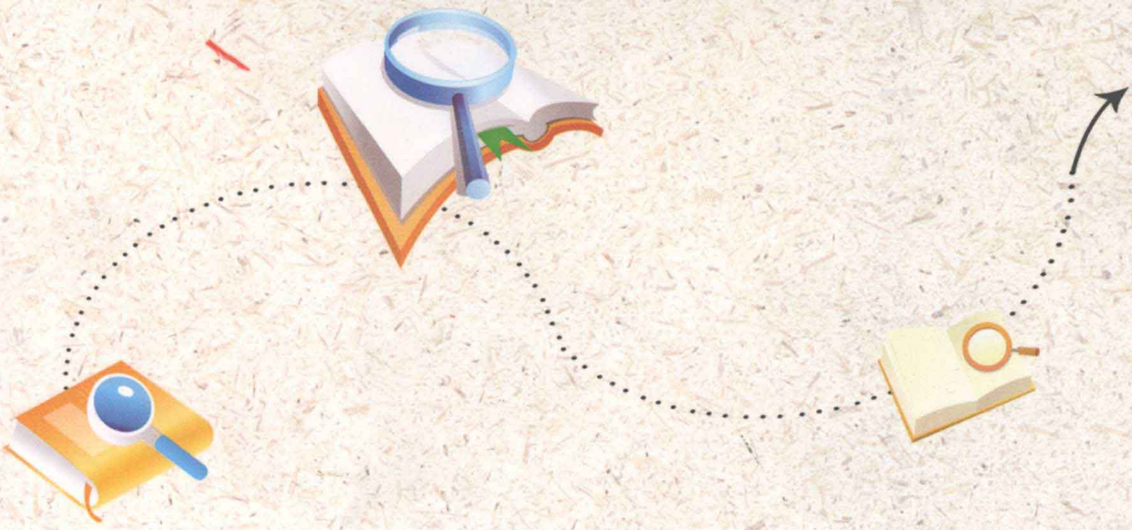
国家注册勘察设计工程师资格考试系列丛书

# 公共基础

## 考点精讲与习题集

主　编　曹秀玲
副主编　王玉璋　邓永和



中国建筑工业出版社

国家注册勘察设计工程师资格考试系列丛书

# 公共基础

## 考点精讲与习题集

主　编　曹秀玲
副主编　王玉璋　邓永和

中国建筑工业出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

公共基础考点精讲与习题集/曹秀玲主编. —北京：中国建筑工业出版社，2010

（国家注册勘察设计工程师资格考试系列丛书）

ISBN 978-7-112-11979-0

Ⅰ.公… Ⅱ.曹… Ⅲ.建筑工程-地质勘探-资格考核-自学参考资料 Ⅳ.TU19

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第055767号

国家注册勘察设计工程师资格考试系列丛书

**公共基础考点精讲与习题集**

主　编　曹秀玲

副主编　王玉璋　邓永和

*

中国建筑工业出版社出版、发行(北京西郊百万庄)

各地新华书店、建筑书店经销

北京天成排版公司制版

北京同文印刷有限责任公司印刷

*

开本：787×1092毫米　1/16　印张：38　字数：926千字

2010年6月第一版　2010年6月第一次印刷

定价：**78.00**元

ISBN 978-7-112-11979-0

(19187)

本书为国家注册勘察设计工程师资格考试公共基础考点精讲与习题集，全书紧扣新版考试大纲，对考点内容进行提炼与精讲，包括高等数学、普通物理学、普通化学、理论力学、材料力学、流体力学、计算机应用基础、电气与信息、法律法规、工程经济，各章分别给出了相应的例题和讲解，以便加深读者对考点的理解与掌握，并根据对2003～2009年的基础考试真题分析，精选了部分习题并给出了详细分析与解答。书后参照2009年考试真题，编写了四套模拟考试题，方便考生提高应试能力和解题技巧。

