 + y^2) dz.$

(20)(本题满分 11 分)

设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 内 $\mathbf{R}^3$ 的一个基, $\beta_1 = 2\alpha_1 + 2k\alpha_3, \beta_2 = 2\alpha_2, \beta_3 = \alpha_1 + (k+1)\alpha_3$.

(I) 证明向量组 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 为 $\mathbf{R}^3$ 的一个基;

(II) 当 k 为何值时, 存在非零向量 ξ 在基 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 与基 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 下的坐标相同, 并求所有的 ξ .

(21)(本题满分 11 分)

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -3 \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & -2 & a \end{bmatrix}$ 相似于矩阵 $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$.

(I) 求 a, b 的值;

(II) 求可逆矩阵 P , 使 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵.

(22)(本题满分 11 分)

设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} \ln 2, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$

对 X 进行独立重复观测, 直到 2 个大于 3 的观测值出现后停止. 记 Y 为观测次数.

(I) 求 Y 的概率分布;

(II) 求 $E(Y)$.

(23)(本题满分 11 分)

设总体 X 的概率密度为

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{1-\theta}, & \theta \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

其中 θ 为未知参数, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为来自该总体的简单随机样本.

(I) 求 θ 的矩估计量;

(II) 求 θ 的最大似然估计量.

2015 年数学一真题参考答案及自测表

一、选择题

(1)C. (2)A. (3)B. (4)B. (5)D. (6)A. (7)C. (8)D.

二、填空题

(9) $-\frac{1}{2}$. (10) $\frac{\pi^2}{4}$. (11) $-dx$. (12) $\frac{1}{4}$. (13) $2^{n+1} - 2$. (14) $\frac{1}{2}$.

三、解答题

(15) $a = -1, b = -\frac{1}{2}, k = -\frac{1}{3}$. (16) $f(x) = \frac{8}{4-x}$.

(17) 3.

(18) (I) 略;

(II) $f'(x) = u_1'(x)u_2(x)\cdots u_n(x) + u_1(x)u_2'(x)\cdots u_n(x) + \cdots + u_1(x)u_2(x)\cdots u_n'(x)$.

$$(19) \frac{\sqrt{2}}{2} \pi.$$

(20)(I) 略; (II) $\xi = C(\alpha_1 - \alpha_3)$ 或 $C(\beta_1 - \beta_3)$, 其中 C 为任意常数.

$$(21)(I) a = 4, b = 5; (II) \mathbf{P} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$(22)(I) P\{Y = n\} = (n-1) \left(\frac{1}{8}\right)^2 \left(\frac{7}{8}\right)^{n-2}, n = 2, 3, \cdots; (II) 16.$$

$$(23)(I) \hat{\theta} = 2\bar{X} - 1, \text{ 其中 } \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i; (II) \hat{\theta} = \min\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}.$$

题 号	题目类型	详解页码	分 值	得 分	错误分析
1	函数的二阶导数与拐点	P107	4		
2	二阶非齐次线性微分方程解的结构	P223	4		
3	利用阿贝尔定理判定级数的敛散性	P206	4		
4	二重积分的极坐标表示	P172	4		
5	线性方程组有无穷多解的充分必要条件	P257	4		
6	正交变换化二次型为标准形	P288	4		
7	概率的基本性质	P296	4		
8	随机变量的数字特征与相关性	P331	4		
9	$\frac{0}{0}$ 型未定式极限的求解	P78	4		
10	利用对称性求解定积分	P125	4		
11	隐函数求导	P148	4		
12	三重积分的计算	P173	4		
13	数字型行列式的求解	P231	4		
14	二维正态分布的性质与随机变量的概率计算	P317	4		
15	已知比的极限为 1(等价无穷小) 反求参数	P84	10		
16	导数的几何意义与一阶微分方程求解	P227	10		
17	方向导数和梯度的关系与二元函数的条件极值	P151	10		
18	导数的定义	P93	10		
19	第二类曲线积分的计算	P184	10		
20	向量空间的基与坐标	P254	11		
21	相似矩阵的性质与矩阵的对角化	P276	11		
22	随机变量的概率分布与期望	P328	11		
23	矩估计与最大似然估计	P348	11		

2014 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题

一、选择题:1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分.下面给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的,请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上.

(1) 下列曲线中有渐近线的是

【 】

(A) $y = x + \sin x$.

(B) $y = x^2 + \sin x$.

(C) $y = x + \sin \frac{1}{x}$.

(D) $y = x^2 + \sin \frac{1}{x}$.

(2) 设函数 $f(x)$ 具有 2 阶导数, $g(x) = f(0)(1-x) + f(1)x$, 则在区间 $[0, 1]$ 上

【 】

(A) 当 $f'(x) \geq 0$ 时, $f(x) \geq g(x)$.

(B) 当 $f'(x) \geq 0$ 时, $f(x) \leq g(x)$.

(C) 当 $f''(x) \geq 0$ 时, $f(x) \geq g(x)$.

(D) 当 $f''(x) \geq 0$ 时, $f(x) \leq g(x)$.

(3) 设 $f(x, y)$ 是连续函数, 则 $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x, y) dx =$

【 】

(A) $\int_0^1 dx \int_0^{x-1} f(x, y) dy + \int_{-1}^0 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$.

(B) $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} f(x, y) dy + \int_{-1}^0 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 f(x, y) dy$.

(C) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\cos\theta + \sin\theta}} f(r\cos\theta, r\sin\theta) dr + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} d\theta \int_0^1 f(r\cos\theta, r\sin\theta) dr$.

(D) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\cos\theta + \sin\theta}} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} d\theta \int_0^1 f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr$.

(4) 若 $\int_{-\pi}^{\pi} (x - a_1 \cos x - b_1 \sin x)^2 dx = \min_{a, b \in \mathbf{R}} \left\{ \int_{-\pi}^{\pi} (x - a \cos x - b \sin x)^2 dx \right\}$, 则 $a_1 \cos x + b_1 \sin x =$

【 】

(A) $2 \sin x$.

(B) $2 \cos x$.

(C) $2\pi \sin x$.

(D) $2\pi \cos x$.

(5) 行列式 $\begin{vmatrix} 0 & a & b & 0 \\ a & 0 & 0 & b \\ 0 & c & d & 0 \\ c & 0 & 0 & d \end{vmatrix} =$

【 】

(A) $(ad - bc)^2$.

(B) $-(ad - bc)^2$.

(C) $a^2 d^2 - b^2 c^2$.

(D) $b^2 c^2 - a^2 d^2$.

(6) 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 均为 3 维向量, 则对任意常数 k, l , 向量组 $\alpha_1 + k\alpha_3, \alpha_2 + l\alpha_3$ 线性无关是向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关的

【 】

(A) 必要非充分条件.

(B) 充分非必要条件.

(C) 充分必要条件.

(D) 既非充分也非必要条件.

(7) 设随机事件 A 与 B 相互独立, 且 $P(B) = 0.5, P(A - B) = 0.3$, 则 $P(B - A) =$

【 】

(A) 0.1.

(B) 0.2.

(C) 0.3.

(D) 0.4.

(8) 设连续型随机变量 X_1 与 X_2 相互独立且方差均存在, X_1 与 X_2 的概率密度分别为 $f_1(x)$ 与 $f_2(x)$, 随机变量 Y_1 的概率密度为 $f_{Y_1}(y) = \frac{1}{2}[f_1(y) + f_2(y)]$, 随机变量 $Y_2 = \frac{1}{2}(X_1 +$