

SHIJIE ZHUMING SHULUN
JINGDIAN ZHUZUO GOUCHEN

世界著名数论 经典著作钩沉

算 术 卷

《世界著名数论经典著作钩沉》编写组 编



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

世界著名数论经典著作钩沉

世界著名数论经典著作钩沉

算术卷

《世界著名数论经典著作钩沉》编写组 编



0156
B064



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容提要

本书系根据苏联国立技术理论书籍出版社(Гостехиздат)出版的亚历山德罗夫(П. С. Александров)、马库雪维奇(А. И. Маркушевич)和辛钦(А. Я. Хинчин)主编的《初等数学全书》(Энциклопедия элементарной математики)第一卷巴什玛科娃(И. Г. Башмакова),尤什凯维奇(А. П. Юшкевич),普罗斯库李亚柯夫(И. В. Проскуряков),辛钦(А. Я. Хинчин)和布拉吉斯(В. М. Брадис)合著的《算术》(Арифметика)1951年版译出的。

本书包括两篇文章:《记数制度溯源》及《集合、群、环和体的概念·算术的理论基础》。在第一篇内,作者用辩证唯物的观点,引用丰富的材料,讨论了人类在各个不同发展时期,记数制度的起源及其衍变的情况,并有力地批驳了资产阶级唯心主义者所散布的数学基本概念是先验的这一荒谬论断。第二篇,著者以新颖的论述方法讲述了近代数学中最一般的概念:集合、群、体等,并利用他们讨论了自然数、整数、有理数、实数、复数、四元数的构造及其性质。

本书可作为中学教师,教育学院与师范学院数学物理系学生的参考读物,也可供一般大学数学系学生参考之用。

图书在版编目(CIP)数据

世界著名数论经典著作钩沉. 算术卷/《世界著名数论经典著作钩沉》编写组编. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2012.1

ISBN 978-7-5603-3412-7

I. ①世… II. ①世… III. ①数论②算术 IV.

①O156②O121

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 223913 号

策划编辑 刘培杰 张永芹

责任编辑 李广鑫

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451—86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨市石桥印务有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 15 字数 270 千字

版 次 2012 年 1 月第 1 版 2012 年 1 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5603-3412-7

定 价 28.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

前

言

这套《初等数学全书》(以下简称《全书》)是由苏俄教育科学院编辑的,其目的在于供中学教师、教育学院和师范学院物理数学系的学生参考之用。它的任务是要把中学各种数学科目的理论基础给以系统的论述。因此,这套书将具有如下特点:首先,它不能作为初学者的读物,它只供已经研习过初等数学而且也成为或准备成为初等数学教师的人来采用。它在编排次序以及论述方法上是和中学数学书不同的,因为在编排次序和论述方法上,中学教科书通常总要照顾学生的年龄特征和中学校普通教育的目的,而这些理由对于中学教师、物理数学系学生这些专业读者则可以不管。我们这套书的整个逻辑体系是:有系统地,并尽可能简单而易于接受地论述构成中学数学的那些问题,同时也阐述不在中学数学中直接出现的那些内容,因为它们对于正确而自觉地理解中学数学不仅是必要的,而且还揭示出中学数学教程在内容和方法上更进一步发展的远景。

这套书计划分七卷出版,每卷的篇幅大约在 350 页至 450 页之间。虽然这七卷书以及它们的各篇都是在一个总的计划下编制的,但是也可依照惯例把它们彼此独立地加以利用。不但如此,而且这七卷书的各篇在很大程度上也可以单独地进行阅读。同时,在各卷书的一些个别论文中也出现援引《全书》其他论文内容的情形^①。以下就是本全书的总的计划:

第一卷 算术

记数制度溯源。集合、群、环、体概念;算术的理论基础。数论的基本原理。口算和笔算,计算的辅助工具。

^① 所援引的论文内容要是在同卷书内,则指出相应的页数;当援引其他卷书内论文内容时,则除指明“参考初等数学全书”字样外,并注明该论文所在卷数以及该文的名称。

第二卷 代数

向量空间与线性变换。多项式环与有理函数体,方程的数值解法及图解法。

第三卷 分析学

函数与极限;有理函数、幂函数、指数函数及对数函数;三角函数及反三角函数;微分学与积分学的基本原理。复变数的初等函数。

第四卷 几何(上册)

拓扑概念。几何学基础。非欧几何概念。解析几何与投影几何的基本原理。几何变换。面积、长度、体积及曲面的度量。

第五卷 几何(下册)

