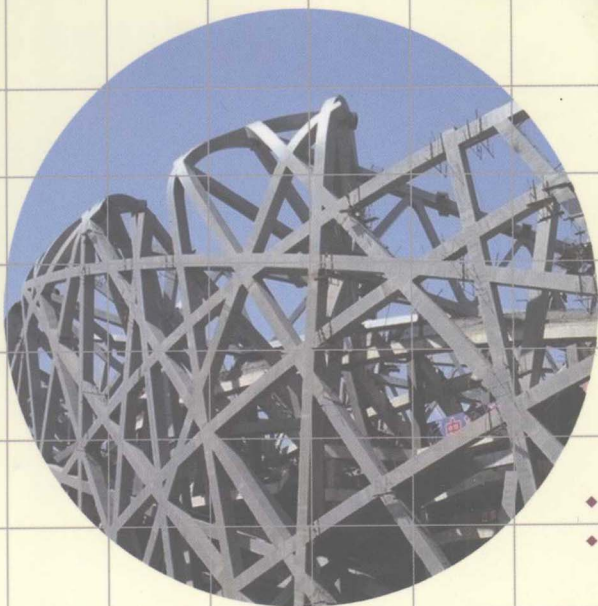


高校经典教材同步辅导丛书
配套高教版 · 刘鸿文主编

九章丛书

Mechanics of Materials



◆ 知识点窍 ◆ 逻辑推理 ◆ 习题全解
◆ 全真考题 ◆ 名师执笔 ◆ 题型归类

材料力学 II

(第五版)

同步辅导及习题全解

主 编 潘丽娜 刘东星



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

新版

高校经典教材同步辅导丛书

物理类 电子类 数学类 经济类

- 《物理化学（第四版）同步辅导及习题全解》配套高教版天大物理化学教研组编
- 《物理化学（第五版）同步辅导及习题全解》配套高教版傅献彩等主编
- 《机械设计（第八版）同步辅导及习题全解》配套高教版濮良贵、纪名刚主编
- 《机械原理（第七版）同步辅导及习题全解》配套高教版孙桓、陈作模主编
- 《化工原理（修订版）同步辅导及习题全解》配套天大版夏清、陈常贵主编
- 《大学基础物理学（上、下）同步辅导及习题全解》配套清华版张三慧主编
- 《材料力学（第四版）同步辅导及习题全解》配套高教版刘鸿文主编
- 《材料力学Ⅰ（第五版）同步辅导及习题全解》配套高教版孙训方、方孝淑、关来泰编
- 《材料力学Ⅱ（第五版）同步辅导及习题全解》配套高教版孙训方、方孝淑、关来泰编
- 《材料力学Ⅰ（第五版）同步辅导及习题全解》配套高教版刘鸿文主编
- 《材料力学Ⅱ（第五版）同步辅导及习题全解》配套高教版刘鸿文主编
- 《结构力学Ⅰ专题教程同步辅导及习题全解》配套高教版龙驭球、包世华主编
- 《结构力学Ⅱ专题教程同步辅导及习题全解》配套高教版龙驭球、包世华主编
- 《理论力学（第六版）同步辅导及习题全解》配套高教版哈工大理论力学教研室编
- 《理论力学Ⅰ（第七版）同步辅导及习题全解》配套高教版哈工大理论力学教研室编
- 《理论力学Ⅱ（第七版）同步辅导及习题全解》配套高教版哈工大理论力学教研室编
- 《物理学（第五版）同步辅导及习题全解》配套高教版马文蔚主编

销售分类：高等数理化/材料力学

ISBN 978-7-5084-8856-1



9 787508 488561 >

定价：12.80元

材料力学II (第五版)

同步辅导及习题全解

主编 潘丽娜 刘东星

编委 (排名不分先后)

程丽园	李国哲	陈有志	苏昭平
郑利伟	罗彦辉	邢艳伟	范家畅
孙立群	李云龙	刘 岩	崔永君
高泽全	于克夫	尹泉生	林国栋
黄 河	李思琦	刘 闯	侯朝阳



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书是为了配合由高等教育出版社出版,刘鸿文主编的《材料力学II》(第五版)而编写的配套辅导用书。

本书每章由内容概要、课后习题详解两部分组成,旨在帮助读者掌握课程内容的重点、难点和疑点,提高分析问题、解决问题的能力。本书内容包括:动载荷,交变应力,弯曲的几个补充问题,能量方法,超静定结构,平面曲杆,厚壁圆筒和旋转圆盘,矩阵位移法,杆件的塑性变形。

本书可供使用刘鸿文主编的《材料力学II》(第五版)教材的学生和教师参考,并可作为使用其他教材的读者或考研者的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学(第五版)同步辅导及习题全解. 2 / 潘丽娜, 刘东星主编. — 北京: 中国水利水电出版社, 2011. 8

(高校经典教材同步辅导丛书)

ISBN 978-7-5084-8856-1

I. ①材… II. ①潘… ②刘… III. ①材料力学—高等学校—教学参考资料 IV. ①TB301

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第151316号

策划编辑: 杨庆川 责任编辑: 宋俊娥 封面设计: 李佳

书 名	高校经典教材同步辅导丛书 材料力学II(第五版)同步辅导及习题全解
作 者	主编 潘丽娜 刘东星
出 版 发 行	中国水利水电出版社(北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: mchannel@263.net(万水) sales@waterpub.com.cn
经 售	电话: (010) 68367658(营销中心)、82562819(万水) 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京万水电子信息有限公司
印 刷	北京正合鼎业印刷技术有限公司
规 格	170mm×227mm 16开本 10.75印张 263千字
版 次	2011年8月第1版 2011年8月第1次印刷
印 数	0001—7000册
定 价	12.80元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

