

GMM估计矩条件的 选取方法及其应用

The Optimal Choice of
Moments in GMM Estimation and Its Application
in Returns to Education

胡毅 著



经济科学出版社
Economic Science Press

GMM估计矩条件的 选取方法及其应用

胡毅 著

The Optimal Choice of
Moments in GMM Estimation and Its Application
in Returns to Education



经济科学出版社
Economic Science Press

图书在版编目 (CIP) 数据

GMM 估计矩条件的选取方法及其应用/胡毅著.

—北京: 经济科学出版社, 2016. 3

ISBN 978 - 7 - 5141 - 6711 - 5

I. ①G… II. ①胡… III. ①计量经济学

IV. ①F224. 0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 057422 号

责任编辑: 王 娟

责任校对: 刘 昕

责任印制: 李 鹏

GMM 估计矩条件的选取方法及其应用

胡 毅 著

经济科学出版社出版、发行 新华书店经销

社址: 北京市海淀区阜成路甲 28 号 邮编: 100142

总编部电话: 010 - 88191217 发行部电话: 010 - 88191522

网址: [www. esp. com. cn](http://www.esp.com.cn)

电子邮件: [esp@ esp. com. cn](mailto:esp@esp.com.cn)

天猫网店: 经济科学出版社旗舰店

网址: [http: //jjkxcbs. tmall. com](http://jjkxcbs.tmall.com)

北京季蜂印刷有限公司印装

710 × 1000 16 开 10.25 印张 200000 字

2016 年 5 月第 1 版 2016 年 5 月第 1 次印刷

ISBN 978 - 7 - 5141 - 6711 - 5 定价: 26.00 元

(图书出现印装问题, 本社负责调换。电话: 010 - 88191502)

(版权所有 侵权必究 举报电话: 010 - 88191586)

电子邮箱: [dbts@ esp. com. cn](mailto:dbts@esp.com.cn))

前 言

广义矩 (Generalized Method of Moments, GMM) 估计作为计量经济学的基本估计方法, 被广泛应用于经济与金融数据分析。尽管在相当一般的正则性条件下, GMM 估计有着非常好的渐近性质, 但是其有限样本表现却不尽如人意。近年来, 随着工具变量随样本容量变化的“许多工具变量”的应用, 在提高 IV 计量的有效性的同时也出现了可能影响估计量有限样本表现的“弱工具变量”问题; 对 GMM 估计方法的研究也逐渐转向“许多弱矩条件”的情形, 并成为近年来 GMM 估计研究的热点问题。本书在“许多矩条件”的框架下, 研究了 GMM 估计矩条件的选取方法, 用以改善 GMM 估计的有限样本表现。

鉴于工具变量 (Instrumental Variables, IV) 估计是 GMM 估计的特例, 本书首先研究了线性同质模型 IV 估计的最优工具变量选取方法。在“许多工具变量”的框架下, 通过对 IV 估计量进行 Nagar 分解, 从理论上推导出估计量的近似均方误差 (Mean Square Error, MSE) 表达式; 根据这一表达式, 提出了 IV 估计的最优工具变量选取准则, 并证明了选取准则的渐近有效性。蒙特卡罗模拟结果表明: 所提出的工具变量选取准则能够极大地改善 IV 估计量的有限样本表现。该研究为实证中面临的工具变量选择问题提供了理论依据。

其次, 将上述线性同质模型的研究结论推广到非线性异质模型, 在“许多矩条件”的框架下, 研究了一般矩约束模型两步有效 GMM 估计的最优矩条件选取方法。相比线性模型, 非线性模型的 GMM 估计量没有解析解, 无法直接求出其 MSE 表达式。为了解决这一问题, 本书采用迭代的技术, 对 GMM 估计量进行高阶渐近展开, 进而推导出一般矩约束模型 GMM 估计量的高阶 MSE 表达式。然后通过 Nagar 分解, 分别求出了线性异质模型和非线性模型 GMM 估计量的近似 MSE 表达式。根据该近似 MSE 表达式, 给出了 GMM 估计矩条件选取准则的一般理论, 即定义了最优的

矩条件，提出了 GMM 估计的最优矩条件选取准则，并证明了选取准则的渐近有效性。在此基础上，具体给出了线性异质模型和非线性模型矩条件的选取方法。数值模拟结果表明：所提出的最优矩条件选择准则可以大幅降低两步有效 GMM 估计量的有限样本偏差，很好地改善了 GMM 估计量的有限样本表现。

