

善生悦教系列

*Active Arithmetic: Movement and Mathematics Teaching
In The Lower Grades of a Waldorf School*

爱上数学

在游戏中与数学相遇

数学不是静止的数字，不是呆板的符号，
数学是跳动的音符，是活动的乐章。

[丹麦] 亨宁·安德森 著
周悬 译



善生悦教系列

爱上数学

在游戏中与数学相遇

Active Arithmetic: Movement and
Mathematics Teaching
In The Lower Grades of a Waldorf School

[丹麦]亨宁·安德森 著
周 悬 译



天津教育出版社
TIANJIN EDUCATION PRESS

图书在版编目 (CIP) 数据

爱上数学：在游戏中与数学相遇 / (丹) 安德森著；周悬译．
—天津：天津教育出版社，2012.1

ISBN 978-7-5309-6648-8

I. ①爱… II. ①安… ②周… III. ①数学—儿童读物
IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 277426 号

Active Arithmetic by Henning Andersen

Copyright © 1984, 1995

Originally published by: The Association of Waldorf Schools of North America

Address: 3911 Bannister Road Fair Oaks, CA 95628

Simplified Chinese translation copyright © 2012

By Lipin Publishing Company

ALL RIGHTS RESERVED

版权合同登记号 图字 02-2011-266 号

爱上数学——在游戏中与数学相遇

出 版 人 胡振泰

作 者 [丹麦] 亨宁·安德森

译 者 周 悬

责任编辑 尹福友

特约编辑 刘 君

装帧设计 成 劼「北京大诚艺术设计机构」

出版发行 天津教育出版社

天津市和平区西康路 35 号

邮政编码 300051

经 销 新华书店

印 刷 三河市华晨印务有限公司

版 次 2012 年 1 月第 1 版

印 次 2012 年 1 月第 1 次印刷

规 格 16 开 (787×1092 毫米)

字 数 100 千字

印 张 11.5

书 号 ISBN 978-7-5309-6648-8

定 价 32.00 元

数学是跳动的音符，是活动的乐章。

编者的话

天下没有不爱自己孩子的父母，可如何去爱，似乎成了当前年轻父母们很大的一个困惑。

这一代孩子的童年与我们当年已经大大不同了：在城市，有院落的平房纷纷拆迁，大家搬进被统一规划的小区，不知道左邻右舍的姓名，不敢让孩子给陌生人开门；大多数孩子都是独生子女，没有兄弟姐妹，在家里没有同龄的玩伴，一举一动都在成人无微不至的关注之下；在农村，年轻的父母纷纷进城务工，隔代抚养使得孩子们平日缺少父母的关爱；父母离异成了常事，单亲家庭越来越多，孩子们在年幼的时候就不得不去经验内心分裂的痛苦；电视机、电脑和手机成了我们育儿的好帮手，孩子可以几个小时一动不动地盯着屏幕里愈来愈“重口味”的动画片，乐此不疲地玩着变形金刚、“植物大战僵尸”的游戏，而早已不知道捉蜻蜓、抓石子的乐趣……

我们把孩子带到了这个世界，但如何对他（她）好？我们是否真的懂得孩子们的需求？为人父母，这是需要下点功夫去了解的。孔子讲，这个世界上，只有极少的人是生而知之的，对大多数人而言，还是要学而知之。要想做一个好父亲、做一个好母亲，应当去深入学习，尤其是在这个瞬息万变的时代。

当前有一股新教育的潮流，越来越多以华德福理念（Waldorf）为指导的幼儿园乃至学校正在中国各个城市出现。这些幼儿园和学校的创办者、教师和家长中，很多是反思自身教育历程之后，希望给孩子一个更健康成长环境的父母们。

什么是华德福教育？简单说来，它是起源于德国的一套已有近百年历史的完整而独立的教育体系。华德福教育针对人在 0~7 岁、7~14 岁以及 14~21 岁这三个阶段的不同需要来设计教学内容，注重孩子意志、情感和思维的全面发展，并关注每个儿童的个体差异，以一种极富艺术性的方式帮助孩子与这个世界建立深刻的联系。华德福教育虽然是西方现代文明发展过程中的一个产物，但有趣的是，它内在的精神与中国自古以来道法自然、因材施教、教学相长的优秀传统不谋而

