K

2017 高教版

- 严格依据最新考研管理类联考大纲编写
- 华章世纪培训教育集团指定用书

MBA、MPA、MPAcc 管理类联考

综合能力辅导教材
数学分册

适用专业：MBA · MPA · MPAcc · 旅游管理 · 图书情报 · 工程管理 · 审计

组编 华章世纪培训教育集团
主编 袁进

高等教育出版社

2017
高教版

- 严格依据最新考研管理类联考大纲编写
- 华章世纪培训教育集团指定用书

MBA、MPA、MPAcc管理类联考
综合能力辅导教材
数学分册

◢ 适用专业：MBA · MPA · MPAcc · 旅游管理 · 图书情报 · 工程管理 · 审计

组编 华章世纪培训教育集团

主编 袁进

副主编 许明 孙毅 张一淼

编委会 高小兵 周洪桥 龚艳 龚伟 刘亚洲 孙敏 余泉友

2017 MBA、MPA、MPAcc GUANLILEI LIANKAO ZONGHE NENGLI FUDAO JIAOCAI SHUXUE FENCE

高等教育出版社·北京

内容提要

《2017MBA、MPA、MPAcc管理类联考综合能力辅导教材　数学分册》分为基础篇和强化篇：基础篇涉及大纲规定的基本考试内容和题型；强化篇是在详细研究、系统整理历年真题的基础上，对历年数学试题及典型例题进行了归纳分类，给出了典型例题的解题方法与实用技巧。附录是2015年和2016年管理类专业硕士联考综合能力数学试题及数学必备公式。

《2017MBA、MPA、MPAcc管理类联考综合能力辅导教材　数学分册》适用于参加管理类专业硕士联考的考生和辅导教师。

图书在版编目（CIP）数据

2017MBA、MPA、MPAcc管理类联考综合能力辅导教材．数学分册/袁进主编．华章世纪培训教育集团组编．--北京：高等教育出版社，2016.2

适用专业：MBA·MPA·MPAcc·旅游管理·图书情报·工程管理·审计

ISBN 978-7-04-044913-6

Ⅰ．①2…　Ⅱ．①袁…②华…　Ⅲ．①高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料　Ⅳ．①G643

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第031897号

策划编辑　张耀明　　责任编辑　张耀明　　封面设计　王　洋　　版式设计　范晓红
责任校对　胡美萍　　责任印制　朱学忠

出版发行　高等教育出版社
社　　址　北京市西城区德外大街4号
邮政编码　100120
印　　刷　北京鑫海金澳胶印有限公司
开　　本　787mm×1092mm　1/16
印　　张　23
字　　数　550千字
购书热线　010-58581118
咨询电话　400-810-0598

网　　址　http://www.hep.edu.cn
　　　　　http://www.hep.com.cn
网上订购　http://www.hepmall.com.cn
　　　　　http://www.hepmall.com
　　　　　http://www.hepmall.cn

版　　次　2016年2月第1版
印　　次　2016年2月第1次印刷
定　　价　47.00元

物 料 号　44913-00

前　言

管理类专业学位联考（MBA、MPA、MPAcc 等）是专门为未来职场精英、专业硕士设计的选拔性考试，从内容和形式上都类似于国外商学院入学考试（GMAT）。考试分两张试卷，英语卷（满分 100 分 ）和综合能力卷（满分 200 分）。其中综合能力卷由三部分组成，数学基础（75 分）、逻辑推理（60 分）、写作（65 分）。总分、综合能力和英语都有分数线，要想进名校深造，数学必定要拿高分。

综合能力卷中的数学基础，由算术、代数、几何、数据分析四部分组成，主要考查考生的运算能力、逻辑推理能力、空间想象能力和数据处理能力，通过问题求解和条件充分性判断两种题型进行测试。考纲中明确指出，要求考生具有运用数学基础知识、基本方法分析和解决问题的能力。该考试与考生以往遇到过的数学考试的显著差别有以下几个方面：首先，条件充分性判断题是考生在以往的考试（中考、高考等）中都没有遇到过的，该题型是一种带逻辑推理的数学试题。其次，综合能力卷的三部分内容在一份试卷中，要在 3 小时内完成 25 道数学题、30 道逻辑题、2 篇作文的写作，对考生的能力和速度都有一定要求。纵观近几年的数学试题，有如下特点：