从理论上解决了 IV 估计最优工具变量的选取以及 GMM 估计最优矩条件的选取后，第三部分着重解决选取准则优化计算的可操作性问题。实际应用中，上述选取方法只适用于工具变量或矩条件个数较小的情形。当工具变量或矩条件个数较大时，枚举法的计算负担变得很重，因而不行。为了克服这一问题，本书以工具变量的选取为例，将模拟退火算法应用到选取准则的优化问题中，解决了选取准则受限于工具变量数目的缺陷。模拟结果表明：基于模拟退火算法的工具变量选取方法有效可行。

最后，使用中国健康与营养调查数据，将本书提出的选取方法应用到我国有正规工资收入的劳动者的教育收益率的测算中。针对给出的 38 个外部工具变量，结合基于模拟退火算法的工具变量选取和矩条件选取方法以及模型设定检验三个方面，最终选出 6 个外部工具变量。实证分析的结果表明：我国居民的教育收益率为 9.96%，即受教育年限每提高 1 年，可以使得工资收入提高 9.96%。相比不进行工具变量选取的回归结果，使用本书提出的选取方法后得到的估计结果更具可靠性。

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 研究意义	1
1.2 研究思路	4
1.3 研究方法	5
1.4 基本框架	6
1.5 研究创新	7
第 2 章 文献综述	9
2.1 引言	9
2.2 IV 估计的相关理论综述	9
2.3 GMM 估计的相关理论综述	17
2.4 高阶渐近展开理论综述	26
2.5 模型选取相关理论综述	29
2.6 本章小结	30
第 3 章 线性同质模型 GMM 估计矩条件的选取方法	31
3.1 引言	31
3.2 研究背景	32
3.3 模型设定与假设	34
3.4 选取准则的构建	35
3.5 蒙特卡罗模拟	39
3.6 本章小结	47

第 4 章	非线性异质模型 GMM 估计矩条件的选取方法	48
4.1	引言	48
4.2	研究背景	50
4.3	模型设定	51
4.4	GMM 估计量的高阶 MSE 与近似 MSE	52
4.5	矩条件选取准则的构建	62
4.6	模拟分析	64
4.7	本章小结	73
第 5 章	GMM 估计矩条件选取方法的算法实现	74
5.1	引言	74
5.2	问题界定	76
5.3	算法设计	78
5.4	算法测试	80
5.5	本章小结	87
第 6 章	实证应用：我国居民教育收益率测算	88
6.1	引言	88
6.2	模型设定与数据描述	89
6.3	估计及结果解释	93
6.4	本章小结	103
第 7 章	结论	105
7.1	研究结论	105
7.2	进一步研究方向	106
参考文献		107
附录		118
第 3 章	附录	118
第 4 章	附录	121
后记		154

第 1 章

绪 论

1.1 研究意义

在过去的 30 多年里, 时间序列计量经济学中三个最重要的发展为广义矩 (Generalized Method of Moments, GMM) 估计、向量自回归 (Vector Autoregressions, VARs) 及非平稳的时间序列 (单位根和协整) (Hansen and West, 2002)。许多计量模型通过矩条件而不是分布函数来设定, 比如含不可观测个体效应的动态面板数据模型及宏观经济分析中的理性预期模型等等, 这类模型通常采用 GMM 方法来估计。

从汉森 (Hansen, 1982) 首次将 GMM 引入到计量经济学以来, GMM 被广泛地应用到经济及金融数据的分析中, 并逐渐成为计量经济学的基本估计方法。GMM 如此强大的生命力, 源于其良好的大样本性质及计算的简洁性。汉森指出, 给定一组总体矩条件, 在一定的正则性条件^①下, GMM 估计量是一致的且渐近正态的。极大似然估计量 (Maximum Likelihood Estimation, MLE) 虽然也有上述性质, 但是 MLE 依赖于数据的概率分布, 且在很多情况下, 计算相当复杂。相比 MLE, GMM 不需要知道数据的真实分布, 仅仅需要一组正确的总体矩条件, 且计算相对简便。

