

空域矩阵滤波及其应用

韩东 张海勇 著



科学出版社

空域矩阵滤波及其应用

韩 东 张海勇 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书主要介绍空域矩阵滤波和矩阵滤波设计技术,以及两种技术分别在阵列数据处理和数字滤波中的应用。重点针对目标方位估计和匹配场处理,建立统一的空域矩阵滤波器设计理论,全面归纳空域矩阵技术的设计方法。研究阻带恒定响应约束通带总体响应误差最小化、阻带恒定响应约束通带响应误差极大值最小化、最小二乘、阻带总体响应约束通带总体响应误差最小化、通带总体响应误差约束阻带总体响应最小化、双边阻带总体响应约束通带总体响应误差最小化、通带总体响应误差约束左右阻带总体响应加权和最小化、阻带零点约束、通带零响应误差约束等滤波器设计方法。探讨宽带空域矩阵滤波器设计技术,以及单频带滤波器对其他频带数据的影响。

本书可作为雷达、声纳等阵列数据处理领域科研人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

空域矩阵滤波及其应用/韩东,张海勇著. —北京:科学出版社, 2016.4

ISBN 978-7-03-048006-4

I. ①空… II. ①韩… ②张… III. ①信号处理—滤波技术
IV. ①TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 065819 号

责任编辑:王 哲 董素芹 / 责任校对:桂伟利

责任印制:张 倩 / 封面设计:迷底书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

文林印务有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016 年 4 月第 一 版 开本: 720×1 000 1/16

2016 年 4 月第一次印刷 印张: 9 1/2

字数: 176 000

定价: 55.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

基于阵列的数据处理技术已广泛应用于目标检测、定位、识别等水声信号处理领域。为了实现更好的处理效果，发展出了多种技术，空域矩阵滤波是其中之一。该技术是通过一个滤波矩阵与接收的阵列数据相乘，实现保留通带目标信号、抑制阻带干扰的目的。处理后的数据可用于目标方位估计和匹配场定位等阵列信号处理技术，可以获得更高的探测能力和方位辨识精度。

以往，空域矩阵滤波技术在目标方位估计和匹配场定位中的设计与应用是相对独立的，没有形成统一的理论体系。不仅如此，大多数的设计方法都没有给出理论上的最优解。本书针对目标方位估计和匹配场处理，建立统一的空域矩阵滤波器设计理论，全面归纳空域矩阵技术的设计方法，研究空域矩阵滤波技术在水声信号处理中的应用和矩阵滤波技术在数字滤波中的应用。书中汇集了作者近年来的一些研究成果，主要包括以下几方面。

(1) 将空域矩阵滤波器对通带离散向量的响应误差和对阻带离散向量的响应用于滤波器设计。研究了阻带恒定响应约束通带总体响应误差最小化、阻带恒定响应约束通带响应误差极大值最小化、最小二乘、阻带总体响应约束通带总体响应误差最小化、通带总体响应误差约束阻带总体响应最小化、双边阻带总体响应约束通带总体响应误差最小化、通带总体响应误差约束左右阻带总体响应加权和最小化、阻带零点约束、通带零响应误差约束等滤波器设计方法。通过广义奇异值分解方法，分析了滤波器的性能。

(2) 将空域矩阵滤波器对通带离散向量的响应误差和对阻带离散向量的响应加权用于滤波器设计。提出并研究了加权最小二乘、阻带响应加权通带总体响应约束、通带响应误差加权阻带总体响应约束、通带响应误差加权阻带零点约束滤波器设计方法，推导得出滤波器的最优解。可获得通带响应误差或阻带响应具有恒定常数值滤波器效果。

(3) 提出了连续型空域矩阵滤波器设计方案，针对阻带向量响应约束滤波器，提出了八种滤波器设计方法。对于阻带总体响应约束通带总体响应误差最小化的滤波器设计方法，利用积分展开和第一类贝塞尔函数理论，推导得出滤波器向量化的最优解。

(4) 提出了宽带空域矩阵滤波器设计方法。针对等间隔线列阵，分析基于半波长频率设计的滤波器对全频带阵列流形的响应，获得滤波器对不同频率方向向量响应之间的关联，从理论上解释了不能通过单一空域矩阵滤波器解决宽带阵列数据空域