1）内容特点：初等数学（小学、初中、高中），起点不高、内容不深，知识点由单一转为复合；

2）题型特点：都是客观选择题，选对正确答案即可；

3）要求特点：时间紧，强度大，灵活度高，技巧性强，会做不够（普适性方法），还要会“秒杀”（实用解题技巧，只要有考试就有应试方略与技巧）；

4）计算特点：计算量不大，但要求准确、快速。

针对数学试题的特点，我们编写了这本数学辅导书，读者可以分层次学习：本书基础篇涉及的是大纲规定的基本考试内容和题型；强化篇是在详细研究、系统整理历年真题的基础上，对历年数学试题及典型例题进行了归纳分类，给出了典型例题的解题方法与实用技巧。数学要考高分，其实也不难。因为考试题型的限定，所以知识点是有限的，如能练好基本功、再掌握一些实用的解题技巧，数学得高分不是问题！

如何复习？广大考生应该分阶段、有重点地进行系统安排。广大考生都是职场中的精英，平时工作都很忙，如何提高复习效率是大家最关注的问题。所以，我们建议广大考生站在华章巨人的肩膀上，选择权威的辅导机构、专业的辅导老师、优秀的教辅教材，这样可以少走很多弯路，大大节约复习时间。我们每年辅导几万名考生，其中有一些数学困难户（年龄大、离开校园时间长、工作忙、没有时间复习、原本数学就比较弱等），他们通过华章的辅导、自身的努力也考进了名校。实践证明，只要有恒心、有毅力、坚持不懈就能圆名校梦，为今后更好地在职场发展提供坚实有力的保障！

由于时间仓促，本书在编写过程中难免有疏漏之处，欢迎批评指正。

编　者

2016 年 1 月

条件充分性判断题的解题说明

定义　由条件 A 成立，就可以推出结论 B 成立（即 $A\Rightarrow B$），则称 A 是 B 的充分条件. 若由条件 A，不能推出结论 B 成立（即 $A\nRightarrow B$），则称 A 不是 B 的充分条件.

解题说明：本题要求判断所给出的条件能否充分支持题干中的结论，阅读每小题中的条件(1)和条件(2)后进行选择.

A. 条件(1)充分，但条件(2)不充分

B. 条件(2)充分，但条件(1)不充分

C. 条件(1)和条件(2)单独都不充分，但条件(1)和条件(2)联合起来充分

D. 条件(1)充分，条件(2)也充分

E. 条件(1)和条件(2)单独都不充分，条件(1)和条件(2)联合起来也不充分

例 1　（条件充分性判断）方程 $x^2-3x-4=0$.

(1) $x=-1$;　　　　(2) $x=2$.

解　由条件(1) $x=-1$，可知 $x^2-3x-4=(-1)^2-3\times(-1)-4=0$，即由条件(1)$x=-1$ 推出 $x^2-3x-4=0$ 成立，所以条件(1)充分.

由条件(2) $x=2$，得 $x^2-3x-4=2^2-3\times2-4=-6\neq0$，因此条件(2)不充分. 故此题应选 A.

例 2　（条件充分性判断）要使 $\frac{1}{a}\geqslant1$.

(1) $a\leqslant1$;　　　　(2) $a\geqslant1$.

解　由 $a\leqslant1$，不能推出 $\frac{1}{a}\geqslant1$，例如取 $a=-1$，即条件(1)不充分. 由 $a\geqslant1$，则知 $\frac{1}{a}\leqslant1$，也不能推出 $\frac{1}{a}\geqslant1$ 成立，即条件(2)也不充分. 考虑将条件(1)与条件(2)联合，若 $a\leqslant1$ 且 $a\geqslant1$，则 $a=1$，则 $\frac{1}{1}=1$ 成立，即条件(1)和条件(2)单独都不充分，但条件(1)和条件(2)联合起来充分.