本书可作为参加国家注册结构工程师、土木工程师(岩土)、环境工程师和水利工程师考试的复习参考书。

* * *

责任编辑：郦锁林　赵晓菲
责任设计：赵明霞
责任校对：兰曼利　关　健

# 序

岩土工程是土木工程学科的一门重要学科分支，它大体上包括岩土工程勘察、设计、施工、试验监测和工程监理等等方面，在我国当前的工程建设中发挥着十分重要的作用。近年来，国家大型工程建设项目不断兴建，如长江三峡工程、南水北调工程、西气东输工程、青藏铁路工程、城市地下铁道工程、各类别深大基坑的开挖和围护等，显现了岩土工程强大的发展态势。

近年在全国实行注册建筑师制度和注册结构工程师制度以后，1998 年 6 月全国注册工程师管理委员会又公布成立了“全国注册岩土工程师考题设计与评分专家组”。在我国推行注册岩土工程师制度是我们岩土工程界的一件大事，是实现政府对行业管理体制改革的一个重要举措，需要岩土工程界广大同仁的大力支持。为了全面推行注册岩土工程师制度，广泛听取同仁意见，在各相关单位的积极支持下，2009 年 3 月 9 日经全国勘察设计注册工程师管理委员会审定公布了适用于国家注册结构工程师、环境工程师、土木工程师（岩土）、水利工程师基础考试的《勘察设计注册工程师资格考试公共基础考试大纲》。至此，一切必要的组织准备和基础要求已渐趋完善，值得欣庆。

我国勘察设计注册工程师考试分两阶段进行，第一阶段是基础考试，在考生大学本科毕业后按相应规定的年限进行，其目的是测试考生是否基本掌握进入工程实践所必须具备的理论基础及专业技术知识；第二阶段是专业考试，在考生通过基础考试并在专业工作岗位上实践了规定年限的基础上进行，其目的是测试考生是否已经具备按照国家法律、法规及技术规范进行工程勘察、设计和施工的能力和解决工程实际问题的能力。专业考试合格后，方可获得执业资格证书。

本书由十数所高校极富教学和考试辅导经验的教师执笔，依据最新考试大纲考点的变化，并把握重点进行编著，将所有考试涉及的课程内容汇聚一起，突出考点内容，并给出了相应的例题和详解，以加深对考点的理解与掌握，精选习题和模拟题可以检验与提高读者的学习效果。

希望这套丛书能为我国岩土工程领域未来的技术中坚力量获得执业资格提供有益的帮助，也可以作为岩土工程领域工程技术人员工作和学习中的参考资料。我应约写了上面的一点文字，是为序。

同济大学资深荣誉教授
中国科学院技术科学部院士　　孙　钧

2010 年暖春于同济园

# 前　　言

随着国家基本建设的发展、科学技术水平的提高和工程建设的需要，国家注册勘察设计工程师(岩土)基础考试，每年考题都有新的变化。2009 年 3 月 9 日经全国勘察设计注册工程师管理委员会审定公布了适用于国家注册结构工程师、环境工程师、土木工程师(岩土)、水利工程师基础考试的《勘察设计注册工程师资格考试公共基础考试大纲》(上午段)，新考纲增加了信号与信息、数字电子技术等考试内容。

根据最新考试大纲，本套丛书《国家注册勘察设计工程师资格考试系列丛书》分为《公共基础考点精讲与习题集》和《注册土木工程师(岩土)专业基础考点精讲与习题集》。

本书为国家注册勘察设计工程师资格考试公共基础考点精讲与习题集，适用于参加国家注册结构工程师、土木工程师(岩土)、环境工程师和水利工程师考试的考生。

全书紧扣新版考试大纲，对考点内容进行提炼与精讲，给出了相应的例题及详解，加深考生对考点的理解掌握。根据对 2003～2009 年的基础考试真题分析，本书精选了部分习题并给出了详细分析与解答，并参照 2009 年考试真题，编写了四套模拟考试题，确保本书有利于考生掌握基本知识，熟悉考点内容，强化应试能力和解题技巧，提高成功率。