前 言

《材料力学》一直是大专院校机电类专业学生的必修课程，其内容随着电子技术的发展而日趋丰富。这就产生了一个矛盾：一方面学生因所修课程越来越多而导致课外时间减少；另一方面因技术的进步又要求学生去了解比以前更多的知识。

本书正是为了解决这一矛盾而精心编写的。

作为与刘鸿文主编的《材料力学Ⅱ》（第五版）同步配套的习题全程辅导书，本书每章由内容概要、课后习题详解两部分组成，旨在帮助读者掌握内容的重点、难点和疑点，提高分析问题、解决问题的能力。本书内容包括：动载荷，交变应力，弯曲的几个补充问题，能量方法，超静定结构，平面曲杆，厚壁圆筒和旋转圆盘，矩阵位移法，杆件的塑性变形。

本书除了有传统辅导书的解题过程外，主要有以下特点：概念清晰、步骤完整、数据准确、附图齐全，在解题思路和解题技巧上进行精练分析和引导、巩固所学，达到举一反三的效果。本书可供使用浙江大学刘鸿文主编的《材料力学Ⅱ》（第五版）教材的学生和教师参考，并可作为使用其他教材的读者或考研者的参考书。

本书由潘丽娜（烟台海军航空工程学院）、刘东星任主编。本书在编写过程中，参考了刘鸿文老师编写的《材料力学Ⅱ》（第五版），并借鉴了书中部分插图，在此深表感谢。

由于编者水平有限及时间仓促，不妥之处在所难免。希望读者不吝批评、指正。

编者

2011年6月

目 录

第十章 动载荷	1
10.1 内容概要	1
10.2 课后习题详解	2
第十一章 交变应力	16
11.1 内容概要	16
11.2 课后习题详解	18
第十二章 弯曲的几个补充问题	31
12.1 内容概要	31
12.2 课后习题详解	32
第十三章 能量方法	42
13.1 内容概要	42
13.2 课后习题详解	44
第十四章 超静定结构	77
14.1 内容概要	77
14.2 课后习题详解	78
第十五章 平面曲杆	109
15.1 内容概要	109
15.2 课后习题详解	110
第十六章 厚壁圆筒和旋转圆盘	122
16.1 内容概要	122
16.2 课后习题详解	124
第十七章 矩阵位移法	127
17.1 内容概要	127
17.2 课后习题详解	132
第十八章 杆件的塑性变形	153
18.1 内容概要	153
18.2 课后习题详解	159

第十章 动载荷

动载荷问题主要研究材料力学中构件承受动载荷时的线运动和匀速转动构件的动应力计算方法,能够应用动静法求解加速度已知的动应力问题。在理解冲击应力力学分析模型和分析的假设条件的基础上,熟练掌握自由落体、冲击动载荷系数的计算公式推导,并能够熟练地应用公式完成自由落体、冲击问题的动应力和动变形计算。能够使用能量法推导和计算其他形式的冲击应力问题。了解工程中提高抗冲击能力的主要措施。

10.1 内容概要

1. 动载荷的概念

在本章之前主要讨论静载荷问题,静载荷是指外力由零缓慢加载至终值,然后保持不变的载荷。动载荷是相对静载荷而言的。在实际工程中,只要外力加载的加速度比较小,可以忽略不计,均可以简化为静载荷问题,然而,外力加速度不能忽略的问题是大量的。在材料力学中仅讨论其中最常见的三类动载荷问题:匀加速直线运动和匀速旋转运动、冲击和交变应力。交变应力将在以后讨论。

2. 匀加速直线运动和匀速旋转运动

匀加速直线运动和匀速旋转运动问题的特点是加速度保持不变或其数值不变仅仅是方向变化。因为加速度及其方向已知,可采用动静法求解。采用动静法时,首先计算出惯性力,结构在所有力的共同作用下处于平衡状态。求解这类问题的关键是将其转化为静载荷问题的求解。

3. 冲击问题

冲击问题的主要特征是在冲击物与受冲构件的接触区域内,应力状态非常复杂,并且冲击的时间很短,接触力随时间的变化难以准确分析。工程上使用能量法近似计算冲击时的位移和应力。

建立冲击问题力学模型的基本假设如下:

(1)在整个冲击过程中,结构变形保持线弹性,即力与变形成正比,满足胡克定律;

(2)被冲击的物体(结构)质量忽略不计;

(3)冲击物体可以被看作刚体,变形不计;

(4)冲击过程的其它能量损耗,如塑性材料的声能、变形能、热能等忽略不计,全部冲击机械能转换为构件的受形能。

由于以上的基本假设,忽略了冲击物的变形能、被冲击物体机械能和其他能量的损耗,因此计算结果不是十分精确。

4. 动荷因数

在求解动载荷问题时,一般可以采用静载荷的应力和变形乘以动荷因数的形式得到应力和变形。但有一些问题无法得到动荷因数,故寻找动荷因数不是求解动载荷问题的唯一方法。下面列出一些常见问题的动荷因数。