多角形与多面体。圆与球。几何学在测地学及天文学上的应用。著名的曲线及曲面。论结构问题。几何图形的做法。

第六章 杂题

组合。概率论及数理统计的基本原理。著名的数学问题。数学上的奇谈与诡辩。数学娱乐与数学博弈。

第七卷 数学方法论与数学史

数学及其在其他科学中的地位,数学的主要发展阶段,数学的方法与问题。数学史简述。苏联的数学。

附录 术语辞汇。

第一卷书是以巴什玛科娃和尤什凯维奇合写的论文来开始的,它专从文化史观点讲述记数制度及数字的起源问题。

其次的一篇内容极其丰富的论文是普罗斯库李亚柯夫写的,它所论述的问题在于算术的理论基础。在论文的头两章,考虑了数学上的一些十分一般的概念,这些概念的价值不仅远远超出了算术的范围,而且在本卷书或其他各卷书中不止一次地用到它们。这就是集合、群、环、体诸概念。

在本篇论文中,自然数理论的公理系统的论述占据着主要的地位;这是全部算术的基础。然后,在自然数理论的基础上,依次扩展出整数的、有理数的、实数的最后以至于复数的理论。著者也介绍了数的概念的更进一步的推广(超越复数)。在本全书中,这篇论文的全部内容要算是最为困难最为抽象的了;在这里,它的困难性质完全是由它所论述的内容本身决定的。在开始对算术的逻辑基础问题不感兴趣的读者,他可以 not 读这篇论文,而按照需要的程度,在本篇论文的头两章去找寻他所需要的东西。

阿·雅·辛钦的论文阐述了数论的最基本而重要的问题。在这里处理了与整除理论有关的问题,特别是,对于连分数理论及用有理数逼近无理数的问题有着详细的论述。

最后,布拉吉斯的论文是用来专讲以下问题的:数的化整法,近似计算法则,误差的计算以及包括对数尺在内的计算的辅助工具。

如下的知识应该是本全书第一卷的极其重要的补充:数的概念的历史发展阶段;自然数概念在悠久的历史时期中逐渐形成的过程;分数概念的发展;正实数理论的最早雏形(正实数的雏形在古希腊时代的《欧几里得原理》一书中就已经形成了);与方程理论关联着的负数和复数概念的发展,以及这些概念在后来与解析几何和分析学的关系。所有这一切知识,我们在个别的论文中将不介绍;它们都包含在本全书最后一卷内数学史综述那篇论文中。

编 者

获得 2010 年菲尔兹奖的以色列数学家 Elon Lindenstrauss 在谈到学习数学的途径时说：“遗憾的是那么多好书已经绝版。对学术界以一个合理的价格提供书籍，这是出版业的责任。”

这是一本极有价值的好书，现在孔夫子网可以买到，但价格很高，所以我们做出版的有责任提供一个新的价格适中的版本。

要说明其价值先来介绍一下赫赫大名的三位主编。

第一位：

П·С·亚历山德罗夫(Александров, Павел Сергеевич, 1896. 5. 7—1982. 11. 16) 苏联数学家，生于俄罗斯的博戈罗德斯科(Богородск, 现在莫斯科州的诺金斯克(Ногинск))。1917 年毕业于莫斯科大学。1921 年起在莫斯科大学工作，1929 年晋升为教授。1932~1964 年任莫斯科数学会主席。1953 年被选为苏联科学院院士。П·С·亚历山德罗夫是现代拓扑学的奠基者之一。他的科学贡献开始于集合论和函数论，后转向拓扑学。他和乌雷松共同创立并发展了紧与列紧空间理论，引入了一系列基本概念和拓扑结构，建立了本质映射定理和同调维数论，并由此导出了一系列对偶性原理的基本规律。例如，他们得到的定理和性质有：任何一个一般拓扑空间都与一个简单的几何图形——多面体相近似；图形与集体的拓扑性质与其余集的拓扑性质有关；等。著作有《组合拓扑学》(Комбинаторная топология, 1947)、《群论导引》(Введение в теорию групп, 1951)、《非欧几何是什么?》(Что такое неевклидова геометрия, 1950)、《集与函数的泛论初阶》(Введение

в общую теорию множеств и функций, 1948; 有中译本, 上、下册, 1954~1955, 商务印书馆)、《拓扑对偶定理(第一部分: 闭集)》(Топологические теоремы двойственности(часть первая: замкнутые множества), 中译本, 科学出版社, 1959)等。他早年与霍普夫合著的《拓扑学》(Topologie, 1935, 原文为德文, 有多国译本)流传很广。

第二位:

马库雪维奇(Маркушевич, Алексей Иванович, 1908. 4. 2—1979. 6. 7) 苏联数学家和教育家。生于彼得罗扎沃次克(Петрозаводск)。1930年毕业于中亚西亚大学。1934年毕业于莫斯科大学研究班。1935年起在莫斯科大学任教。1944年获物理数学博士学位。1950年成为教授, 同年被选为俄罗斯联邦教育科学院院士, 1964~1975年任苏联教育科学院副院长。马库雪维奇对函数逼近论、内插法和完备性等方面的研究使泛函分析的方法特别是线性空间理论广泛应用于解析函数论。他在这方面的专著《解析函数论》(Теория аналитических, Функций, 有中译本, 高等教育出版社, 1957)和《解析函数论简明教程》(Краткий курс теории аналитических функций, 有中译本, 高等教育出版社, 1959)流传很广。他为了提高中学数学教师的专业水平和改进苏联中学数学教育现状进行了长期的不懈的努力。他长期领导苏联科学院中学教材委员会的工作, 并亲自起草中学数学教学大纲, 编写新的教科书及中学生课外读物。(本工作室正在筹划出版他写的小册子《整函数》)

第三位:

辛钦(Хинчин, Александр Яковлевич, 1894. 7. 19—1959. 11. 18) 苏联数学家、教育家。生于康德罗沃(Кондрово, 现在的卡卢加州(Калужская обл.)内)。1916年毕业于莫斯科大学并留校从事教学工作。1919年成为教授。1922~1927年在莫斯科大学数学力学研究所工作。1932~1934年任该所所长。1935年获得物理数学博士学位。1939年被选为苏联科学院通讯院士, 同年调到该院斯捷克洛夫数学研究所工作。1944年被选为俄罗斯联邦教育科学院院士。辛钦是苏联概率论学派的创始人之一。在极限定理方面他取得了重要的结果: 发现了重对数规律(закон повторного логарифма), 给出了平稳随机过程的定义并奠定了它的理论基础。他还把概率论的方法广泛地应用于统计物理学, 并研究了质量管理中的数学方法。在分析数学中, 辛钦引进渐近导数的概念, 推广了当儒瓦积分, 研究可测函数的结构, 并把函数的度量理论应用于数论和概率论中。在数论方面, 他取得了一系列重要的结果, 特别是对丢番图近似理论的研究尤为突出。在连分数的度量理论中, 建立了许多新的原理。辛钦共发表150多种关于数学和数学史的论著。他的许多著作都涉及数学的哲学问题, 还对高等和中等学校的教育改革作出了贡献。他的主要著作有《数学分析简明教

程》(Краткий курс математического анализа,有中译本,上、下册,高等教育出版社,1954)、《连分数》(Цепные Дроби,有中译本,上海科技出版社,1965)、《费马定理》(Торема Ферма,数论的三颗明珠)(Три жемчужины теории чисел,有中译本,上海科学技术出版社,1984),已有读者提议让我工作室再版。《公用事业理论的数学方法》(Математические Методы теории массового обслуживания,有中译本,科学出版社。1958)等。

再来介绍一下本书的三位作者。

第一位:

巴什玛科娃(Бащмакова, Изабелла Григорьевна, 1921—), 苏联人。1921年3月1日出生于(顿河畔)罗斯托夫。1944年毕业于莫斯科大学。从那时起一直在该大学执教。1961年获数学物理学博士学位。1962年任教授。1968年成为国际科学史研究院通讯院士。巴什玛科娃主要研究古代数学史和苏联数学史。

这是一位女士,在我国现在搞数学史的女士渐增。早期似乎只有杜瑞芝一人,现在田森(著有《中国数学的西化历程》,山东教育出版社,2005)、王幼军(著有《拉普拉斯概率理论的历史研究》,上海交通大学出版社,2007)等都很活跃。

中国数学史界向来只注重中国古代史的研究。当然一个原因是前有李俨、钱宝琮两位大家开创。后有吴文俊这样的当代大家继承,另一个原因是曲安京所言学术范式的建立问题。搞外国数学史语言及资料两座大山横在面前,翻越者无几。

第二位:

尤什凯维奇(Юшкевич, Адольф Павлович, 1906. 7. 5—) 苏联数学史家。生于敖德萨(Одесса)。1929年毕业于莫斯科大学。1930~1952年在莫斯科高等技术学校工作。1945年以后在苏联科学院自然科学与技术史研究所和莫斯科大学工作。1940年获物理数学博士学位,同年成为教授。1960年被选为国际科学史研究院院士。1965~1968年任该院长。尤什凯维奇多年来从事数学史的研究,取得了巨大的成就。共发表200多种数学史的论著。其中,《中世纪数学史》(История математики в средние века, 1961)和《1917年前的俄国数学史》(История математики в России до 1917 года, 1968)在国内外享有盛名。他还主编了《从古代到19世纪初期的数学史》(История математики с древнейших времен до начала XIX столетия, 1970~1972)教材和4卷集的本国数学史教材。1948年以后,他和雷布金(Г. Х. Рыбкин)共同主编了《数学史研究》(Историко—математические исследования)论文集。这种论文集不仅在苏联国内,而且在国际上也是数学史方面最好的出版物之一。雷布金去世后,他担任《数学史研究》的责任编辑(从第18卷开始)。尤什凯维奇的许多著作被