按照新版考试大纲顺序，本书共分为 10 章，内容包括高等数学、普通物理、普通化学、理论力学、材料力学、流体力学、计算机应用基础、电气与信息、法律法规、工程经济等。书后附四套模拟题，勘察设计注册工程师资格考试公共基础最新考试大纲，试题配置及考试时间分配情况说明。

本书由曹秀玲任主编，王玉璋、邓永和任副主编。参编人员均为长期从事该学科教学和科研的专家学者，熟悉学科内容、学习方法及应试技巧。参加本书编写的专家、学者及所属单位如下：

第 1 章：吕亚芹　北京建筑工程学院
第 2 章：邓永和　湖南工程学院
第 3 章：吕学举　吉林大学
第 4 章：刘云川　河北理工大学
第 5 章：周　臻　东南大学
第 6 章：王玉璋　上海交通大学
第 7 章：张增全　河北宝硕股份有限公司
　　　　张峰奇　华北电力大学
第 8 章：黄丽华、陈俊红　河北农业大学
第 9 章：曹秀玲　石家庄经济学院
第 10 章：赵世强　北京建筑工程学院

本书编写过程中参阅了多种注册岩土工程考试用书，并得到了很多同事的指导、帮助和支持，特别是得到了中国科学院院士孙钧的悉心指导，作者深表感谢。中国矿业大学

（北京）、河北农业大学、北京建筑工程学院的研究生麻润杰、韩立强、齐春雷、霍君英、蒋正君、胡晓涵、韩淼、张秋玲、李夏云等在资料整理及协调联系等方面做了大量工作，在此一并表示感谢。

鉴于水平有限，时间仓促，书中难免有错误及不妥之处，敬请读者不吝指正。

编者邮箱 zctmjc@yeah. net。

# 目　　录

# 第1章　高　等　数　学

## 1.1　考纲要求

1. 空间解析几何

向量的线性运算；向量的数量积、向量积及混合积；两向量垂直、平行的条件；直线方程；平面方程；平面与平面、直线与直线、平面与直线之间的位置关系；点到平面、直线的距离；球面、母线平行于坐标轴的柱面、旋转轴为坐标轴的旋转曲面的方程；常用的二次曲面方程；空间曲线在坐标面上的投影曲线方程。

2. 微分学

函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性；数列极限与函数极限的定义及其性质；无穷小和无穷大的概念及其关系；无穷小的性质及无穷小的比较；极限的四则运算；函数连续的概念；函数间断点及其类型；导数与微分的概念；导数的几何意义和物理意义；平面曲线的切线和法线；导数和微分的四则运算；高阶导数；微分中值定理；洛必达法则；函数单调性的判别；函数的极值；函数曲线的凹凸性、拐点；偏导数与全微分的概念；二阶偏导数；空间曲线的切线及法平面和曲面的切平面及法线；多元函数的极值和条件极值；多元函数的最大、最小值及其简单应用。

3. 积分学

原函数与不定积分的概念；不定积分的基本性质；基本积分公式；定积分的基本概念和性质(包括定积分中值定理)；积分上限的函数及其导数；牛顿—莱布尼兹公式；不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法；有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分；广义积分；二重积分与三重积分的概念、性质、计算和应用；两类曲线积分的概念、性质和计算；求平面图形的面积、平面曲线的弧长和旋转体的体积。

4. 无穷级数

数项级数的敛散性概念；收敛级数的和；级数的基本性质与级数收敛的必要条件；几何级数与 $p$ 级数及其收敛性；正项级数敛散性的判别法；任意项级数的绝对收敛与条件收敛；幂级数及其收敛半径、收敛区间和收敛域；幂级数的和函数；函数的泰勒级数展开；函数的傅里叶系数与傅里叶级数。

5. 常微分方程

常微分方程的基本概念；变量可分离的微分方程；齐次微分方程；一阶线性微分方程；全微分方程；可降阶的高阶微分方程；线性微分方程解的性质及解的结构定理；二阶常系数齐次线性微分方程。