(1) 垂直向上的匀加速直线运动 $K_d = 1 + \frac{a}{g}$

(2) 自由落体冲击 $K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}}$

(3) 水平冲击 $K_d = \sqrt{\frac{v^2}{g\Delta_{st}}}$

其中 Δ_{st} 是指冲击物体作为静载荷施加在结构上时, 冲击点沿冲击方向的位移。应当指出, 对于一个结构, 动荷因数只有一个。对于以上动荷因数, 我们主张不要死记, 应该能够独立推导出, 这对于求解动载荷问题大有帮助。

5. 强度校核

在冲击载荷作用下, 系统动载荷

$$F_d = K_d P_{st}$$

P_{st} 为静载荷。

动应力为

$$\sigma_d = K_d \sigma_{st}$$

σ_{st} 为静应力。

动变形为

$$\Delta_d = K_d \Delta_{st}$$

Δ_{st} 为静变形。

在冲击载荷作用下, 强度条件为

$$\sigma_{dmax} \leq [\sigma]$$

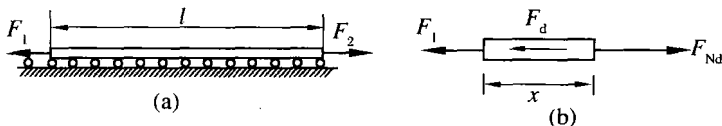
$[\sigma]$ 为静载荷作用时的许用应力。

6. 提高物体抗冲击能力的措施

- (1) 在尽可能避免增加静应力 σ_{st} 的前提下增加静变形 Δ_{st} 。
- (2) 在某些情况下, 改变受冲击构件的尺寸也可以降低动应力。

10.2 课后习题详解

10.1 图示均质等截面杆, 长为 l , 重为 W , 横截面面积为 A , 水平放置在一排光滑的滚子上。杆的两端受轴向力 F_1 和 F_2 作用, 且 $F_2 > F_1$ 。试求杆内正应力沿杆件长度分布的情况(设滚动摩擦可以忽略不计)。



题 10.1 图

【知识点窍】 杆件在加速度条件下,其杆内正应力的分布情况。

【逻辑推理】 首先求出杆件的加速度,从某一截面将杆截开,应用动静法求出面上的内力,进而可求出其正应力分布。

【解题过程】 杆加速度 $a = \frac{F}{m} = \frac{F_1 - F_1}{W} \cdot g$

杆内轴力沿长度分布 $F_N(x) = F_1 + \frac{W}{g} \frac{x}{l} \cdot a = F_1 + \frac{F_2 - F_1}{l} \cdot x$

由正应力沿长度的分布 $\sigma(x) = \frac{F_N(x)}{A} = \frac{1}{A} (F_1 + \frac{F_2 - F_1}{l} \cdot x)$ 。

10.2 如图所示,长为 l 、横截面面积为 A 的杆以加速度 a 向上提升。若材料的密度为 ρ ,试求杆横截面上的最大正应力。

【逻辑推理】 取长为 x 的一段杆进行研究,应用截面法和动静法求出面上内力 F_{Nd} ,进而可求得 σ_d ,并确定其极大值。

【解题过程】 如图示取长为 x 的杆段进行研究,如图(b),其自重为 $W_2 = \rho A x \cdot g$

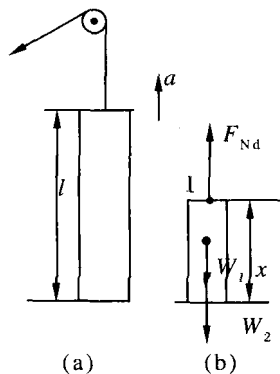
惯性力 $W_1 = \rho A x \cdot a$

所以 $F_{Nd} = W_1 + W_2 = \rho A x (a + g)$

$$\sigma_d = \frac{F_{Nd}}{A} = \rho x (a + g)$$

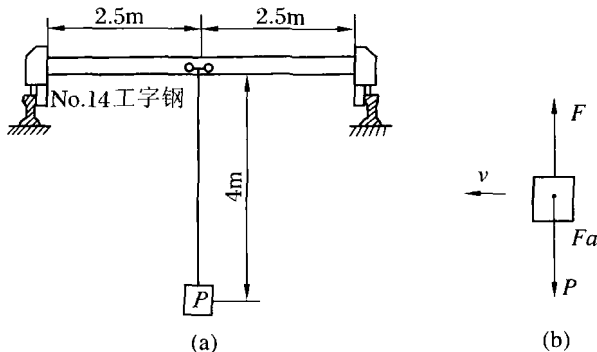
所以当 $x = l$ 时, σ_d 取最大值

$$\sigma_{dmax} = \rho g l (1 + \frac{a}{g})$$



题 10.2 图

10.3 桥式起重机上悬挂一重量 $P = 50\text{kN}$ 的重物,以匀速度 $v = 1\text{m/s}$ 向前移动(在图中,移动的方向垂直于纸面)。当起重机突然停止时,重物像单摆一样向前摆动。若梁为 No. 14 工字钢,吊索横截面面积 $A = 5 \times 10^{-4}\text{m}^2$,问此时吊索内及梁内的最大应力增加多少?设吊索的自重以及由重物摆动引起的影影响都忽略不计。



题 10.3 图

【解题过程】 物体突然停止时,产生的向心加速度为

$$a = \frac{v^2}{R} = 0.25 \text{ m/s}^2$$

$$F_a = \frac{Pa}{g} = 1275.5 \text{ N}$$

$$\text{吊索内最大应力增量为 } \Delta\sigma_1 = \frac{F_a}{A} = \frac{1275.5}{5 \times 10^{-4}} = 2.55 \text{ MPa}$$