GMM 估计的主要思想是找到一个估计量使得由潜在的经济或是计量经济理论所推出的样本矩条件尽可能地接近总体矩条件。基于这个考虑, GMM 被广泛地应用于多种情况^②, 尤其是很复杂的模型, 如非线性动态模型。此外, 常用的计量经济学的估计方法, 如最小二乘法 (Ordinary Least Squares, OLS)、工具变量法 (Instrumental Variables, IV)、MLE, 均可解

① 一定的正则性条件包括: 矩条件数目固定、矩条件可以唯一的识别待估参数。

② 霍尔 (Hall) 2005 年总结了近年来经济学各领域中的应用 GMM 估计的例子。

释为 GMM 的特例 (Hayashi, 2000)。因此, 对 GMM 的研究显得非常有意义。

尽管在相当一般的正则性条件下, GMM 有着非常好的渐近性质, 但是它的有限样本表现却不尽如人意。同 MLE 一样, GMM 没有精确分布, 实证中, 通常利用 GMM 估计量的渐近分布来近似其有限样本分布, 进而进行统计推断。然而, 大量研究表明, 基于这种近似做出的推断的精度比较低, 如消费资产等价模型 (Hansen and Singleton, 1982), 动态面板模型 (Holtz, Newey and Rosen, 1988), 自然实验 (Angrist and Krueger, 1991) 的例子等等。通常有两个方面的原因会影响 GMM 估计量的有限样本性质, 其一是“许多矩条件”的应用; 其二是“弱识别矩条件”的存在。下面分别加以说明。

从一阶渐近的角度考虑, 利用较多的矩条件对估计量的有效性不会产生影响^①, 增加冗余的矩条件不会带来渐近效率的损失, 研究者利用所有的正确的矩条件总是可以得到渐近有效的统计量^②。但是来自蒙特卡罗 (Monte Carlo) 模拟及一些实证中的证据表明: 此时 GMM 估计量有着相当严重的有限样本偏差。基于这种有偏估计量的检验统计量自然不会有好的有限样本表现。在这种情形, 用很多个工具变量, 也即很多个矩条件, 可以改善估计量的精度。汉森、豪斯曼和纽韦 (Hansen, Hausman and Newey, 2008) 的研究表明, 在安格里斯特和克鲁格 (Angrist and Krueger, 1991) 的例子中, 将工具变量的数目由 3 个增加至 180 个可以充分的缩小置信区间^③。用许多个矩条件虽然可以改善有效性, 但是存在大样本渐近近似很弱的问题, 使得传统的 GMM 推断不正确 (Newey and Windmeijer, 2007; 2009)。

传统的 GMM 方法的正则性条件还要求模型中的参数可以被唯一的识别, 即参数空间中存在唯一一点使得总体矩条件成立。当这一条件不满足时, 出现了弱识别的问题, 当出现参数弱识别时, 如同利用许多个矩条件一样, 同样会出现大样本渐近近似很弱的问题 (Stock and Wright, 2000)。

① 大量研究表明, 增加更多的矩条件, 至少不会使得 GMM 估计量的有效性变差 (Breusch 等, 1999)。

② 正确的矩条件指满足正交性条件的矩条件; 冗余的矩条件指增加该矩条件后, 估计量的方差保持不变的矩条件。

③ 这里的矩条件由工具变量来构造。

总结起来,利用“许多矩条件”或是出现“弱识别矩条件”^①时,均会对GMM的有限样本性质产生不利的影响,因此,有必要研究在“许多矩条件”或“弱识别矩条件”中,如何从中选出合适的矩条件,以改善GMM的有限样本表现。

GMM的一致性与渐近正态性依赖于总体矩条件的正确与否,只有在矩条件正确的情况下才可以得出一致的渐近分布。实证中,研究者通常面临着大量的矩条件可供选择,然而GMM的有限样本性质对矩条件的选取十分敏感(Kocherlakota, 1990)。如何从中选出正确的,进而选出最优数目的矩条件,对实证的结果会产生重大的影响,因此对GMM中矩条件选择问题的研究有着重大的理论意义。

安德鲁斯(Andrews, 1999)最早提出GMM估计中矩条件的选择问题,他给出了基于过度识别约束检验的矩条件选取准则(Moment Selection Criterion, MSC),该准则可以从一组矩条件中一致地选出正确的矩条件。但是该文考虑的是矩条件(工具变量)个数固定的情形。实际应用中,如对动态面板模型的估计,矩条件的数目随着样本长度的增大而增大,在这种情形,该方法不再适用。