故此题应选 C.

目 录

基 础 篇

强 化 篇

基础篇

第一章　实数的性质及其运算

第一节　有理数

一、有理数的分类及基本概念

整数和分数统称为有理数.

其中整数包括正整数、负整数和零;分数包括正分数和负分数.

任何一个有理数都可以写成分数$\frac{m}{n}$的形式(m,n 均为整数,$n\neq 0$).因为分数与有限小数和无限循环小数可以互化,所以又称有理数为有限小数和无限循环小数.

两个有理数的和、差、积、商(分母不等于 0)仍然是一个有理数.

二、整数

两个整数的和、差、积仍然是整数,但是用一个不等于零的整数去除另一个整数所得的商不一定是整数,因此,我们有以下整除的概念:

定义 1.1　设 a,b 是任意两个整数,其中 $b\neq 0$,如果存在一个整数 q,使得等式 $a=bq$ 成立,则称 b 整除 a 或 a 能被 b 整除,记作 $b|a$,此时我们把 b 叫做 a 的因数,把 a 叫做 b 的倍数.如果这样的整数 q 不存在,则称 b 不整除 a.记作 $b\nmid a$.

整除具有如下的性质:

(1) 如果 $c|b,b|a$,则 $c|a$;

(2) 如果 $c|b,c|a$,则对任意的整数 m,n,有 $c|ma+nb$.

定理 1.1　设 a,b 是两个整数,其中 $b>0$,则存在整数 q,r 使得

$$a=bq+r,\quad 0\leqslant r<b$$

成立,而且 q,r 都是唯一的.q 叫做 a 被 b 除所得的不完全商,r 叫做 a 被 b 除所得的余数.

由整除的定义及带余除法可知,若 $b>0$,则 $b|a$ 的充要条件是带余除法中余数 $r=0$.

用带余除法,我们可将整数分类:

能被 2 整除的数称为偶数,记作 $2n(n\in\mathbf{Z})$;

不能被 2 整除的数称为奇数,记作 $2n\pm 1(n\in\mathbf{Z})$.

例 1　若 a,b,c 是三个任意整数,则$\frac{a+b}{2},\frac{b+c}{2},\frac{c+a}{2}$(　　).

A. 都不是整数　　　　B. 都是整数

C. 至少两个整数　　　　D. 至少一个整数

E. 正好一个是整数

【答案】 D

【解析】 三个整数中至少有两个数同为奇数或同为偶数，即 $a+b,b+c,c+a$ 中至少有一个为偶数，因此$\frac{a+b}{2},\frac{b+c}{2},\frac{c+a}{2}$中至少有一个是整数.

答案是 D.

例 2 当整数 n 被 7 除时，其余数为 4，则当 $2n+1$ 被 7 除时，其余数为(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4　　E. 5

【答案】 B

【解析】 由已知 $n=7q+4$(q 为整数)，从而 $2n+1=2(7q+4)+1=7(2q+1)+1+1=7(2q+1)+2$.

答案是 B.

例 3 若 m 和 n 是整数，则 $mn+1$ 能被 3 整除.

(1) m 被 3 除时，其余数为 1；

(2) n 被 9 除时，其余数为 8.

【答案】 C

【解析】 取 $m=1,n=1$ 或 $m=2,n=8$，即知条件(1)和条件(2)单独都不充分，联合条件(1)和条件(2)，$m=3k_1+1,n=9k_2+8$.

$$\begin{aligned} mn+1 &=(3k_1+1)(9k_2+8)+1=27k_1k_2+9k_2+24k_1+9 \\ &=3(9k_1k_2+3k_2+8k_1+3). \end{aligned}$$

因此 $mn+1$ 是 3 的倍数.

答案是 C.

例 4 【2012 年 1 月真题】 知 m,n 是正整数，则 m 是偶数.