处理的问题。给出了宽带阵列数据的空域矩阵滤波处理流程，并利用不同频点响应偏移效应得出每个子带的滤波器最佳设计频率。

(5) 将空域矩阵滤波技术用于水声信号处理，抑制强干扰。分析了空域矩阵滤波处理前后，目标方位估计和匹配场定位的性能。提出了将波束形成技术和匹配场处理技术结合的拖船辐射噪声抑制空域矩阵滤波器设计方法，建立两种滤波器设计最优化问题，推导得出滤波器最优解，通过广义奇异值分解理论简化解的表达式，分析了滤波器性能。

(6) 针对矩阵滤波技术，利用滤波器对傅里叶展开向量在连续区间上的积分，提出了左右阻带总体响应约束通带总体响应误差最小化的滤波器设计方法，推导得出滤波器的最优解，并给出通阻带区间对称的低通型矩阵滤波器的最优解，并利用矩阵分解理论，获得最优拉格朗日乘子的简化求解方程。在短数据滤波中与传统 FIR 滤波器对比，验证了矩阵滤波技术的有效性。

本书汇集了作者在教学、科研方面的体会和成果，得到了国家自然科学基金、博士后科学基金、声场声信息国家重点实验室开放基金、973 预研等项目的支持。中国科学院声学研究所的李启虎院士和哈尔滨工程大学水声工程学院的杨士莪院士，对书稿修改提出了许多宝贵意见，在此，作者向两位专家表示衷心的感谢。

由于作者水平有限，书中难免存在不足之处，敬请广大专家和学者批评指正。

作者

2015 年 12 月

公式符号缩写

j	单位虚数
π	圆周率
$\mathbf{0}_{m \times n}$	m 行 n 列的零矩阵
$\mathbf{I}_{m \times m}$	m 行 m 列的单位矩阵
$(\cdot)^H$	矩阵或向量的共轭转置
$(\cdot)^T$	矩阵或向量的转置
$(\cdot)^*$	矩阵或向量的共轭
$(\cdot)^{-1}$	非奇异矩阵的逆
$\text{tr}(\cdot)$	求方阵的迹
$\text{diag}(\cdot)$	向量对角化为矩阵
$\text{rank}(\cdot)$	矩阵的秩
$ \cdot $	绝对值
$\ \cdot\ _F$	矩阵或向量的 Frobenius 范数
\otimes	矩阵 Kronecker 积
$\text{vec}(\cdot)$	将矩阵各列依次排列组合构成长列向量
$\text{conj}(\cdot)$	对向量各元素求共轭
\mathbb{C}	复数域空间
\mathbb{R}	实数域空间
$10\lg(\cdot)$	$10\log_{10}(\cdot)$
$\sin(\cdot)$	正弦
$\cos(\cdot)$	余弦
$\arcsin(\cdot)$	反正弦
$\text{sinc}(\cdot)$	Sa 函数
$\text{Re}(\cdot)$	向量的实部构成的向量
$\text{Im}(\cdot)$	向量的虚部构成的向量

目 录

前言

公式符号缩写

第 1 章 绪论	1
1.1 空域矩阵滤波技术研究背景	1
1.2 空域矩阵滤波技术研究现状	2
1.3 本书内容概述	4
第 2 章 目标被动探测模型及定向定位技术	6
2.1 目标定向模型和技术	6
2.1.1 目标信号入射模型	6
2.1.2 典型阵列的远场平面波方向向量和阵列流形	7
2.1.3 基于远场平面波的探测技术	9
2.1.4 近场球面波模型	15
2.1.5 基于近场球面波的目标定位技术	16
2.2 复杂声场模型及目标定位技术	18
2.2.1 波动方程及简正波解	18
2.2.2 匹配场拷贝向量及信号接收模型	19
2.2.3 常用的目标定位技术	20
2.3 本章小结	25
第 3 章 空域矩阵滤波器设计	26
3.1 离散型空域矩阵滤波器设计	26
3.1.1 恒定阻带响应约束空域矩阵滤波器	27
3.1.2 最小二乘空域矩阵滤波器	31
3.1.3 阻带总体响应或通带总体响应误差约束空域矩阵滤波器	37
3.1.4 双边阻带总体响应约束空域矩阵滤波器	41
3.1.5 阻带零点约束空域矩阵滤波器	46
3.1.6 通带零响应误差约束空域矩阵滤波器	53
3.2 响应加权离散型空域矩阵滤波器	58
3.2.1 加权最小二乘空域矩阵滤波器	59