合。在东西方文化充分融合的当今时代，我们需要从以华德福教育为代表的西方优秀的教育理念中吸取经验，与中国的现实情况相结合，为我们的孩子开辟一条新路。鲁迅先生说得好，没有拿来的，就没有新文艺，同样的，没有拿来的，就没有新教育，就不能成就一代新人。

这套丛书名为“善生”，第一层意思就是希望大家好，爱惜生命，热爱生活；第二层意思就是在人生的旅程中，学无止境，止于至善。丛书分两大系列：一是“善生悦读”系列，将陆续推出许多内容上乘、制作精美的中外作品，作为不同年龄段孩子的课外读物，相信这批书将给孩子们留下终生难忘的印象；二是“善生悦教”系列，将选择一批适合父母、教师们阅读的优秀作品，目前已经面世的有吴蓓的《请让我慢慢长大：亲历华德福教育》和李泽武的《重新学习做老师》，可以让我们感受到教育者与孩子一起成长的感动；美国人杰克·帕特拉什的《稻草人的头，铁皮人的心，狮子的勇气》，介绍了如何通过意志、情感和思维的全面发展，帮助孩子健康成长；德国人赫尔穆特·埃勒的《与孩子共处的八年：一位华德福资深教师的探索》，介绍了华德福教学与众不同的方式：主课教师会陪伴孩子八年，将他们从一年级一直领入青春期的门槛；澳大利亚的“故事医生”苏珊·佩罗《故事知

道怎么办：如何让孩子有令人惊喜的改变》，以丰富的事例，讲述了如何在家庭和学校生活中，针对孩子的各种挑战性行为创作出具有疗愈作用的故事；从小就爱给人讲故事的比亚翠斯·洛奇的《故事和你说晚安》则为您带来许多经典故事和怎样给孩子讲故事的建议，伴您与孩子度过美好的睡前时光。

最后，引用这么一句话送给天下的父母亲：“我们必须有勇气准备让他们（孩子）来欣赏这个世界，来理解这个世界，并且按照自身的特点积极地参与这个世界。”——这就是我们共同的责任。

编 者

2011 年 7 月

英文译者前言

在本书开头，作者讨论了丹麦的教育制度。有人可能会说，英文版可以删去其中某些内容，但丹麦的情形或许也反映了世界各地的教育现状，因此我们保留了与丹麦有关的部分。

我们有幸与本书作者共事多年，关于如何教数学，作者曾与我们有过许多对话，在翻译过程中，这些对话一一回到我们的脑海。亨宁总是充满热情，他向我们解释实际的教学方法，也帮助我们理解这些方法背后的思想理念。

在这样的对话之后，数学课不论对于孩子还是老师都是一种真正的享受。因此我们深信，阅读本书的老师也会拥有和我们同样的体验。

韦尔纳·彼得森（Verner Pedersen）

阿琪·邓肯森（Archie Duncanson）

前 言

这本书并不是要完整讲述斯坦纳学校（或称华德福学校）在小学低年级是如何教授数学的。例如我提到了四则运算这一重要内容但并未深入探讨，我没有触及如何将数字引入学习，关于书面算术则只是浮光掠影地一笔带过，还有许多其他重要内容则完全略去。

本书的唯一目的在于探讨数学教学中那些可以通过身体动作展开的部分，通过这些教学去满足孩子的需要，即在所做的一切事情中体验心灵的特质。很多人会觉得这样说太狂妄了，尤其是在数学这样一门“枯燥”的学科中。

数学这门学科的确有许多“枯燥”的方面，我们在教学中需要考虑到这些方面，但只能是在孩子到达一定年龄，获得充分发展以后。因此，数学教学不仅涉及知识和技能的问题，最重要的是要判断孩子在特定年龄有何需要。

本书的基本观点是，在小学的头几年，儿童的意志和情感生活远比智力重要，但这并不是说，孩子们不能够欣赏诸如数学这样的

学科，相反，人类心灵中意志和情感的层面可以在数学中获得极好的呼应。

本书不仅面向小学低年级教师，也适合父母以及与孩子朝夕相处的其他成人阅读。这些教师和成人也许正在设法满足孩子们通过游戏来活动的需要，无论是带领人数或多或少的一群孩子做一些有韵律的活动，还是想让餐桌边的孩子们有一些比较安静的事情做。无论是哪种情形，本书中所介绍的活动都可以满足孩子们的需要，同时为他们以后进行更具智力性的活动做重要准备。