随着传统的IV估计的假设条件放松到“许多弱工具变量”的情形,GMM估计也相应地考虑了“许多弱识别矩条件”的情形,并逐步成为GMM估计的热点问题。在“许多弱识别矩条件”下,GMM估计的样本分布通常是非正态的(Stock, Wright and Yogo, 2002),因而传统的渐近理论不再适用。已有文献研究存在“许多弱识别矩条件”时GMM渐近理论的问题,如韩和菲利普斯(Han and Phillips, 2006),纽韦和万德梅杰(Newey and Windmeijer, 2007; 2009)分别研究了在“许多矩条件”及“许多弱识别矩条件”下GMM估计的渐近理论。但在此条件下对矩条件如何选择的研究还很少见。

基于此,本书在“许多矩条件”的框架下,研究了GMM估计的矩条件选择问题^②。考虑实际应用,分别研究线性同质模型和非线性异质模型

① 两者和称为“许多弱矩条件”(Many Weak Moments),其中,“许多”指矩条件数目不固定,随着样本容量的变化而变化;“弱”矩条件指弱识别(Weak Identification)的矩条件。GMM中的弱识别指总体矩条件不能唯一的识别待估参数。关于弱识别,具体数学定义见本书第二部分。

② 考虑到弱矩条件的理论发展得还不是很成熟,本书不在理论上对弱矩条件下的GMM估计进行矩条件的选取,仅考虑“许多矩条件”的情形。但是本书的模拟部分会考虑弱矩条件对选取准则的影响。

GMM 估计的矩条件的选取准则^①。这一准则可望改善 GMM 估计的有限样本表现,从而得到更可靠的估计与更精确的推断,进而得到更为可信的实证结论,因而本书的研究具有很强的现实意义。

1.2 研究思路

“许多矩条件”下 GMM 估计的渐近分布已有学者研究,本书主要考虑在“许多矩条件”下 GMM 估计中矩条件如何选取,以改善 GMM 的有限样本表现。鉴于过去对 GMM 估计矩条件选取的研究大多停留在线性模型上,本书将分别考虑线性模型和非线性模型中 GMM 估计的矩条件选取问题。

本书的研究思路得益于安德鲁斯(1999)、霍尔等(Hall, Inoue, Jana and Shin, 2007)、唐纳德等(Donald, Imbens and Newey, 2003)以及韩和菲利普斯(2006)这四篇文章。安德鲁斯(1999)首先提出了 GMM 估计中矩条件的选取问题,他研究了线性模型中从一组矩条件中一致地选出“正确矩条件”的准则。霍尔等(2007)的准则对线性及非线性模型均适用,但是他们考虑的是从一组正确的矩条件中选出“相关的矩条件”。两者的目的不一样,但是出发点均是为了改善 GMM 估计的有样本表现。两者共同的缺点是仅考虑矩条件数目固定的情形。在许多实际应用,比如动态面板模型中,这两个准则都不再适用。唐纳德等(2003)、韩和菲利普斯(2006)则分别给出了“许多矩条件”以及“许多弱识别矩条件”下 GMM 估计的一般框架。为本书的分析提供了基础。

考虑到工具变量估计是 GMM 估计的特例,本书首先研究线性同质模型中工具变量(矩条件)的选取。具体而言,本书首先推导了线性工具变量模型 IV 估计的高阶最小均方误差(MSE),即通过对 IV 估计量进行 Nagar 分解,从理论上推导出估计量的近似 MSE 表达式;根据这一表达式,定义了最优工具变量选取向量,提出 IV 估计的最优工具变量选取准则,并证明选取准则在近似 MSE 意义下的渐近有效性。最后通过模拟考察选取准则的有限样本表现。

在上述研究的基础上,本书将线性同质模型的研究结论扩展到非线性

^① 其中对于线性同质模型, GMM 估计退化为 IV 估计,对应的选取准则也变为 IV 估计的工具变量选取准则。

异质模型的情形,即考虑一般的矩约束模型 GMM 估计的矩条件选取方法,研究思路与线性模型类似,但是非线性模型的 GMM 估计量没有解析解,所以必须使用更为复杂的研究工具。具体地,首先通过迭代的技术对 GMM 估计量进行高阶展开,进而求出估计量的高阶 MSE 表达式,然后根据该表达式,定义最优的矩条件选取向量,并给出可行的矩条件选取向量,然后证明选取向量的渐近有效性。最后也通过数值模拟,来考察选取准则的有限样本表现。