3.2.2	阻带响应加权通带总体响应误差约束空域矩阵滤波器	62
3.2.3	通带响应误差加权阻带总体响应约束空域矩阵滤波器	67
3.2.4	通带响应误差加权阻带零点约束空域矩阵滤波器	71
3.3	连续型空域矩阵滤波器	74
3.3.1	连续型空域矩阵滤波器设计	74
3.3.2	连续型空域矩阵滤波器闭式最优解探索	79
3.4	本章小结	82
第4章	宽带空域矩阵滤波及阵列数据处理	84
4.1	引言	84
4.2	宽带空域矩阵滤波器设计	84
4.2.1	等间隔线列阵宽带空域矩阵滤波器设计	84
4.2.2	一般阵列宽带空域矩阵滤波器设计	90
4.3	宽带阵列数据处理	91
4.3.1	宽带阵列数据空域矩阵滤波技术处理流程	91
4.3.2	子带最佳频率选择	92
4.4	本章小结	94
第5章	空域矩阵滤波技术在水声信号处理中的应用	95
5.1	引言	95
5.2	目标方位估计强干扰抑制	95
5.2.1	空域矩阵滤波技术用于目标方位估计仿真分析	95
5.2.2	空域矩阵滤波技术用于海试数据处理	97
5.3	匹配场定位强干扰抑制	98
5.3.1	海洋环境参数及空域矩阵滤波器设置	98
5.3.2	空域矩阵滤波前后匹配场定位	99
5.4	拖曳线列阵声纳拖船辐射噪声抑制	102
5.4.1	平台噪声抑制空域滤波器设计	103
5.4.2	广义奇异值分解误差分析及最优解验证	105
5.4.3	仿真及海试数据分析	107
5.5	本章小结	114
第6章	矩阵滤波技术及其在数字滤波中的应用	116
6.1	引言	116
6.2	矩阵滤波器设计	116
6.2.1	矩阵滤波器设计原理	116

6.2.2	矩阵滤波器设计最优化问题及最优解	119
6.2.3	对称通阻带关于零频对称且相同左右阻带响应滤波器	121
6.3	短数据滤波仿真	123
6.4	本章小结	126
第 7 章	空域矩阵滤波技术总结和发展方向	128
7.1	现有空域矩阵滤波技术总结	128
7.2	空域矩阵滤波技术发展方向	132
7.2.1	完善空域矩阵滤波理论体系	132
7.2.2	自适应空域矩阵滤波阵列信号处理	132
7.2.3	基于匹配模空域矩阵滤波技术	132
7.2.4	空域矩阵滤波技术用于阵列校准及阵元失效处理	133
参考文献	134

第 1 章 绪 论

1.1 空域矩阵滤波技术研究背景

空域矩阵滤波是一种新兴的阵列信号处理技术，通过一个滤波矩阵与接收的阵列数据相乘，即可实现保留通带区域的目标信号，同时抑制阻带区域的强干扰。空域矩阵滤波是阵元域数据处理，其优点在于滤波后能够得到突出空域通带信息的时域阵列数据，从而增强通带目标探测性能，处理后的数据用于目标方位估计和匹配场定位等阵列信号处理技术，可以获得更高的探测能力和方位辨识精度。同时，由于处理后仅保留了通带的信号，基于新的阵列协方差矩阵和目标方位估计理论，则可获得超出阵元数的定向或定位能力。虽然空域矩阵滤波技术已在水声信号处理中获得了成功应用，但还存在大量问题需要进一步深入研究。

首先，现有的空域矩阵滤波技术还未形成完整的理论体系。现有的文献中，仅对空域矩阵滤波技术和用于数据滤波的矩阵滤波技术在某些方面进行了研究和探讨，滤波器的设计方法有限、用途单一、理论研究不深入、实用性不强，且大多没有给出滤波器的闭式最优解。

(1) 现有的空域矩阵滤波技术，是针对目标方位估计和匹配场定位单独设计获得的，并未建立统一的数学模型和滤波器设计模型。而两种应用中的滤波器设计原理是相同的，可以统一。同时，对于不同类型的阵列，包括线形阵、圆形阵、圆柱阵、球形阵、共形阵和分布式阵列等，其设计理论也应有机地统一。