本书作者曾在华德福学校任教多年，在写这本书的过程中，脑海中会以特定的孩子或班级为对象。读者们不妨也这样做！换句话说，无论是在烹调艺术中，还是在教书这门艺术中，都绝不要照搬菜谱，而要根据您希望滋养的对象进行适当的调整，只有这样，这些菜谱对于身体或心灵来说才是有价值的。

亨宁·安德森（Henning Anderson）

目 录

英文译者前言.....	1
前言.....	1
第一章 导言——关于儿童数学教学.....	1
第二章 人类本质的三个层面.....	7
第三章 数字的本质和秘密——精神数.....	13
第四章 韵律与数字.....	41
第五章 乘法表.....	60
第六章 更多乘法表——数字之间的关系.....	73
第七章 绘图与数学.....	91
第八章 作为量的数.....	111
第九章 结束语——记忆、游戏和数学.....	161

第一章

导言——关于儿童数学教学

当我们年岁渐长，回忆起自己的学童生涯，至少会有一本课本是我们觉得无趣之极的。每天，我们都会从书包里掏出这本书，吃力地学习。从第一页到最后一页，书里写满了数字，并按照学年进度分为第一课、第二课、第三课……每一课千篇一律地分为口头练习部分和书面练习部分，每个部分又分为数字计算和应用题。每一课都包含乘法口诀、加法练习、后面也许是长长一串减法题，随后是乘法和除法练习。

当然还有一个老师，老师的任务是在学年结束之前把课本上到最后一页，这样一来，也就没有多少余地可以在教学中发挥自己的主动性了。

笔者所记得的老师是这样的：

他手里拿着书走进教室，直接走到黑板前面，挑一支粉笔，在黑板中央写下一个“7”字。然后他的眼睛越过眼镜的上缘看着他的30个学生——为了确保所有学生都知道今天要讲的是7的乘法口诀。随

后他在 7 的前面写一个乘号，又在乘号前面写一对括号，最后在括号里写下一系列随机数字。整个过程中，他都在用右手写字，而把脸朝着学生。

他扭头的姿势使他看起来像一尊埃及雕像，当然，我是说如果忽略服饰的不同以及他鼻子上的眼镜的话。班上三分之一的学生都被叫起来考问乘法口诀： $4 \times 7 = 28$ ， $9 \times 7 = 63$ ， $1 \times 7 = 7$ ，等等。大家回答得都很好，每个学生一周要被考到好几次。

我们喜欢我们的老师，也有点怕他，希望讨他欢心。他的课并不激动人心（没有人指望这一点），但随着我们与他越来越熟悉，我们慢慢开始喜欢他。无疑他时不时会梦想有一本不一样的数学书，但每天都会清醒过来面对现实，学校给什么，就用什么。

数学课结束时，我们精神疲惫，身体僵硬，边走出教室边活动四肢。在课堂上，我们唯一的运动就是站起来回答乘法口诀。数学课本只要求我们完成脑力工作，既不鼓励身体的活动，也不存在任何可能会引起兴趣的图片，就像电话本一样了无生趣。

后来的情况有了很大变化。现代数学的出现，加上人们开始注重课程的创造性，数学教学大有改观。只要把我们童年时代的数学课本与 60 年代的相比，立刻就可以看出人们对数学的态度有了变化。60 年代的课本色彩缤纷，各种图画点缀其中。不仅应用题中会设计有趣的情景——例如在卡车里装上用来填满圆柱形和矩形箱子的沙，而且一切都力求给人深刻的感受，活动也获得了极大的重视。

60年代的数学课是围绕体验和活动展开的。

“在每个阶段，我们都应务必从孩子对活动和体验的需求这一角度去审视我们的课程。除了向学生传授基础知识外，学校的任务始终是发展儿童作为人的基本能力和才能，并尝试唤醒他们去真正理解日常生活中的问题。”