(1) $3m+2n$ 是偶数；

(2) $3m^2+2n^2$ 是偶数.

【答案】 D

【解析】 由条件(1)，因为 $3m+2n$ 是偶数，所以 $3m$ 是偶数，从而 m 一定是偶数. 即条件(1)充分.

由条件(2)，因为 $3m^2+2n^2$ 是偶数，所以 $3m^2$ 是偶数，从而 m 一定是偶数. 即条件(2)也充分.

三、质数与合数

1. 定义

在正整数中，1 的正因数只有它本身，因此在整数中 1 的地位是很特殊的. 任何一个大于 1 的整数，都至少有两个正因数，即 1 和这个整数本身. 将大于 1 的整数，按照它们含有正因数的个数分类，可以将正整数分为质数和合数.

定义 1.2 一个大于 1 的整数，如果它的正因数只有 1 和它本身，则称这个整数是质数(素数)；一个大于 1 的整数，如果除了 1 和它本身，还有其他的正因数，则称这个整数是合数.

由定义 1.2 可知，除了最小质数 2 是偶数外，其余质数都是奇数.

2. 质数的性质

(1) 若 M 是一质数，a 是任一整数，则 a 能被 M 整除或 M 与 a 互质（M 与 a 的最大公因数是 1）；

(2) 设 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 是 n 个整数，M 是质数，若 $M|a_1a_2\cdots a_n$，则 M 一定能整除其中一个 a_k.

3. 算术基本定理

定理 1.2　任一大于 1 的整数能写成质数的乘积，即对于任一整数 $a>1$ 有

$$a=P_1P_2\cdots P_n,\quad P_1\leqslant P_2\leqslant\cdots\leqslant P_n,$$

其中，$P_1,P_2,\cdots,P_n$ 是质数，且这样的分解式是唯一的.

例 5　2 100 能表示成(　　)个质数的乘积.

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7　　E. 8

【答案】　C

【解析】　$2\,100=2\cdot2\cdot3\cdot5\cdot5\cdot7$.

答案是 C.

例 6　【2014 年 1 月真题】　若几个质数（素数）的乘积为 770，则它们的和为(　　).

A. 85　　B. 84　　C. 28　　D. 26　　E. 25

【答案】　E

【解析】　根据算术基本定理，有 $770=2\times5\times7\times11$. 所以这几个质数的和为 $2+5+7+11=25$.

例 7　已知 $p\cdot q+1=x$，其中 p,q 为质数，且 p,q 均小于 1 000，x 是奇数，则 x 的最大值等于(　　).

A. 1 991　　B. 1 992　　C. 1 993　　D. 1 994　　E. 1 995

【答案】　E

【解析】　x 为奇数，因此 p,q 必为一奇一偶，设 p 为偶数，则 $p=2,q=997$ 为小于 1 000 的最大质数，从而 $x=2\times997+1=1\,995$.

答案是 E.

例 8　$p,p+2,p+6,p+8,p+14$ 都是质数.

(1) $p=3$；　　(2) $p=5$.

【答案】　B

【解析】　当 $p=3$ 时，3，5，11，17 都是质数，但 $3+6=9$ 不是质数，因此条件(1)不充分.

当 $p=5$ 时，5，7，11，13，19 都是质数，即条件(2)是充分的.

答案是 B.

例 9　【2013 年 1 月真题】　$p=mq+1$ 为质数.

(1) m 为正整数，q 为质数；

(2) m,q 均为质数.

【答案】　E

【解析】　由条件(1)，取 $m=4,q=2$，则 $p=4\times2+1=9$ 不是质数，所以条件(1)不充分.

由条件(2)，取 $m=q=3$，则 $p=3\times3+1=10$ 不是质数，所以条件(2)也不充分.

四、最大公因数和最小公倍数

定义 1.3 设 a,b 是两个整数,若整数 d 满足 $d\mid a$ 且 $d\mid b$,则称 d 是 a,b 的一个公因数.整数 a,b 的公因数中最大的一个叫做 a,b 的最大公因数,记为(a,b).