(2) 基于空间离散化的方向向量或拷贝向量，所对应的空域矩阵滤波器设计技术不够全面，且现有设计方法大多没有给出滤波器的闭式最优解，滤波器需要借助比较复杂的最优化求解软件才能获得，这给滤波器的实际应用带来了困扰，同时也不利于从理论上分析滤波器的性能。

(3) 常规波束形成加权后，可以获得旁瓣级恒定的波束响应，与波束形成理论相对应，空域矩阵滤波技术的设计方法也包含恒定阻带响应型滤波器，而现有的设计技术需要将所设计的凸规划问题变形为二阶锥规划问题，并通过一些最优化求解软件获得滤波器的最优解。由于在变为二阶锥规划过程中，最优化问题的计算复杂度呈几何级增长，导致计算效率极低。构建新的设计方法，获得恒定阻带响应型滤波器需要进一步研究。

(4) 对于理论体系的完善而言，离散型空域矩阵滤波器设计仅能够获得近似最优

解, 基于连续空间的方向向量或拷贝向量响应设计的空域矩阵滤波器才能获得完美的滤波器设计理论。连续型空域矩阵滤波器如何设计, 是否能够获得最优解? 这一问题需要解决。

(5) 宽带阵列信号处理是提高阵列探测性能的常用方式, 而现有空域矩阵滤波技术大多为针对单频点的理论, 与宽带数据相应的宽带空域矩阵滤波技术是其用于实际阵列信号处理必须解决的问题, 能否使基于某频点设计的一个滤波器用于全频段阵列信号处理, 必须从理论上进行论证。

(6) 滤波器通带响应误差和阻带响应成反比, 而滤波器对阻带干扰的抑制效果由阻带响应值决定, 若能根据干扰的干噪比自适应调节滤波器通阻带响应, 则可有效增强通带信号检测能力, 因此自适应空域矩阵滤波技术也应作为一个方向研究。

其次, 急需利用空域矩阵滤波技术解决水声信号处理中的一些重要问题。拖曳线列阵声纳平台噪声抵消、强干扰下弱目标检测、水面水下目标分辨对水下目标探测具有重要的军事意义。

(1) 拖曳线列阵声纳是探测低频安静型潜艇最有效的工具, 然而, 构成近程强干扰的平台辐射噪声对声纳性能影响十分严重, 导致声纳在阵列端首方向附近形成大范围的探测盲区, 而以往基于平面波处理的干扰抵消技术并不能从根本上解决平台自噪声抑制问题, 空域矩阵滤波是解决该问题的最可行途径。

(2) 当水下弱目标位于水面强目标正下方或附近区域时, 基于常规定向或定位算法仅能识别出水面目标, 而高分辨匹配场算法虽然可以在环境精确匹配时辨识出水下弱目标, 却存在易失配、稳定性差等问题, 给敌方潜艇、无人自潜器、蛙人等凭借水面舰船掩护突袭我方港口、基地等创造了机会, 空域矩阵滤波是解决该问题的可行方案。

(3) 水面水下目标分辨影响到目标威胁判定和应对措施。矢量水听器虽可通过声压振速相关大致估计目标深度, 但受制造工艺、目标信噪比和目标数目限制等因素制约, 实用性有待加强。声压水听器阵列能够通过匹配场处理探测目标深度, 但易受环境失配影响。采用稳健的波束形成技术, 利用传统的声压水听器实现水面水下目标分辨是水声信号处理的重点研究内容, 空域矩阵滤波技术为更好地解决该问题提供了可行思路。

1.2 空域矩阵滤波技术研究现状

Vaccaro 等^[1]于 1996 年提出矩阵滤波概念, 利用矩阵滤波器代替传统的有限长单位冲激响应(Finite Impulse Response, FIR)数字滤波器, 实现数字滤波。通过构造与数据长度相等的方阵, 利用傅里叶展开理论, 将傅里叶展开向量离散性地划分为通带向量、阻带向量和过渡带向量, 使用极小极大化准则或最小均方准则, 设计最

优化问题获得矩阵滤波器。由于矩阵滤波器不需要一定阶数的训练序列,所以更适合于短数据滤波,能够获得更好的信号时域和频谱抽取。Vaccaro 等相继提出了用于匹配场定位的空域矩阵滤波器设计方法,并在抑制了水面干扰的情况下,成功探测到水下目标的运动轨迹^[2,3]。