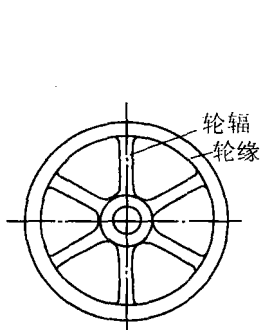
$$\text{梁内最大应力增量为 } \Delta\sigma_2 = \frac{M}{W}$$

查表得 14 号工字钢 $W = 102 \text{ cm}^3$

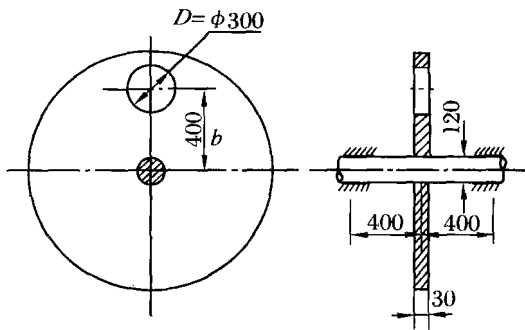
$$\Delta\sigma_2 = \frac{M}{W} = \frac{\frac{F_a}{2} \times 2.5}{W} = \frac{\frac{1275.5}{2} \times 2.5}{102 \times 10^{-6}} = 15.6 \text{ MPa}$$

10.4 图示飞轮的最大圆周速度 $v = 25 \text{ m/s}$, 材料的密度为 $7.41 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 。若不计轮辐的影响, 试求轮缘内的最大正应力。

【解题过程】 轮缘内的最大正应力为 $\sigma_d = \rho v^2 = 7.41 \times 10^3 \times 25^2 = 4.63 \times 10^6 \text{ Pa} = 4.63 \text{ MPa}$



题 10.4 图



题 10.5 图

10.5 图示轴上装一钢质圆盘, 盘上有一圆孔。若轴与盘以 $\omega = 40 \text{ rad/s}$ 的匀角速度旋转, 试求轴内由这一圆孔引起的最大弯曲正应力。

【逻辑推理】 若将圆孔上的质量补齐, 则圆盘重心就在圆心上, 因此在轴上不产生动应力, 故轴上动应力的产生是由圆孔上的缺失质量引起的。

【解题过程】 由分析可知, 轴上的动应力是由圆孔上的缺失质量引起的。

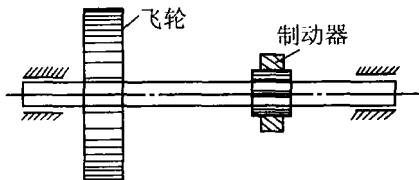
$$m = \rho A \delta = \rho \frac{\pi D^2}{4} \cdot \delta = \frac{\pi \rho D^2 \delta}{4}$$

$$a = \omega^2 \cdot b$$

$$F_d = ma = \frac{\pi \rho D^2 \delta \omega^2 \cdot b}{4} = \frac{\pi}{4} \times 7.8 \times 10^3 \times 0.3^2 \times 0.03 \times 40^2 \times 0.4 = 10.6 \text{ kN}$$

$$\sigma_d = \frac{\frac{F_d}{2} \times 0.4}{W} = \frac{6.4 F_d}{\pi d^3} = \frac{6.4 \times 10.6 \times 10^3}{\pi \times 0.12^3} = 12.5 \text{ MPa}$$

10.6 如图所示,在直径为 80mm 的轴上装有转动惯量 $I = 0.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$ 的飞轮,轴的转速为 300 r/min 。制动器开始作用后,在 20 转内将飞轮刹停。试求轴内最大切应力。设在制动器作用前,轴已与驱动装置脱离,且轴承内的摩擦力可以不计。



题 10.6 图

【解题过程】 飞轮的角速度为 $\omega_0 = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi \times 300}{30} = 10\pi \text{ rad/s}$

设刹住飞轮所用的总时间为 t , 则有 $\frac{1}{2}\omega_0 t = 20 \times 2\pi$

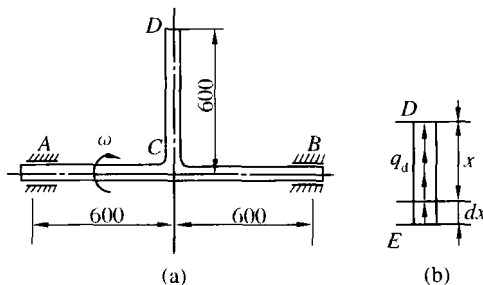
$$t = \frac{20 \times 2\pi \times 2}{\omega_0} = 8 \text{ s}$$

所以角加速度为 $\alpha = \frac{0 - \omega_0}{t} = -1.25\pi \text{ rad/s}^2$

而 $M_d = -I \cdot \alpha = 0.5 \times 10^3 \times 1.25\pi = 625\pi \text{ N} \cdot \text{m}$

故 $\tau_{\max} = \frac{M_d}{W_t} = \frac{16M_d}{\pi d^3} = \frac{16 \times 625\pi}{\pi \times 0.08^3} = 19.5 \text{ MPa}$

10.7 图示钢轴 AB 上有一钢质圆杆 CD, 两者的轴线互相垂直。若 AB 以匀角速度 $\omega = 40 \text{ rad/s}$ 转动, 轴与杆的直径均为 80mm, 且材料相同。材料的许用应力 $[\sigma] = 70 \text{ MPa}$, 密度为 $7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 。试校核轴及杆的强度。