若$(a,b)=1$,则称 a,b 互质.

定义 1.4 设 a,b 是两个整数,若整数 d 满足 $a\mid d$ 且 $b\mid d$,则称 d 是 a,b 的一个公倍数,a,b 的所有公倍数中最小的正整数叫做 a,b 的最小公倍数,记为$[a,b]$.

定理 1.3 设 a,b 是任意两个正整数,则有

(1) a,b 的所有公倍数就是$[a,b]$的所有倍数,即若 $a\mid d$ 且 $b\mid d$,则$[a,b]\mid d$;

(2) $[a,b]=\dfrac{ab}{(a,b)}$,特别当$(a,b)=1$,则$[a,b]=ab$.

例 10 $[10,14]-(10,14)=($ $)$.

A. 70　　B. 68　　C. 65　　D. 63　　E. 60

【答案】 B

【解析】 $10=2\cdot5$,$14=2\cdot7$,从而$(10,14)=2$,$[10,14]=2\cdot5\cdot7=70$,则$[10,14]-(10,14)=70-2=68$.

答案是 B.

例 11 若 n 是整数,则$\dfrac{n}{15}$也是整数.

(1) $\dfrac{3n}{15}$是一个整数;　　(2) $\dfrac{8n}{15}$是一个整数.

【答案】 B

【解析】 $\dfrac{a}{b}$是一个整数的充分必要条件是 b 整除 a,由条件(1),15 整除 $3n$,取 $n=5$,则知$\dfrac{n}{15}=\dfrac{5}{15}$不是一个整数,即条件(1)不充分.

由条件(2),15 整除 $8n$,由于$(15,8)=1$,则必有 15 整除 n,从而$\dfrac{n}{15}$是一个整数,从而条件(2)是充分的.

答案是 B.

五、分数

1. 定义

将单位"1"平均分成若干份,表示这样的一份或几份的数叫做分数.表示其中一份的数是这个分数的单位.分数有真分数、假分数、带分数等.把"1"平均分成多少份的数,称为分数的分母;表示取了多少份的数,称为分数的分子.

2. 分数的性质

(1) 若 m 与 n 的最大公约数为 1,则称$\dfrac{m}{n}$为既约分数;

(2) 分数的分子和分母同时乘或除以一个非零的数,分数值不变.即

$$\frac{a}{b}=\frac{am}{bm}=\frac{\frac{a}{m}}{\frac{b}{m}}\quad(b\neq 0,m\neq 0).$$

3. 分数的运算

(1) 同分母分数相加减，分子相加减，分母不变；

(2) 异分母分数相加减，先通分，然后按照同分母分数的加减法法则进行运算；

(3) 分数乘整数，用分子和整数相乘作积的分子，分母不变. 即

$$\frac{a}{b}\times c=\frac{a\times c}{b};$$

(4) 分数乘分数，用分子相乘的积作为分子，分母相乘的积作为分母. 即

$$\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{a\times d}{b\times c};$$

(5) 一个数除以另一个数(零除外)，等于一个数乘另一个数的倒数.

例 12　$\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{99^2}\right)=(\qquad)$.

A. $\frac{50}{99}$　　B. $\frac{47}{99}$　　C. $\frac{50}{97}$　　D. $\frac{47}{97}$　　E. $\frac{47}{98}$

【答案】　A

【解析】　原式$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{99}\right)\left(1+\frac{1}{99}\right)$

$$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{99}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{99}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdots\frac{97}{98}\cdot\frac{98}{99}\right)\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdots\frac{99}{98}\cdot\frac{100}{99}\right)=\frac{1}{99}\cdot\frac{100}{2}=\frac{50}{99}.$$

答案是 A.

例 13　$\frac{1}{1\times 4}+\frac{1}{2\times 5}+\cdots+\frac{1}{10\times 13}=(\qquad)$.