“学校的目的是让孩子具备今后融入社会和担任工作所需的品质，使他们将来能够达到合理的要求。但学校的第一要务乃是使儿童有机会成长为和谐、幸福和善良的人。”

以上这两段话引自1960年“丹麦学校的教育大纲”，也就是所谓的“蓝皮书”。比较一下之前丹麦学校法案中的措辞以及关于教育目的的说法，就会发现第二段话中所说的“第一要务”具有极其重要的历史意义。以前，教育的“第一要务”是传授基础知识，而现在的“第一要务”则涉及人这一存在体的完全不同的方面。

这非常激动人心，也非常有意思！

不过，如果翻到同一本蓝皮书中关于算术和数学的部分，读一读这门学科的目的，您还会看到一些有意思的东西。我们会发现，这门学科的目的是“向学生传授知识和技能，培养和练习学生跨出学校之后在家庭、社区及行业中所需要的技能，培养学生对于几何和算术基本规则的信心。

如果说，引言部分“第一要务”所传达出的理想在我们到达数学部分时已经面目全非，那未免有些言过其实，但至少可以说，在传统

思维方式的影响下，这一理想已经在某种程度上打了折扣。

当我们被迫走上革新之路时，通常都会发生这种情形。我们的智力告诉我们应该如何去做。我们在每日的教学中，在与孩子的接触中看到——并深深意识到——我们必须作出改变。但不论多么坚定的思想和情感，都必须伴以实际的技巧，而我们并不知道如何去做。易卜生¹的《培尔·金特》²就很好地描述了这种情况。在该剧中，主人公远远看到一位年轻的伐木工人为了逃避兵役而宁愿用斧子砍掉自己的手指：

“这样想，这样希望，有这种意愿，都很自然。

可是真的这么干了！不，这我不能理解！”

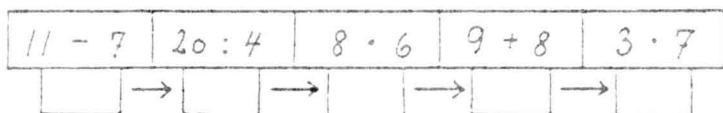
真正去做是不容易的。我们很善于设计理想，也很会讲道理，却常常不能够把道理付诸实践。在小学低年级数学教学的实际操作中，我们遇到的就是这种情况。

在数学课中，要如何去做才能产生活动和体验？

真正的解决方案并不是从那些与数学没有真正关联的领域借取刺激性的元素和主题，这是不言而喻的，然而我们却常常这样做。孩子在下面这样的题目时自然会觉得很好玩。

1 引者注：亨利克·约翰·易卜生 (Henrik Johan Ibsen, 1828 ~ 1906)，挪威剧作家，被称为“现代戏剧之父”。

2 引者注：《培尔·金特》是易卜生完成于 1867 年的一部诗剧，取材于民间传说，讲述了一个富于幻想、终日懒散生活的青年培尔·金特流浪和闯荡世界的经历，是一部关于人性、自我，关于罪与救赎、爱与信念的宏大诗篇，是易卜生离开挪威三年后各种情感堆积的一次总爆发。



完成计算题并把各个点相连

但这是不是一种深思熟虑的做法呢？孩子们所看到的图画属于数学以外的领域（通常是动物学领域），鉴于课本的编排方式，这些图画的存在仅仅强调了一点，那就是数学本身是不好玩的。我们借助马和大象来帮助我们，因为我们还没有找到一种完全符合儿童本质、本身就能激发儿童兴趣的方式。

还有一点也让人深感遗憾。为了引起孩子的兴趣，我们在数学书中看到的四足动物看上去总是那么古怪，出于同样目的而画的蝴蝶也总是花里胡哨，毫无美感。这种情况由来已久，没有任何改变的迹象，但由于成人常常忘记孩子们对美十分敏感，这种胡萝卜政策只能起到适得其反的糟糕作用。而且，仔细看看这些数学书就会发现，大多数课本歪曲了我们希望传达给孩子的人的形象，例如当我们为了显示奇数和偶数的区别或为了展示数学中的其他关系而要求孩子们将不同形状的帽子（圆锥形、金字塔形、半球形、圆柱形等）与相应形状的头