题 10.7 图

【解题过程】 构件匀速转动时, 杆 CD 单位长度的惯性力如题 10.7 图(b), q_d 为

$$q_d = m \cdot a = \rho A (l-x) \omega^2 = 7.8 \times 10^3 \times \frac{\pi \times 0.08^2}{4} \times (l-x) \times 40^2 = 62.8(l-x) \text{ kN/m}$$

CD 杆作用于 AB 杆的惯性力为

$$F_d = \int_{CD} q_d(x) dx = \int_0^{0.6} 62.8(0.6-x) dx = 11.4 \text{ kN}$$

故 CD 杆的最大正应力发生在 D 截面处

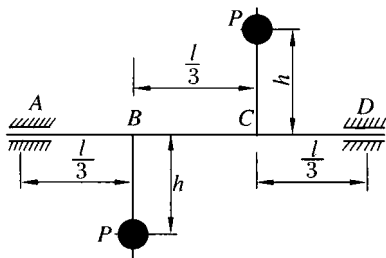
$$\sigma_{d\max} = \frac{F_d}{A} = \frac{11.4 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} \times 0.08^2} = 2.27 \text{ MPa} < [\sigma]$$

对于 AB 杆

$$\sigma_{d\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{\frac{1}{2} F_d l}{\frac{\pi d^3}{32}} = \frac{16 F_d l}{\pi d^3} = \frac{16 \times 11.4 \times 10^3 \times 0.6}{\pi \times 0.08^3} = 68.2 \text{ MPa} < [\sigma]$$

故 AB 杆和 CD 杆都是安全的。

10.8 AD 轴以匀角速度 ω 转运。在轴的纵向对称面内，于轴线的两侧有两个重为 P 的偏心载荷，如图所示。试求轴内的最大弯矩。



题 10.8 图

【解题过程】 轴旋转时偏心球的惯性力为

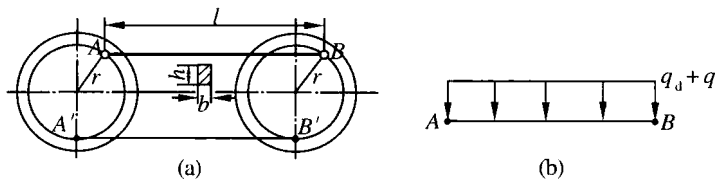
$$F_d = \frac{P}{g} h \omega^2,$$

当小球处于铅垂面内时，惯性力与重力叠加会产生最大弯矩。

由平衡条件解得支反力 $F_{RA} = P + \frac{Ph\omega^2}{3g}$, $F_{RD} = P - \frac{Ph\omega^2}{3g}$

最大弯矩在 B 处 $M_{\max} = \frac{Pl}{3} (1 + \frac{h\omega^2}{3g})$

10.9 图示机车车轮以 $n = 300 \text{ r/min}$ 的转速旋转。平行杆 AB 的横截面为矩形， $h = 56 \text{ mm}$ ， $b = 28 \text{ mm}$ ，长度 $l = 2 \text{ m}$ ， $r = 250 \text{ mm}$ ，材料的密度为 $\rho = 7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 。试确定 AB 杆最危险的位置和杆内最大正应力。



题 10.9 图

【解题过程】 危险位置如题 10.9 图(a) $A'B'$ 位置，此时重力与惯性力相叠加，如题 10.9 图(b)，

作用在杆上的力可看作均布力。

$$q = \rho A g$$

$$q_d = \rho A \omega^2 r$$

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi \times 300}{30} = 10\pi$$

$$q_{\Sigma} = q + q_d = \rho A (g + \omega^2 r)$$

杆上的最大弯矩发生在杆中点处为

$$M_{\max} = \frac{1}{8} q_{\Sigma} l^2$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{M_{\max}}{W} = \frac{\frac{1}{8} \rho b h (g + \omega^2 r) l^2}{\frac{1}{6} b h^3} = \frac{3\rho(g + \omega^2 r) l^2}{4h} \\ &= \frac{3 \times 7.8 \times 10^3 [9.8(10\pi)^2 \times 0.25] \times 2^2}{4 \times 0.056} = 107 \text{ MPa} \end{aligned}$$

10.10 图示简支梁为18号工字钢, $l = 6\text{m}$, $E = 200\text{GPa}$ 。梁上安放着重量为 2kN 重物, 且梁作振幅 $B = 12\text{mm}$ 的振动。试求梁的最大正应力。设梁的质量可以忽略不计。

【解题过程】 由于 $\Delta_{st} = \frac{Fl^3}{48EI}$, $\Delta_d = \frac{F_d l^3}{48EI}$, $B = \beta \Delta_d$

可得 $\beta = \frac{B}{\Delta_d}$

动荷系数为 $K_d = 1 + \beta \frac{F_d}{F} = 1 + \frac{B}{\Delta_d} \frac{F_d}{F} = 1 + \frac{B}{F}$

$$\frac{48EI}{l^3}$$

$$\sigma_{d\max} = K_d \sigma_{st} = K_d \cdot \frac{Fl}{4W} = \left(1 + \frac{48EIB}{Fl^3}\right) \frac{Fl}{4W}$$