A. $\frac{905}{1\,714}$　　B. $\frac{903}{1\,714}$　　C. $\frac{827}{1\,714}$　　D. $\frac{905}{1\,716}$　　E. $\frac{903}{1\,716}$

【答案】　D

【解析】　原式$=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{13}\right)$

$$=\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{5}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\cdots+\frac{1}{10}-\frac{1}{13}\right)$$

$$=\frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{11}-\frac{1}{12}-\frac{1}{13}\right)=\frac{1}{3}\left(\frac{11}{6}-\frac{431}{1\,716}\right)=\frac{905}{1\,716}.$$

答案是 D.

六、比和比例

1. 比的定义

定义 1.5 两个数 a 和 b 相除又可称作这两个数 a 与 b 的比，记作 $a:b$，即 $a:b=\frac{a}{b}$，其中，a 叫做比的前项，b 叫做比的后项，若 a 除以 b 的商为 k，则称 k 为 $a:b$ 的比值.

2. 比的基本性质

(1) $a:b=k\Leftrightarrow a=kb$；

(2) $a:b=ma:mb(m\neq 0)$.

3. 比例的定义

定义 1.6 如果两个比 $a:b$ 和 $c:d$ 的比值相等，就称 a,b,c,d 成比例，记作 $a:b=c:d$ 或 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. 其中，a 和 d 叫做比例外项，b 和 c 叫做比例内项.

当 $a:b=b:c$ 时，称 b 为 a 和 c 的比例中项，显然当 a,b,c 均为正数时，b 是 a 和 c 的几何平均值.

4. 比例的基本性质

(1) $a:b=c:d\Leftrightarrow ad=bc$（外项积＝内项积）；

(2) $a:b=c:d\Leftrightarrow\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$ 或 $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$（互换外项和内项）.

5. 正反比例

定义 1.7 若 $y=kx(k\neq 0,k$ 为常数)，则称 y 与 x 成正比，k 为比例系数.

若 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0,k$ 为常数)，则称 y 与 x 成反比例，k 为比例系数.

第二节　实数

一、实数的基本概念

有理数和无理数统称为实数.

无理数是无限不循环小数，有理数能表示成 $\frac{m}{n}$ 的形式，而无理数不能（m,n 均为整数，$n\neq 0$）.

二、实数的基本性质

在水平直线上取一点表示原点 O，选取某一长度作为单位长度，规定直线上向右的方向为正方向，就得到如图 1－1 所示的数轴.

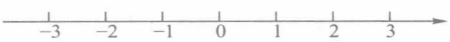

图 1－1

(1) 实数与数轴上的点一一对应. 即对于数轴上的每一个点都可以找到唯一的实数与它对应；反过来，对于每一个实数都可以在数轴上找到一个确定的点与它对应；

(2) 若 a,b 是任意两个实数，则在 $a<b,a=b,a>b$ 中有且只有一个关系成立；

(3) 若 a 是任意实数，则 $a^2 \geqslant 0$ 成立.

三、实数的运算

1. 任意两个实数的和、差、积、商(除数不等于零)仍然是实数.

2. 实数的加、减、乘、除四则运算符合加法和乘法运算的交换律、结合律和分配律.

(1) 加法交换律：$a+b=b+a$；

(2) 加法结合律：$a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$；

(3) 乘法交换律：$a\times b=b\times a$；

(4) 乘法结合律：$a\times b\times c=(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$；

(5) 乘法分配律：$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$；$(a-b)\times c=a\times c-b\times c$.

3. 乘方运算

(1) 当实数 $a\neq 0$ 时，$a^0=1$，$a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$；

(2) 负实数的奇数次幂为负数，负实数的偶数次幂为正数.

4. 开方运算

(1) 在实数范围内，负实数无偶次方根，0 的偶次方根是 0，正实数的偶次方根有两个，它们互为相反数，其中正的偶次方根称为算术根. 如：$a>0$ 时，a 的平方根是 $\pm\sqrt{a}$，其中 $\sqrt{a}$ 是正实数 a 的算术平方根；

(2) 在运算有意义的前提下，$a^{\frac{n}{m}}=\sqrt[m]{a^n}$.