Zhu 等^[4,5]通过半无限最优化问题设计矩阵滤波器。在其最优化问题中,滤波器对通带向量的总体响应误差最小,滤波器对阻带向量在连续的阻带区间上都小于设定的约束值,并将矩阵滤波器直接用于等间隔线列阵的目标方位估计,虽然矩阵滤波器设计中的傅里叶展开向量与空域矩阵滤波器设计中的方向向量有本质不同,但在采用矩阵滤波器进行空域滤波后,多信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)算法依旧实现了更高的目标定位精度。

MacInnes^[6,7]设计了最小二乘型空域矩阵滤波器,即伪逆法的空域矩阵滤波器设计,其首次提出,基于空域矩阵滤波技术和常规波束形成理论,可以获得高于阵元数的目标探测能力。

鄢社锋等^[8-11]将空域矩阵滤波技术用于目标方位估计和匹配场定位。其主要贡献在于设计了两种类型的空域矩阵滤波器,并将所对应的滤波器设计最优化问题转化为二阶锥规划问题,即将以矩阵为未知参数的最优化问题转为以向量为参数的最优化问题,并采用了 SeDuMi 软件求解所得到的二阶锥规划问题^[12,13]。所提出的第一种滤波器设计方法是将滤波器的通带总体响应误差最小作为目标函数,第二种滤波器设计方法是将通带响应误差的极大值最小作为目标函数,两种设计方法均将滤波器对所有阻带离散点的响应小于某特定值作为约束条件。同时,在最优化问题中,还约束了滤波器的范数,其目的是通过该约束使滤波输出的噪声得到某种程度的抑制,但如何具体选取滤波器范数约束值的大小是不好解决的问题。由于滤波器对噪声的输出总是有一定的抑制作用,其抑制能力与阻带响应约束的值有关,所以与其对滤波器范数约束,不如考虑对阻带响应的约束值进行调节来实现滤波器对噪声输出的控制。

Hassanien 等^[14]和冯杰等^[15,16]提出了自适应空域矩阵滤波器设计方法,将空域矩阵滤波器对阻带的响应小于阻带约束值,同时滤波器对通带响应误差小于通带误差约束值作为约束条件,将滤波器的输出数据能量值最小化作为目标函数的方式设计。并通过采用降维的方式简化滤波器设计的运算量。与鄢社锋等的方法类似,也是将滤波器设计问题转化为二阶锥规划问题,从而利用 SeDuMi 软件求滤波器的最优解。

韩东等^[17-20]在空域矩阵滤波器设计方面进行了大量的研究工作,致力于获得简洁高效的滤波器设计方法,并获得滤波器的闭式解,从数学上对空域矩阵滤波技术的性能进行理论分析。规范了最小二乘空域矩阵滤波器设计方法,并利用广义奇异值分解,获得了滤波器的简化表示形式,同时给出滤波器的通带总体响应误差和阻带总体响应;提出了零点约束空域矩阵滤波器设计方法^[21-23],用于存在强干扰情况

下的数据处理；提出了通带零响应误差空域矩阵滤波器设计方法^[24]，保证了通带信号的无失真通过；提出了通带总体响应误差或阻带总体响应约束空域矩阵滤波器设计方法。以上所提出的设计方法，均给出了滤波器的闭式最优解，并从数学的角度分析了滤波器性能。还对宽带空域矩阵滤波器的设计方案进行了初步分析^[25]，解决了是否可以使用一个滤波器用于全频带阵列数据处理的问题。在矩阵滤波器设计及应用中，提出了阻带总体响应约束的滤波器设计方法，并给出了滤波器的最优解，分析了滤波器的响应误差。并对恒定阻带抑制空域矩阵滤波器设计及其性能进行了探讨^[26]。

韩东等^[27,28]设计了通带总体响应误差和阻带总体响应抑制的连续型矩阵滤波器，推导了矩阵滤波器的最优解，并利用矩阵分解，分析了滤波器的性能，通过与传统 FIR 滤波器的对比，检验了矩阵滤波器在短数据滤波中的性能。