查表, 对于18号工字钢有, $W = 185\text{cm}^3$, $I = 1660\text{cm}^4$, 所以

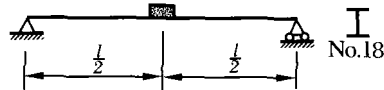
$$\sigma_{d\max} = \left(1 + \frac{48 \times 200 \times 10^3 \times 1660 \times 10^4 \times 12}{2 \times 10^3 \times 6000^3}\right) \times \frac{2 \times 10^3 \times 6000}{4 \times 185 \times 10^3} = 88 \text{ MPa}$$

10.11 图示电机的重量为 $P = 1\text{kN}$, 转速为 $n = 900\text{r/min}$, 装在悬臂梁的端部。梁为 No. 25a 槽钢, 弹性模量 $E = 200\text{GPa}$ 。由于电机转子不平衡引起的离心惯性力 $F_d = 200\text{N}$ 。设阻尼系数 $\delta = 0$, 且梁的质量可以不计。试求:

(1) 梁跨度 l 为多大时, 将发生共振?

(2) 欲使梁的固有频率 ω_0 为干扰频率 ω 的 1.3 倍, l 应为多大? 计算此时受迫振动的振幅 B 及梁内的最大弯曲正应力。

【解题过程】 (1) 悬臂梁发生共振时有 $\omega_0 = \omega$, 所以



题 10.10 图

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\Delta_{st}}} = \omega = \frac{n\pi}{30} = 30\pi$$

$$\Delta_{st} = \frac{g}{(30\pi)^2} = \frac{Pl^3}{3EI}$$

可得 $l = \sqrt[3]{\frac{3gEI}{(30\pi)^2 P}}$

查表可得, 对于 NO. 25a 槽钢有, $l = 176, \text{cm}^4, W = 30.6 \text{cm}^3$, 代入上式得

$$l = \sqrt[3]{\frac{3 \times 9.8 \times 200 \times 10^9 \times 176 \times 10^{-8}}{(30\pi)^2 \times 1000}} = 1.05 \text{m}$$

(2) $\omega_0 = 1.3\omega, \frac{g}{\Delta_{st}} = (39\pi)^2$

所以 $l = \sqrt[3]{\frac{3gEI}{(39\pi)^2 P}} = 0.882 \text{m}$

$$B = \frac{F_d g}{P \omega_0^2 \sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4\left(\frac{\delta}{\omega_0}\right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{200 \times 9.8}{1000 \times (1.3 \times 30\pi)^2 \left(1 - \frac{1}{1.32}\right)} = 3.2 \times 10^{-4} \text{m}$$

$$\Delta_d = \frac{F_d l^3}{3EI} = \frac{200 \times 0.882^3}{3 \times 200 \times 10^9 \times 176 \times 10^{-8}} = 1.3 \times 10^{-4} \text{m}$$

$$K_d = 1 + \beta \frac{F_d}{F} = 1 + \frac{B}{\Delta_d} \frac{F_d}{F} = 1.49$$

$$\sigma_{dmax} = K_d \cdot \sigma_{st} = K_d \cdot \frac{\rho l}{W} = 1.49 \times \frac{1000 \times 0.882}{30.6 \times 10^{-6}} = 42.9 \text{MPa}$$

10.12 如图所示重量为 P 的重物自高度 h 下落, 冲击于梁上的 C 点。设梁的 E, I 及抗弯截面系数 W 皆为已知量。试求梁内最大正应力及梁的跨度中点的挠度。

【解题过程】 当 P 以静荷载作用于 C 点时, 在 C 点产生的静挠度为 Δ_{st} , 查表可得

$$\Delta_{st} = \frac{4Pl^3}{243EI}$$

所以动荷系数为

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{243EIh}{2Pl^3}}$$

P 以静荷载作用于 C 点时, 梁内最大静应力为

$$\sigma_{stmax} = \frac{M_{max}}{W} = \frac{\frac{1}{3}P \times \frac{2}{3}l}{W} = \frac{2Pl}{9W}$$

梁中点挠度查表可得

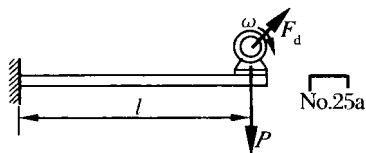
$$\omega_{\frac{l}{2}} = \frac{Fl}{48EI \times 3} (3l^2 - 4 \times \frac{l^2}{9}) = \frac{23Fl^3}{1296EI}$$

所以梁内最大动应力为

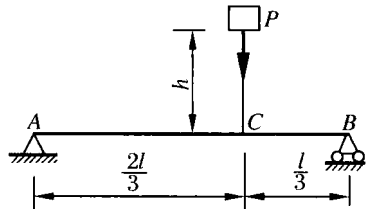
$$\sigma_{dmax} = K_d \sigma_{stmax} = \left[1 + \sqrt{1 + \frac{243EIh}{2Pl^3}} \right] \frac{2Pl}{9W}$$

中点动挠度为

$$\omega_{d\frac{l}{2}} = K_d \cdot \omega_{\frac{l}{2}} = \frac{23Pl^3}{1296EI} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{243EIh}{2Pl^3}} \right)$$



题 10.11 图



题 10.12 图

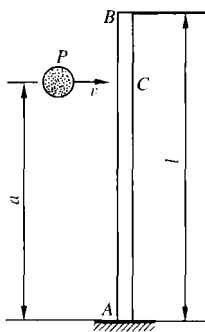
10.13 图示 AB 杆下端固定, 长度为 l , 在 C 点受到沿水平运动的物体的冲击。物体的重量为 P , 与杆件接触时的速度为 v 。设杆件的 E 、 I 及 W 皆为已知量。试求 AB 杆的最大正应力。