6. 线性代数

行列式的性质及计算；行列式按行展开定理的应用；矩阵的运算；逆矩阵的概念、性

质及求法；矩阵的初等变换和初等矩阵；矩阵的秩；等价矩阵的概念和性质；向量的线性表示；向量组的线性相关和线性无关；线性方程组有解的判定；线性方程组求解；矩阵的特征值和特征向量的概念与性质；相似矩阵的概念和性质；矩阵的相似对角化；二次型及其矩阵表示；合同矩阵的概念和性质；二次型的秩；惯性定理；二次型及其矩阵的正定性。

7. 概率与数理统计

随机事件与样本空间；事件的关系与运算；概率的基本性质；古典型概率；条件概率；概率的基本公式；事件的独立性；独立重复试验；随机变量；随机变量的分布函数；离散型随机变量的概率分布；连续型随机变量的概率密度；常见随机变量的分布；随机变量的数学期望、方差、标准差及其性质；随机变量函数的数学期望；矩、协方差、相关系数及其性质；总体；个体；简单随机样本；统计量；样本均值；样本方差和样本矩；$\chi^2$ 分布；$t$ 分布；$F$ 分布；点估计的概念；估计量与估计值；矩估计法；最大似然估计法；估计量的评选标准；区间估计的概念；单个正态总体的均值和方差的区间估计；两个正态总体的均值差和方差比的区间估计；显著性检验；单个正态总体的均值和方差的假设检验。

## 1.2 考点精讲及例题详解

### 1.2.1 空间解析几何

1. 向量代数

(1) 向量

1) 既有大小又有方向的量称为向量，向量常用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 表示，以 $A$ 为起点，$B$ 为终点的向量记作$\overrightarrow{AB}$，向量的大小叫向量的模，记作$|\boldsymbol{a}|$，$|\overrightarrow{AB}|$等。

2) 向量的坐标表示法

设 $\boldsymbol{a}$ 在 $x$，$y$，$z$ 轴的投影依次为 $a_x$、$a_y$、$a_z$，$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 依次为与 $x$、$y$、$z$ 轴正向一致的单位向量，则 $\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}$，记作 $\boldsymbol{a}=(a_x, a_y, a_z)$。

前者称为向量 $\boldsymbol{a}$ 按基本单位向量的分解式，后者称为向量 $\boldsymbol{a}$ 的坐标表示式。

$\boldsymbol{a}$ 的模及方向余弦分别为

$$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}，\cos\alpha=\frac{a_x}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}，\cos\beta=\frac{a_y}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}，\cos\gamma=\frac{a_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}。$$

设 $A(x_1, y_1, z_1)$，$B(x_2, y_2, z_2)$，则$\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1, y_2-y_1, z_2-z_1)$。

3) 几个特殊向量

单位向量：模为 1 的向量，即$|\boldsymbol{a}|=1$。

零向量：模为 0，方向可以任意的向量，记作 $\boldsymbol{0}$ 或 $\vec{0}$。

与 $\boldsymbol{a}$ 同方向的单位向量：$\boldsymbol{a}^0=\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}$ $(\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0})$。

(2) 向量的线性运算

设 $\boldsymbol{a}=(a_x, a_y, a_z)$，$\boldsymbol{b}=(b_x, b_y, b_z)$

1) 向量的加减法：$\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}=(a_x\pm b_x, a_y\pm b_y, a_z\pm b_z)$。

2）数乘：$\lambda\boldsymbol{a}=(\lambda a_x,\ \lambda a_y,\ \lambda a_z)$，其中 $\lambda$ 为数。

向量的加法满足交换律，结合律，数乘运算满足结合律和分配律。

（3）数量积、向量积、混合积

设 $\boldsymbol{a}=(a_x,\ a_y,\ a_z)$，$\boldsymbol{b}=(b_x,\ b_y,\ b_z)$，$\boldsymbol{c}=(c_x,\ c_y,\ c_z)$

1）数量积：两个向量的数量积是一个数，记作 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$，且有

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos(\boldsymbol{a},\hat{\ \boldsymbol{b}})=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$，其中$(\boldsymbol{a},\hat{\ \boldsymbol{b}})$表示向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角。