1.3 本书内容概述

本书全面归纳和总结了空域矩阵滤波技术的设计方法，并将该技术用于目标方位估计和匹配场定位，分析了该技术的发展方向和应用拓展。

本书结构安排如下。

第 1 章是绪论，对空域矩阵滤波技术的研究背景和意义进行了简要概括，并对该技术的国内外研究现状进行了归纳总结。

第 2 章讨论了常用的被动目标探测的远场平面波模型、近场球面波模型和基于波动方程的复杂声场模型。着重介绍了各模型相应的目标定向、定位方法，包括常规波束形成、自适应波束形成、子空间方法、合成孔径技术、聚焦波束形成、匹配场处理、匹配模处理等。

第 3 章是空域矩阵滤波器设计，将目标方位估计技术和匹配场定位技术的阵列接收数据以统一的数学模型表示，阐述了空域矩阵滤波技术的设计原理，全面归纳了空域矩阵技术的设计方法。从离散型、加权离散型、连续型三个方面，研究了滤波器的设计方法。离散型空域矩阵滤波器设计有恒定阻带响应约束、最小二乘、阻带总体响应或通带总体响应误差约束、双边阻带总体响应约束、阻带零点约束、通带零响应误差约束等。加权离散型空域矩阵滤波器设计有加权最小二乘、阻带响应加权通带总体响应约束、通带响应误差加权阻带总体响应约束、通带响应加权阻带零点约束等。对连续型空域矩阵滤波器设计和求解方法进行了探讨，并应用第一类贝塞尔函数理论获得滤波器向量化后的最优解。

第 4 章是宽带空域矩阵滤波及阵列数据处理，分析了基于某一频点设计的空域矩阵滤波器对全频带阵列流形的响应，并以此为依据，找出了等间隔线列阵的宽带空域矩阵滤波器设计方法，并分析了一般阵列的宽带空域矩阵滤波器设计问题。给出了宽带阵列数据的空域矩阵滤波处理流程，并对每个子带的最佳频率选择依据进行了理论分析。

第5章是空域矩阵滤波技术在水声信号处理中的应用,从目标方位估计、匹配场定位和二者结合的三方面,将空域矩阵滤波技术用于强干扰抑制,提高目标定向和定位的性能。其中,针对拖曳线列阵的拖船辐射噪声抑制问题进行了深入研究,提出了相应的空域矩阵滤波器设计方法,并分析了滤波器的性能。

第6章是矩阵滤波技术及其在数字滤波中的应用,研究了矩阵滤波技术的滤波原理,并给出基于通带总体响应误差或阻带总体响应约束型滤波器的设计方法,推导得出滤波器的最优解,并在短数据滤波中与传统 FIR 滤波器对比,进行了仿真分析。

第7章是空域矩阵滤波技术总结和发展方向,总结了现有的空域矩阵滤波技术,并对该技术的可能应用方向和研究方向进行了简要概述。

第 2 章 目标被动探测模型及定向定位技术

2.1 目标定向模型和技术

2.1.1 目标信号入射模型

假设基阵阵元数为 N ，水听器阵元指向性为各向同性，阵列接收远场平面波信号^[29-33]。假设第 m 个阵元的位置向量为

$$\mathbf{v}_m = (v_{xm}, v_{ym}, v_{zm}) = (v_m \sin \varphi_m \cos \vartheta_m, v_m \sin \varphi_m \sin \vartheta_m, v_m \cos \varphi_m), \quad 1 \leq m \leq N \quad (2.1)$$

式中， $v_m = \sqrt{v_{xm}^2 + v_{ym}^2 + v_{zm}^2}$ 为第 m 个阵元距坐标原点的距离。

假设共有 D 个远场平面波信号入射到基阵，三维入射方位角为 $(\phi_i, \theta_i), 1 \leq i \leq D$ ，入射信号所对应的方向向量为

$$\mathbf{u}_i = (\sin \phi_i \cos \theta_i, \sin \phi_i \sin \theta_i, \cos \phi_i), \quad 1 \leq i \leq D \quad (2.2)$$

空间任意阵元向量 \mathbf{p}_m 和远场平面波入射到基阵方向向量 \mathbf{u}_i 的示意图如图 2-1 所示。

假定以坐标原点为参考点，若原点接收到的信号 s_i 为 $s_i(t)$ ，则第 m 个阵元所接收的信号 s_i 为 $s_i(t - \tau_{i,m})$ 。式中， $\tau_{i,m}$ 为相对时延，由下式给出

$$\begin{aligned} \tau_{i,m} &= \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_m / c = (v_{xm} \sin \phi_i \cos \theta_i + v_{ym} \sin \phi_i \sin \theta_i + v_{zm} \cos \phi_i) / c \\ &= v_m [\sin \varphi_m \sin \phi_i \cos(\vartheta_m - \theta_i) + \cos \varphi_m \cos \phi_i] / c \end{aligned} \quad (2.3)$$