四、实数 x 的整数部分 $[x]$ 和小数部分 $\{x\}$

定义 1.8 对于任意实数 x，用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，令 $\{x\}=x-[x]$，称 $[x]$ 是 x 的整数部分，$\{x\}$ 是 x 的小数部分.

如：$[\pi]=3$，$[e]=2$，$[-\pi]=-4$，$\left[\dfrac{2}{3}\right]=0$，

$\{\pi\}=0.141\,592\cdots$，$\{\sqrt{2}\}=0.414\cdots$，$\{-2.5\}=0.5$，$\{3.7\}=0.7$.

由定义可得下列性质：

(1) $x=[x]+\{x\}$； (2) $0\leqslant\{x\}<1$.

例 1 设 a，b 为实数，则下列结论正确的是(　　).

A. 若 a，b 是有理数，则 $a+b$ 也是有理数

B. 若 a，b 是无理数，则 $a+b$ 也是无理数

C. 若 a，b 是无理数，则 ab 也是无理数

D. 若 a 是有理数，b 是无理数，则 ab 是无理数

E. 以上结论均不正确

【答案】 A

【解析】 若 a，b 为有理数，则 $a+b$，$a-b$，ab，$\dfrac{a}{b}(b\neq 0)$ 都是有理数；若 a，b 为无理数，则 $a+b$，$a-b$，ab，$\dfrac{a}{b}$ 可能为无理数，也可能为有理数；若 a 为有理数，b 为无理数，则 $a+b$，$a-b$ 一

定是无理数，其中 $a=0$，则 ab，$\frac{a}{b}$ 为有理数，$a\neq 0$，则 ab，$\frac{a}{b}$ 是无理数.

答案为 A.

例 2 若 $a=\sqrt{5}$，a 的小数部分为 b，则 $a-\frac{1}{b}=$(　　).

A. 2　　B. 1　　C. 0　　D. -1　　E. -2

【答案】 E

【解析】 $[a]=[\sqrt{5}]=2$，因此 $b=\sqrt{5}-2$，从而

$$a-\frac{1}{b}=\sqrt{5}-\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=-2.$$

答案是 E.

例 3 $a^2b-ab^2=4\sqrt{2}$.

(1) $a=3+2\sqrt{2}$；　　(2) $b=3-2\sqrt{2}$.

【答案】 C

【解析】 此题答案必为 C 或 E. 联合条件(1)和条件(2)，

$$a^2b-ab^2=ab(a-b)=(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2}-3+2\sqrt{2})=4\sqrt{2}.$$

答案为 C.

第三节　练习

一、问题求解：本大题共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分. 下列每题给出的五个选项中，只有一项是符合试题要求的.

1. 若 n 为任意自然数，则 n^2+n 一定(　　).

A. 为偶数　　B. 为奇数

C. 与 n 的奇偶性相同　　D. 与 n 的奇偶性不同

E. 无法判断

2. 若自然数 $p,p+10,p+14$ 都是质数，则 $(p-4)^{2009}+(2-p)^{2010}$ 的值是(　　).

A. -1　　B. 1　　C. 0　　D. -2　　E. 2

3. $\frac{2^3-4^3+6^3-8^3+10^3-12^3}{3^3-6^3+9^3-12^3+15^3-18^3}=$(　　).

A. $\frac{8}{27}$　　B. $\frac{27}{8}$　　C. $\frac{4}{9}$　　D. $\frac{9}{4}$　　E. $\frac{2}{3}$

4. 若 $5m+3n$(m,n 是任意自然数)是 11 的倍数，则 $9m+n$(　　).

A. 是 3 的倍数　　B. 不是 3 的倍数

C. 对某些 m,n 的值是 11 的倍数　　D. 不是 11 的倍数

E. 是 11 的倍数

5. $\frac{1}{18}+\frac{1}{54}+\frac{1}{108}+\cdots+\frac{1}{990}=$(　　).