两向量的夹角余弦为：$\cos(\boldsymbol{a},\hat{\ \boldsymbol{b}})=\dfrac{|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\dfrac{|a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z|}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}\sqrt{b_x^2+b_y^2+b_z^2}}$

2）向量积：两个向量的向量积是一个向量，记作$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$，其大小$|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cdot\sin(\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{b})$，其方向垂直于 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$，且 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$ 成右手系，$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\a_x&a_y&a_z\\b_x&b_y&b_z\end{vmatrix}$

注意：$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{a}$。

3）混合积：混合积是一个数，记作 $[\boldsymbol{abc}]$，$[\boldsymbol{abc}]=(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\begin{vmatrix}a_x&a_y&a_z\\b_x&b_y&b_z\\c_x&c_y&c_z\end{vmatrix}$

注意：$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 共面的条件是 $[\boldsymbol{abc}]=0$。

4）两个向量垂直、平行的条件

$$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0\Leftrightarrow a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z=0$$

$$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\frac{a_x}{b_x}=\frac{a_y}{b_y}=\frac{a_z}{b_z}$$

**【例题 1-1】** 已知向量 $\boldsymbol{a}=(3,\ 2,\ -1)$，$\boldsymbol{b}=(1,\ -1,\ 2)$，计算：

（1）与 $\boldsymbol{a}$ 同向的单位向量，与 $\boldsymbol{b}$ 反向的单位向量；

（2）$(2\boldsymbol{a})\cdot(3\boldsymbol{b})$；

（3）$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$。

**解：**（1）$\boldsymbol{a}^0=\dfrac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}=\dfrac{1}{\sqrt{14}}(3,\ 2,\ -1)=\left(\dfrac{3}{\sqrt{14}},\ \dfrac{2}{\sqrt{14}},\ -\dfrac{1}{\sqrt{14}}\right)$

$-\boldsymbol{b}^0=-\dfrac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}=-\dfrac{1}{\sqrt{6}}(1,\ -1,\ 2)=\left(-\dfrac{1}{\sqrt{6}},\ \dfrac{1}{\sqrt{6}},\ -\dfrac{2}{\sqrt{6}}\right)$

（2）$(2\boldsymbol{a})\cdot(3\boldsymbol{b})=6\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=6[3\times1+2\times(-1)+(-1)\times2]=-6$

（3）$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\3&2&-1\\1&-1&2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}2&-1\\-1&2\end{vmatrix}\boldsymbol{i}-\begin{vmatrix}3&-1\\1&2\end{vmatrix}\boldsymbol{j}+\begin{vmatrix}3&2\\1&-1\end{vmatrix}\boldsymbol{k}=3\boldsymbol{i}-7\boldsymbol{j}-5\boldsymbol{k}$

$=(3,\ -7,\ -5)$

**【例题 1-2】** 已知 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\lambda\boldsymbol{k}$，$\boldsymbol{b}=4\boldsymbol{i}+\lambda\boldsymbol{j}+2\boldsymbol{k}$，若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 互相垂直，则 $\lambda=$（　　）。

**解：** $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1\times4+1\times\lambda+(-\lambda)\times2=4-\lambda$

因为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 垂直，所以 $4-\lambda=0$，故 $\lambda=4$。

**【例题 1-3】** 已知空间三点 $A(1,\ 1,\ 0)$，$B(-2,\ 1,\ 3)$，$C(2,\ -1,\ 2)$，求$\triangle ABC$

的面积。

**解:** $\overrightarrow{AB}=(-2-1,\ 1-1,\ 3-0)=(-3,\ 0,\ 3)$, $\overrightarrow{AC}=(2-1,\ -1-1,\ 2-0)=(1,\ -2,\ 2)$

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ -3 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix}=(6,\ 9,\ 6),\ |\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|=\sqrt{6^2+9^2+6^2}=3\sqrt{17}$$

由向量积的定义可知，$|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|$是以$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$为邻边的平行四边形的面积，