式中， c 是信号在海水中的声速，由于声速与温度、盐度和深度有关，所以声波传播过程中声速 c 会随传播路径发生变化，对于简化的声波传播模型，可假定 c 为与距离和时间无关的常数。对于每个阵元 m ， $1 \leq m \leq N$ ，输出信号为远场平面波信号 s_i 的线性组合，第 m 个阵元的输出为

$$x_m(t) = \sum_{i=1}^D s_i(t - \tau_{i,m}) + n_m(t) \quad (2.4)$$

式中， $n_m(t)$ 为噪声，可假设服从高斯分布。

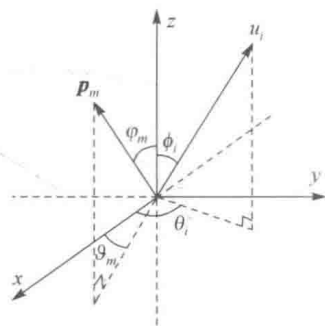


图 2-1 基阵阵元向量及远场平面波入射示意图

若远场平面波为窄带信号 $s_i(t, \omega)$ ，且接收端经带通滤波后 $n_m(t)$ 的输出为 $n_m(t, \omega)$ ，这里 ω 为窄带的中心角频率， $\omega = 2\pi f$ ， f 为频率，则第 m 个阵元的输出可表示为

$$x_m(t, \omega) = \sum_{i=1}^D s_i(t - \tau_{i,m}, \omega) + n_m(t, \omega) \quad (2.5)$$

以解析信号形式所表示的输出为

$$\tilde{x}_m(t, \omega) = \sum_{i=1}^D \tilde{s}_i(t, \omega) e^{-j\omega\tau_{i,m}} + \tilde{n}_m(t, \omega) \quad (2.6)$$

式中， \tilde{x}_m 、 \tilde{s}_i 和 \tilde{n}_m 分别为 x_m 、 s_i 和 n_m 的解析信号。以矩阵形式表示基阵的输出为

$$\mathbf{x}(t, \omega) = \mathbf{A}(\tau, \omega) \mathbf{s}(t, \omega) + \mathbf{n}(t, \omega) \quad (2.7)$$

式中

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(\tau, \omega) &= [\tilde{x}_1(t, \omega), \tilde{x}_2(t, \omega), \dots, \tilde{x}_N(t, \omega)]^T \\ \mathbf{s}(\tau, \omega) &= [\tilde{s}_1(t, \omega), \tilde{s}_2(t, \omega), \dots, \tilde{s}_D(t, \omega)]^T \\ \mathbf{n}(\tau, \omega) &= [\tilde{n}_1(t, \omega), \tilde{n}_2(t, \omega), \dots, \tilde{n}_N(t, \omega)]^T \\ \mathbf{A}(\tau, \omega) &= [\mathbf{a}_1(\tau_1, \omega), \mathbf{a}_2(\tau_2, \omega), \dots, \mathbf{a}_D(\tau_D, \omega)] \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_i(\tau_i, \omega) &= [e^{-j\omega\tau_{i,1}}, e^{-j\omega\tau_{i,2}}, \dots, e^{-j\omega\tau_{i,N}}]^T \\ &= [e^{-j\omega p_i [\sin\varphi_i \sin\theta_i \cos(\theta_i - \theta) + \cos\varphi_i \cos\theta_i] / c}, \dots, e^{-j\omega p_N [\sin\varphi_N \sin\theta_N \cos(\theta_N - \theta) + \cos\varphi_N \cos\theta_N] / c}]^T \end{aligned}$$