在分别对线性同质模型以及非线性异质模型的 GMM 估计的矩条件的选取准则进行理论推导和模拟分析后,本书通过一个经典的实证例子——我国居民教育回报率的估算,来说明提出的选取方法的具体应用。

1.3 研究方法

本书采用理论推导、数值模拟和实证分析三者相结合的研究方法。首先基于已有文献的研究,本书给出“许多矩条件”下矩条件选取的一般准则;然后在理论上证明它的渐近有效性;接着通过数值模拟技术来考察所提出的选取准则在各种情形的有限样本表现;最后,结合实际例子,将基于本书提出的矩条件选择准则的 GMM 估计与传统的 GMM 估计做比较,得到更为可靠的实证结论。

具体而言,理论分析中采用“由特殊到一般”的研究方法。考虑到 IV 估计是 GMM 估计在线性同质模型的特例,本书首先研究了线性同质模型 IV 估计的最优工具变量选取方法。根据研究问题的特点,采用 MSE 最小作为选取准则的依据。但是 IV 估计的有限样本分布非常复杂,现有文献没有关于 IV 估计 MSE 的精确表达式的一般结论。为了解决这一问题,本书先对 IV 估计量进行高阶渐近展开,然后采用 Nagar 分解的方法,求出 IV 估计的近似 MSE,根据近似 MSE,给出选取准则,并证明了选取准则的渐近有效性。然后通过数值模拟考察了选取准则的有限样本表现。

接着,将上述研究结论推广到更为一般的非线性异质模型。相比线性同质模型, GMM 估计量没有解析解,对其的高阶展开更为复杂和困难。本书采用现有文献中针对非线性估计量高阶渐近展开的迭代方法,结合本书的实际情况,推导出一般矩约束模型 GMM 估计量的高阶渐近展开式,进而求出了估计量的近似 MSE,给出了相应的选取准则。

1.4 基本框架

包括本章绪论在内，本书的分析共分为 7 章。基本框架如图 1-1 所示。

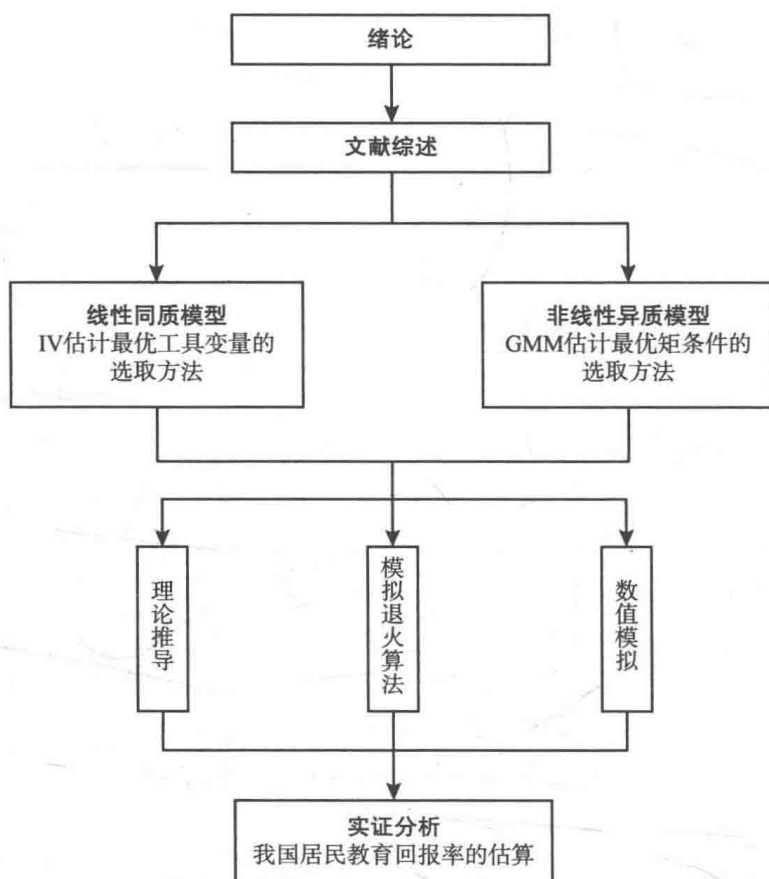


图 1-1 研究框架结构

第 1 章是绪论。包括本书的研究意义、研究思路、所使用的研究方法、研究的基本框架，以及研究的创新点。

第 2 章是文献综述。包括四个方面的内容：其一是 IV 估计的发展现状；其二是 GMM 估计的发展现状；其三是估计量的高阶展开理论的发展现状；其四是模型选取方法的发展现状。