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|=\frac{3}{2}\sqrt{17}$

2. 平面

(1) 平面方程

1) 平面的点法式方程

垂直于平面的非零向量称为该平面的法向量。

过点 $M_0(x_0,\ y_0,\ z_0)$，以 $\boldsymbol{n}=(A,\ B,\ C)$为法向量的平面的点法式方程为：

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0 \tag{1-1}$$

注意：建立平面方程时，常建立点法式方程，而找出平面的法向量 $\boldsymbol{n}$ 是关键。

2) 平面的一般方程：

$$Ax+By+Cz+D=0 \tag{1-2}$$

其中 $\boldsymbol{n}=(A,\ B,\ C)$为平面的法向量，且 $A^2+B^2+C^2\neq0$。

3) 平面的截距式方程：$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}$，$a$，$b$，$c$ 依次为平面在 $x$，$y$，$z$ 轴上的截距。

(2) 平面与平面的位置关系

两个平面法向量的夹角(通常指锐角)叫做两平面的夹角。

设两平面方程为：

$\pi_1$:
$$A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 \tag{1-3}$$
$\pi_2$:
$$A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0 \tag{1-4}$$

则两平面夹角 $\theta$ 的余弦为：

$$\cos\theta=\frac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}} \tag{1-5}$$

两平面垂直的条件为：

$$\boldsymbol{n}_1\perp\boldsymbol{n}_2 \quad 或 \quad \boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2=0 \quad 或 \quad A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$$

两平面平行的条件为：

$$\boldsymbol{n}_1/\!/\boldsymbol{n}_2 \quad 或 \quad \boldsymbol{n}_1\times\boldsymbol{n}_2=\boldsymbol{0} \quad 或 \quad \frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}\neq\frac{D_1}{D_2}$$

(3) 点到平面的距离

若 $M(x_0,\ y_0,\ z_0)$为平面外一点，则点 $M$ 到平面的距离为：

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \tag{1-6}$$

**【例题 1-4】** 已知三点 $A(1,\ 0,\ -1)$，$B(1,\ -2,\ 0)$，$C(-1,\ 2,\ -1)$，求过这三

点的平面方程。

**解法一**：取 $n=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}=-2i-2j-4k=-2(1，1，2)$

由平面的点法式方程得 $1\cdot(x-1)+1\cdot(y-0)+2\cdot(z+1)=0$

即 $x+y+2z+1=0$

**解法二**：设所求平面方程为 $Ax+By+Cz+D=0$

将点 $A$，$B$，$C$ 分别代入方程得

$$\begin{cases} A-C+D=0 \\ A-2B+D=0 \\ -A+2B-C+D=0 \end{cases}$$

解得 $A=B=D$，$C=2D$

从而得所求平面方程为 $Dx+Dy+2Dz+D=0$，

显然 $D\neq0$，从而 $x+y+2z+1=0$。

**【例题 1-5】** 求过点 $M(4，-3，1)$且平行于平面 $3x-2y+7z+5=0$ 的平面方程。

**解**：取 $n=n_1=(3，-2，7)$

所求平面方程为 $3(x-4)-2(y+3)+7(z-1)=0$

即 $3x-2y+7z-25=0$

**【例题 1-6】** 求点$(2，1，1)$到平面 $x+y-z+1=0$ 的距离。

**解**：由点到直线的距离公式知

$$d=\frac{|1\times2+1\times1-1\times1+1|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\sqrt{3}$$

3. 空间直线

(1) 空间直线方程

1) 直线的对称式方程

平行于直线的非零向量称为该直线的方向向量。过点 $M_0(x_0，y_0，z_0)$以 $s=(m，n，p)$为方向向量的直线方程为：

$$\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p} \tag{1-7}$$

此式称为直线的对称式方程或点向式方程。

注意：建立直线方程时，常建立对称式方程，而找出直线的方向向量是关键。

2) 空间直线的一般方程

若空间直线 $L$ 由两个平面 $\pi_1$ 和 $\pi_2$ 的交线给出，设 $\pi_1$ 和 $\pi_2$ 的方程分别为：$A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ 和 $A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$，