式中， $\mathbf{a}_i(\tau_i, \omega) = \mathbf{a}_i(\phi_i, \theta_i, \omega)$ 为从方向 (ϕ_i, θ_i) 入射的窄带信号 $s_i(t, \omega)$ 所对应的方向向量。以上为远场平面波信号源数目为 D 的基阵输出数列，考虑到远处任意方位都有可能存在目标， $\mathbf{a}(\phi, \theta, \omega)$ 为对应于 (ϕ, θ) 的方向向量，并假设 Φ 和 Θ 为所有空间入射方向 ϕ 和 θ 的集合，由 $\mathbf{a}(\phi, \theta, \omega)$ 所组成的集合 $\mathbf{A}(\omega)$ 为阵列流形 (array manifold) 矩阵，即

$$\mathbf{A}(\omega) = \{\mathbf{a}(\phi, \theta, \omega) \mid \phi \in \Phi, \theta \in \Theta\} \quad (2.8)$$

对于连续的探测空间，阵列流形 $\mathbf{A}(\omega)$ 是由无数方向向量组成的。在实际处理时，通常将探测区域离散化，用有限维数的矩阵 $\mathbf{A}(\omega)$ 表示阵列流形。

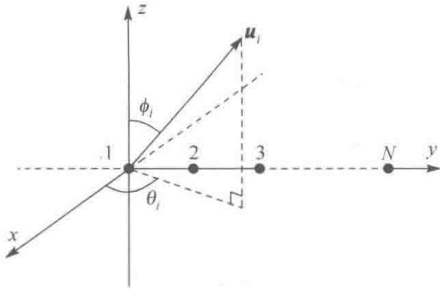
2.1.2 典型阵列的远场平面波方向向量和阵列流形

在声纳中，等间隔线列阵、均匀分布圆阵和平面阵列是最常用的阵形^[34,35]。由于其方向向量的特殊性，易于对目标实施波束形成算法，而其他的基阵阵形可看成

空间任意阵形处理。远场平面波入射到这样的阵列时，可以通过信号入射到各阵元的时延差，获得方向向量和阵列流形，其形式较为简洁。

1. 等间隔线列阵

假设以第一个阵元为坐标原点，阵列布放于 y 轴正半轴，等间隔线列阵示意图



如图 2-2 所示。

对于第 m 个阵元， $v_m = (m-1)d$ ， $\varphi_m = \pi/2$ ， $\mathcal{G}_m = \pi/2$ ，这里 d 为阵元间距。第 m 个阵元的位置向量为

$$v_m = [0, (m-1)d, 0], \quad 1 \leq m \leq N \quad (2.9)$$

入射角为 (ϕ, θ) 的信号入射到阵列的方向向量为

图 2-2 等间隔线列阵示意图

$$a(\phi, \theta, \omega) = [1, e^{-j\omega d \sin \phi \sin \theta / c}, \dots, e^{-j\omega(N-1)d \sin \phi \sin \theta / c}]^T \quad (2.10)$$

若入射信号位于 xy 平面， $\phi = \pi/2$ ，则方向向量简化为

$$a(\theta, \omega) = [1, e^{-j\omega d \sin \theta / c}, \dots, e^{-j\omega(N-1)d \sin \theta / c}]^T \quad (2.11)$$

此时，阵列流形为

$$A(\omega) = \{a(\theta, \omega) | \theta \in \Theta\} \quad (2.12)$$

2. 均匀分布圆阵

假设以圆阵的圆心为坐标原点，圆阵阵元分布于 xy 平面，示意图如图 2-3 所示。

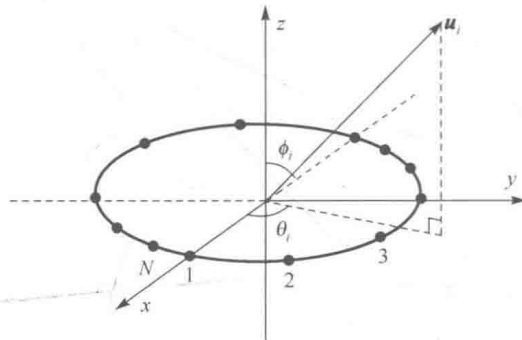


图 2-3 均匀分布圆阵示意图

假设圆阵的半径为 r ，第一个阵元位于 x 轴正半轴上。对于第 m 个阵元， $v_m = r$ ， $\varphi_m = \pi/2$ ， $\mathcal{G}_m = 2\pi(m-1)/N$ 。第 m 个阵元的位置向量为

$$v_m = (r \cos \mathcal{G}_m, r \sin \mathcal{G}_m, 0), \quad 1 \leq m \leq N \quad (2.13)$$