第 3 章研究线性同质模型中，IV 估计最优工具变量的选取方法。首先推导线性模型 IV 估计量的高阶 MSE 表达式，进而根据该表达式，定义 IV

估计最优工具变量的选取向量, 给出 IV 估计可行的工具变量选取向量, 证明可行的工具变量选取向量的渐近有效性, 并通过数值模拟考察了选取准则的有限样本表现。

第4章将第3章的研究结论推广到非线性异质模型, 研究了 GMM 估计的最优矩条件选取方法。首先通过高阶渐近展开, 求出 GMM 估计量的高阶展开式, 并根据该式求出 GMM 估计量的近似 MSE 表达式。据此定义了 GMM 估计量的最优矩条件选取准则, 给出了可行的矩条件选取准则, 并证明了可行的选取准则的渐近有效性。最后通过数值模拟考察了选取准则的有效样本表现。

第5章研究基于模拟退火算法的模型选取方法。本章是前面两章的补充, 即利用模拟退火算法解决前面两章选取准则中的优化问题, 使得选取准则在矩条件数目较多时仍然可行。

第6章将前面三章的理论研究结果应用到我国居民的教育回报率的估算中。从模型选取和模型设定检验的角度, 通过 IV 和 GMM 估计考察了我国有正规工资的劳动者的教育回报率。

最后一章是本书的研究结论, 以及未来的研究方向。

1.5 研究创新

GMM 作为一种经济与金融实证研究中常用的估计方法, 其估计过程中矩条件如何选取, 是一个相当重要的问题。现有文献的矩条件选取方法, 更多是理论上的研究, 在付诸实际应用时却存在很大的缺陷——模型设定形式不够一般、选取准则或依赖于对矩条件强弱的排序, 或受限于矩条件的数目。本书针对上述问题展开研究, 创新点主要有:

第一, 第3章在唐纳德和纽韦 (Donald and Newey, 2001) 研究的基础上, 对 IV 估计最优工具变量的选取方法做出三点改进: 一是将简化型方程采用文献中常见的参数设定, 求出了该模型 IV 估计的近似 MSE 表达式, 并利用该表达式来构造选取准则。二是选取准则直接通过对近似 MSE 求迹来构造, 更加直接, 且不依赖于未知向量, 因而适用于多个解释变量的情形, 便于实证研究的应用。三是不必事先假定工具变量的强弱关系和排序。利用一个选择向量来进行工具变量的选取, 这不仅可以确定工具变量的个数, 同时还可以确定用哪些特定的工具变量进行估计。

第二, 第4章在唐纳德等 (Donald, Imbens and Newey, 2009) 的基

基础上,研究了一般矩约束模型两步 GMM 估计最优矩条件的选取方法。有三点推进:一是推导了一般矩约束模型两步 GMM 估计量的高阶展开式,相比条件矩约束模型,一般矩约束模型非线性程度更高,处理更复杂,结论也更一般;二是选取准则直接通过对估计量的近似 MSE 求迹构造,因而不依赖于未知向量的选取;三是研究者不必事先假定矩条件的强弱并进行排序,直接利用一个选择向量进行矩条件的选取。

第三,传统的基于子集的模型选取方法常常采用枚举法来求解优化问题,当问题规模很大时,枚举法的计算负担会变得很重而使得算法不再可行。第 5 章以工具变量的选取为例,将组合优化求解问题中的模拟退火算法与本书提出的选取准则相结合,解决了选取准则受限于工具变量数目的缺陷。

前两方面是本书在理论上的创新,第三方面则是理论方法可操作性的创新,有重要的实践意义。本书还将所提出的选取准则和计算方法应用于我国教育回报率的实证研究,首次通过工具变量和矩条件选取的角度来对教育回报率进行估算,相比于传统的估算方法,这一研究结论更为可靠。