则空间直线 $L$ 的一般方程为

$$\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 \\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0 \end{cases} \tag{1-8}$$

3) 空间直线的参数方程

设$\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}=t$，得到空间直线 $L$ 的参数方程：

$$\begin{cases} x=x_0+mt \\ y=y_0+nt \\ z=z_0+pt \end{cases} \tag{1-9}$$

（2）直线与直线的位置关系

两条直线方向向量的夹角（通常指锐角）叫做两直线的夹角。

设有两条直线 $L_1$ 和 $L_2$，$L_1$ 和 $L_2$ 的方向向量分别为 $\boldsymbol{s}_1=(m_1, n_1, p_1)$ 和 $\boldsymbol{s}_2=(m_2, n_2, p_2)$，则 $L_1$ 和 $L_2$ 的夹角余弦为：

$$\cos\theta=\frac{|m_1m_2+n_1n_2+p_1p_2|}{\sqrt{m_1^2+n_1^2+p_1^2}\sqrt{m_2^2+n_2^2+p_2^2}} \tag{1-10}$$

两条直线垂直的条件为：

$$\boldsymbol{s}_1\perp\boldsymbol{s}_2 \quad \text{或} \quad \boldsymbol{s}_1\cdot\boldsymbol{s}_2=\boldsymbol{0} \quad \text{或} \quad m_1m_2+n_1n_2+p_1p_2=0$$

两条直线平行的条件为：

$$\boldsymbol{s}_1/\!/\boldsymbol{s}_2 \text{ 或 } \boldsymbol{s}_1\times\boldsymbol{s}_2=\boldsymbol{0} \quad \text{或} \quad \frac{m_1}{m_2}=\frac{n_1}{n_2}=\frac{p_1}{p_2}$$

（3）直线与平面的位置关系

设直线 $L$ 的方程为$\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}$，平面 $\pi$ 的方程为 $Ax+By+Cz+D=0$，则直线 $L$ 和平面 $\pi$ 间夹角 $\varphi$ 的正弦为：

$$\sin\varphi=\frac{|Am+Bn+Cp|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\sqrt{m^2+n^2+p^2}}$$

直线与平面垂直的条件为：

$$\boldsymbol{s}/\!/\boldsymbol{n} \quad \text{或} \quad \boldsymbol{s}\times\boldsymbol{n}=\boldsymbol{0} \quad \text{或} \quad \frac{A}{m}=\frac{B}{n}=\frac{C}{p}$$

直线与平面平行的条件为：

$$\boldsymbol{s}\perp\boldsymbol{n} \quad \text{或} \quad \boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{n}=\boldsymbol{0} \quad \text{或} \quad Am+Bn+Cp=0$$

（4）点到直线的距离

若直线方程为$\frac{x-x_1}{m}=\frac{y-y_1}{n}=\frac{z-z_1}{p}$，$M_0(x_0, y_0, z_0)$，是直线外一点，则点 $M_0$ 到直线的距离为 $d=\frac{|\overrightarrow{M_1M_0}\times\boldsymbol{s}|}{|\boldsymbol{s}|}$，其中 $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 为直线上任意一点，$\boldsymbol{s}=(m, n, p)$。

**【例题 1-7】** 设直线过空间点 $M_1(1, 2, 3)$ 及点 $M_2(4, 6, 8)$，写出该直线的对称式方程及参数方程。

**解：** 取 $\boldsymbol{s}=\overrightarrow{M_1M_2}=(4\text{-}1, 6\text{-}2, 8\text{-}3)=(3, 4, 5)$，

直线的对称式方程为$\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{4}=\frac{z-3}{5}$，其参数方程为$\begin{cases} x=1+3t, \\ y=2+4t, \\ z=3+5t。\end{cases}$

**【例题 1-8】** 求过点 $P(3, 0, 1)$ 和直线$\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{5}=\frac{z-3}{-1}$的平面方程。

**解：** 已知直线的方向向量为：$\boldsymbol{s}=(2, 5, -1)$，所求平面过点 $M(-1, 1, 3)$ 和 $P(3, 0, 1)$，