【解题过程】 当 AB 水平时, P 作用于 C 点在 C 点产生的静挠度为 $\Delta_{st} = \frac{Pa^3}{3EI}$

$$\text{所以动荷系数为 } K_d = \sqrt{\frac{v^2}{g\Delta_{st}}} = \sqrt{\frac{3v^2 EI}{gPa^3}}$$

$$\sigma_{stmax} = \frac{Pa}{W}$$

$$\sigma_{dmax} = \sigma_{stmax} \cdot K_d = \frac{Pa}{W} \sqrt{\frac{3v^2 EI}{gPa^3}} = \sqrt{\frac{3EIv^2 P}{gaW^2}}$$



题 10.13 图

10.14 10号工字梁的 C 端固定, A 端铰支于空心钢管 AB 上, 如图所示。钢管的内径和外径分别为 30mm 和 40mm, B 端亦为铰支。梁及钢管同为 Q235 钢。当重为 300N 的重物落于梁的 A 端时, 试校核 AB 杆的稳定性。规定稳定安全因数 $n_{st} = 2.5$ 。

【解题过程】 此结构为超静定结构, 变形协调条件为杆 AC 在 A 点挠度等于 AB 杆的缩短量, 与物体以静载作用于 A

点时, 有 $\delta_A = \Delta_{AB}$, 而 $\delta_A = \frac{(\alpha - F)l_1^3}{3EI}$, $\Delta_{AB} = \frac{Fl_2^2}{EA}$

$$\text{得: } F = \frac{Al_1^3}{3l_2 + Al_1^3} \alpha = \frac{550 \times 10^{-6} \times 3^3 \times 300}{3 \times 245 \times 10^{-8} + 2 + 550 \times 10^{-6} \times 3} =$$

300N

$$\Delta_{st} = \Delta_{AB} = \frac{Fl_2}{EA} = 0.00518\text{mm}$$

$$\text{对 } AB \text{ 杆 } i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{245 \times 10^{-8}}{550 \times 10^{-6}}} = 0.0125\text{mm}$$

$$\lambda = \frac{\mu l_2}{i} = \frac{1 \times 2}{0.0125} = 160$$

$$\therefore AB \text{ 杆为细长杆 } \lambda_1 = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}} = \sqrt{\frac{\pi^2 \times 200 \times 10^3}{240}} = 90.7 < \lambda$$

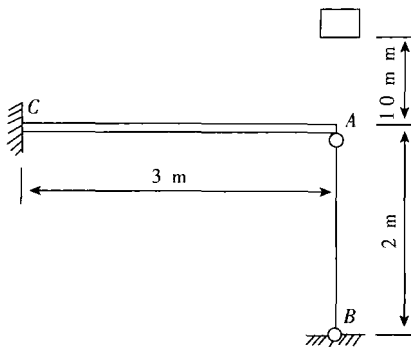
$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \times 200 \times 10^3}{160^2} \text{MPa} = 77.1 \text{MPa}$$

$$\sigma_d = K_d \cdot \frac{F}{A} = 63 \times \frac{300}{500} = 34.4 \text{MPa}$$

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 10}{0.00518}} = 63$$

$$n = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_d} = \frac{77.1}{34.4} = 2.3 < n_{st} = 2.5$$

故 AB 杆稳定性合格。



题 10.14 图

10.15 受压圆柱形密圈螺旋弹簧丝的直线 $d = 6\text{mm}$, 弹簧的平均直径 $D = 120\text{mm}$, 有效圈数

$n = 20, G = 80 \text{ GPa}$ 。要使弹簧压缩 25 mm , 试求所需施加的静载荷。又若重量等于这一载荷的重物自 100 mm 的高度落于弹簧上, 则弹簧簧丝横截面上的最大切应力及变形各为多少?

【逻辑推理】 首先求出弹簧的刚度系数 $C = \frac{Gd^4}{64R^3n}$, 然后求出受冲击时的动荷系数 K_d , 则有

$$\tau_{d\max} = K_d \tau_{\max}, \Delta_d = K_d \Delta_{st}$$

【解题过程】 弹簧的刚度系数为

$$C = \frac{Gd^4}{64R^3n} = \frac{80 \times 10^9 \times 0.006^4}{64 \times 0.06^3 \times 20} = 375 \text{ N/m}$$

弹簧压缩量为 $\Delta_{st} = 2.5 \text{ cm}$ 时, 所需载荷为

$$P = C \cdot \Delta_{st} = 375 \times 0.025 = 9.38 \text{ N}$$

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}} = 4$$

下面求弹簧受静载时最大切应力

$$c = \frac{D}{d} = 20, \quad k = \frac{4c-1}{4c-4} + \frac{0.615}{c} = 1.07$$

$$\tau_{\max} = k \frac{8FD}{\pi d^3} = 1.07 \times \frac{8 \times 9.38 \times 0.12}{\pi \times 0.006^3} = 14.2 \text{ MPa}$$

$$\tau_{d\max} = K_d \cdot \tau_{\max} = 4 \times 14.2 = 56.8 \text{ MPa}$$

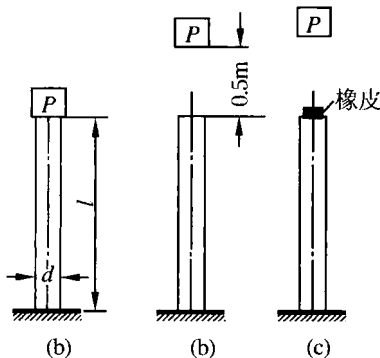
$$\Delta_d = K_d \cdot \Delta_{st} = 4 \times 25 = 100 \text{ mm}$$