第 2 章

文献综述

2.1 引言

本章分别从 IV 估计、GMM 估计、高阶渐近理论以及模型选取四个方面进行文献综述，系统地阐述这四个方面的发展现状、与本研究的联系，以及它们之间的内在联系。

矩条件的选取在计量经济学中属于模型选取 (Model Selection) 的范畴。面对要研究的问题，对于给定的数据集，研究者往往面临着成千上万个模型，不同的模型往往会给出不同的估计结果以及检验结果，如何从中选取合适的模型进行估计？以 IV 估计为例，若研究者内生解释变量寻找到了 10 个工具变量，可供选择的工具变量组合有 $2^{10} - 1$ 个，这 1023 个模型中，研究者如何选择？在 GMM 估计中，当矩条件个数大于待估参数的个数时，也会遇到类似的问题。本书就这一问题展开研究。鉴于 IV 估计是 GMM 估计的特例 (Hayashi, 2000)，本书首先对 IV 估计的相关理论进行梳理。

2.2 IV 估计的相关理论综述

IV 估计是计量经济学中最重要的估计方法之一，它可以有效地解决模型的内生性问题，从而被广泛地应用在经济与金融的实证研究中。IV 估计的思想源自 20 世纪 20 年代。工具变量一词于 1945 年正式被提出来后 (Reiersol, 1945)，IV 估计变得相当流行，对它的研究也长盛不衰。

大量研究表明，IV 估计的有限样本表现并不理想，对工具变量的选取十分敏感 (Morimune, 1983; Bound et al., 1995; Hahn et al., 2004;

Hansen et al., 2008; Ng and Bai, 2009)。出现这种现象的原因在于传统的 IV 估计要求工具变量必须满足两个条件：一是正交性，工具变量必须与模型中的扰动项正交；二是相关性，工具变量必须与内生解释变量高度相关。但是实证研究中，这两个条件不一定能得到数据的支持，特别是第二个条件，当工具变量个数逐渐增多时，比如在对教育回报的研究中，研究者常采用季节和出生年份哑变量 (Dummy Variables) 的交互项作为受教育程度的工具变量，或是动态面板模型中，利用被解释变量的滞后作为工具变量时，工具变量的数目会变得很大，工具变量与被工具的变量之间的相关性会随着工具变量数目的增多而逐渐下降。

针对 IV 估计有限样本表现很差的问题，已有文献从两个方面展开研究。其一是开发新的渐近理论，其二是研究工具变量的选取。

2.2.1 IV 估计的渐近理论

关于 IV 估计量的分布研究的文献非常之多 (Buse, 1992; Choi and Phillips, 1992; Hillier, 1990; Magdalinos, 1990, 1994; Morimune, 1989; Phillips, 1989)。马利亚诺 (Mariano, 1982) 和菲利普斯 (Phillips, 1983) 给出了详细的综述。大多数情形下，IV 估计只有渐近分布，没有精确的有限样本分布 (Anderson and Sawa, 1973, 1979; Phillips, 1984, 1985)。即使在某些特定的情形下，能够推导出 IV 估计量精确的有限样本分布，但这些分布也因为太过复杂而很难应用于实证研究，而且这些结论也不能推广到一般情形。因此，实际应用中，常常使用 IV 估计量的渐近分布来近似其有限样本分布，然后进行统计推断。当传统的渐近理论不能很好的近似 IV 估计量的有限样本分布时，新的渐近理论逐渐发展起来。

在最近几十年的发展中，研究者一直考虑的是工具变量个数固定的情形，对应的渐近理论称为传统的渐近理论。直到 20 个世纪 90 年代，贝克 (Bekker, 1994) 给出了“许多工具变量”的渐近近似 (Many Instruments Asymptotic Approximation)。该文考虑工具变量个数与样本容量的比值在样本容量趋于无穷时为常数的情形，即考虑了工具变量的个数随着样本容量的变化而变化，并给出了此时 IV 估计的一阶近似分布；数值模拟显示：即使在工具变量数目较少的时候，相比传统的大样本近似，“许多工具变量”近似更为精确。继此，掀起了一个对工具变量估计研究的高潮 (Angrist and Krueger, 1995; Donald and Newey, 2001; Hahn, Hausman and