10.16 直径 $d = 300 \text{ mm}$ 、长为 $l = 6 \text{ m}$ 的圆木桩, 下端固定, 上端受重 $P = 2 \text{ kN}$ 的重锤作用, 如图所示。木材的 $E_1 = 10 \text{ GPa}$ 。求下列三种情况下, 木桩横截面上的最大正应力:

(a) 重锤以静载荷的方式作用于木桩上;

(b) 重锤以离桩顶 0.5 m 的高度自由落下;

(c) 在桩顶放置直径为 150 mm 、厚为 40 mm 的橡皮垫, 橡皮的弹性模量 $E_2 = 8 \text{ MPa}$ 。重锤也是从离橡皮垫顶面 0.5 m 的高度自由落下。



题 10.16 图

【解题过程】 (1) 重锤受静载荷作用下, 最大应力即为最大静应力。

$$\sigma_{\text{stmax}} = \frac{P}{A} = \frac{4P}{\pi d^2} = \frac{4 \times 2000}{\pi \times 300^2} \text{MPa} = 0.0283 \text{MPa}$$

$$(2) \quad \Delta_{\text{st}} = \frac{\sigma_{\text{stmax}} \cdot l}{E_1} = \frac{0.0283 \times 6000}{10 \times 10^3} \text{mm} = 1.70 \times 10^{-2} \text{mm}$$

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{\text{st}}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 0.5}{1.7 \times 10^{-5}}} = 243.5$$

所以最大动应力为

$$\sigma_{\text{dmax}} = K_d \sigma_{\text{stmax}} = 243.5 \times 0.0283 = 6.9 \text{MPa}$$

(3) 有橡皮垫作用时, 橡皮垫在静载荷下的变形为

$$\Delta'_{\text{st}} = \frac{Pl_2}{E_2 A_2} = \frac{4Pl_2}{\pi E_2 d_2^2} = \frac{4 \times 2 \times 10^3 \times 0.04}{\pi \times 8 \times 10^6 \times 0.15^2} = 5.66 \times 10^{-4} \text{m}$$

$$\Delta_{\text{st总}} = \Delta_{\text{st}} + \Delta'_{\text{st}} = 5.83 \times 10^{-4} \text{m}$$

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{\text{st总}}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 0.5}{5.83 \times 10^{-4}}} = 42.4$$

所以最大动应力为

$$\sigma_{\text{dmax}} = K_d \cdot \sigma_{\text{stmax}} = 42.4 \times 0.0283 = 1.2 \text{MPa}$$

10.17 图示钢杆的下端有一固定圆盘, 盘上放置弹簧。弹簧在 1kN 的静载荷作用下缩短 0.625mm。钢杆的直径 $d = 40\text{mm}$, $l = 4\text{m}$, 许用应力 $[\sigma] = 120\text{MPa}$, $E = 200\text{GPa}$ 。若有重为 18kN 的重物自由落下, 求其许可的高度 h 。又若没有弹簧, 则许可高度 h 将多大?

【解题过程】 有弹簧时, 静变形为

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{st}} &= \frac{Pl}{EA} + CP = \frac{18 \times 10^3 \times 4 \times 4}{200 \times 10^9 \times \pi \times 0.04^2} + 0.625 \times 10^{-3} \times 15 \\ &= 2.87 \times 10^{-4} + 9.38 \times 10^{-3} = 9.67 \times 10^{-3} \text{m} \end{aligned}$$

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{\text{st}}}}$$

$$\text{因} \quad \sigma_d = K_d \sigma_{\text{st}} = K_d \frac{P}{A} \leq [\sigma]$$

$$\text{故有} \quad K_d \leq \frac{[\sigma]}{\sigma_{\text{st}}} = \frac{[\sigma]A}{P} = \frac{120 \times \frac{\pi}{4} \times 0.04^2}{18 \times 10^3} = 8.38$$

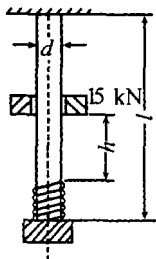
$$\text{即} \quad 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{\text{st}}}} \leq 8.38$$

$$h \leq 259 \text{mm}$$

$$\text{如果没有弹簧, 则} \quad \Delta_{\text{st}} = \frac{Pl}{EA} = 2.87 \times 10^{-4} \text{mm}$$

$$\text{同理得} \quad h_1 \leq 7.67 \times 10^{-3} \text{m} = 7.67 \text{mm}$$

10.18 图示 16 号工字钢梁的左端铰支, 右端置于螺旋弹簧上。弹簧共有 10 圈, 其簧圈平均直径 $D = 100\text{mm}$ 。簧丝的直径 $d = 20\text{mm}$ 。梁的许用应力 $[\sigma] = 160\text{MPa}$, 弹性模量 $E = 200\text{GPa}$; 弹簧的许用切应力 $[\tau] = 200\text{MPa}$, 切变模量 $G = 80\text{GPa}$ 。今有重量 $P = 2\text{kN}$ 的重物从梁的跨度中点上方自



题 10.17 图