译为其他国家文字。他的《数学史》(История математика 原文是《三十年来的苏联数学》(Математика В СССР За тридцать лет)一书中之一部分)被译成中文。

我们说完人再说事,前苏联数学教学的成功首先得益于它有一个好的大纲。

“1918年的数学教学大纲上是这样写的:数学课程的建立不仅要考虑到将来有兴趣成为数学家,成为技术人员、化学家和统计学家等的学生基础,而且还要考虑到人文教育体系所缺少的环节,以便从更广的意义上理解只有数学才能给出的最小、最少的内容。”于是,学习自然科学和数学课程就是正确形成学生完整个性所必需的。这个目的只有在有足够的时间学习自然科学和数学课程,了解所学习学科的概念,同时为了掌握它们必须要解决足够数量的习题,还要证明数学里的定理的情形下才能达到。

其次是形成了一个好的体系。

苏联缓慢但并不痛苦地形成了后来被称为苏联的数学教育体系。说它缓慢,是因为苏联的数学教育改革始于20世纪30年代,一直到了20世纪50年代初,苏联的数学教育体系,在持续20多年之久的历程中,在积累了丰富与宝贵经验的基础上,才逐步发展成熟完善起来。下面我们简要介绍一下这个至今被许多俄罗斯数学家与数学教师称道的体系所具有的特色。

先说中小学数学教学的内容:基谢廖夫编写的教科书在20世纪70年代以前,一直在苏联的中小学校中使用。这让一些“数学家感到惊奇:苏联的中小學生还在按沙皇时期基谢廖夫所写的教科书学习数学……令人惊讶的是,国家改变了制度,而数学教科书仍旧是从前的”。这件事说明,“无论是中小学还是大学的数学教育进化都是非常缓慢的,苏联人小心地保持着数学教育中最好的传统特征。”

苏联属于中央集权制国家,其课程模式是有统一的教学计划、统一的教学大纲和统一的教科书。当然,无论是教学计划,还是教学大纲、教科书都会不断修订,逐步完善,以适应社会发展对教育所提出的新要求。例如,义务教育学制变革时,要求“去除不适时的内容增加社会生产部门迫切需要的知识;删减基础理论而充实数学应用的素材;降低专业性技能和技巧的难度而强化运算技能和其他实践能力的训练”。这些教学计划、教学大纲和教科书被认为是苏联教育的宝贵财富。其中,数学教育中最好的传统特征,首先要说的是中小学数学教学大纲的内容。这被当代俄罗斯数学教育家沙雷金(И. Ф. Шарыгин, 1937—2004)称为“俄罗斯数学教育的三头鲸(Три кита Российского математического образования)”,他认为“俄罗斯中小学数学中总是占据着三头鲸(Российская школьная математика всегда стояла на трех китах):算术(计算),文字应用题

(算术的和代数的),几何”。

再谈苏联数学教育重要的传统特征:证明的原则。

俄罗斯人是酷爱思考的理想者,经常痛苦地探索问题“为什么”的答案是俄罗斯人的一般特征。这一点也反映在传统苏联的数学教科书中。我们可以非常清晰地看到苏联时期的数学教科书对证明的关注。没有一个不证明的命题,没有一个无理由的公式。在数学教科书中不仅发现了定理而且证明了定理。整个数学科学和数学文化就是建立在证明基础上的,这一特征使得苏联时期的数学科学和数学教育就已达到非常高的水平,成就了苏联实现卫星上天和科学技术的迅速发展。

回顾一下,前苏联数学教育的历史。对充分理解本书的产生是有好处的。

俄罗斯在接受东正教(公元988年)之前,基本以家庭教育为主,培养农工、手工匠、武士和术士。公元9世纪下半叶,来自保加利亚的传教士基里尔兄弟在希腊字母基础上创制斯拉夫字母,开始翻译希腊文《圣经》和其他宗教书籍。从公元988年到13世纪中叶,俄罗斯基本上创立了初等教育,政府与教会兴办了各类学校。此后,由于蒙古鞑靼人的入侵,教育活动几近中断。

俄罗斯的文化是在东、西方的思想影响下发展起来的,它来源于非常有才干的两个世界——西方和东方,就像婴儿一样,俄罗斯文化就是东西方混血的儿童。俄罗斯的数学教育作为俄罗斯文化的一部分,也带有东西方数学教育的混合色彩。

俄罗斯国家教育体制的产生较之欧洲是很晚的事了。直到18世纪前,政权组织和寺院成为俄罗斯的文化中心。到1701年,彼得一世理解了教育是富国强国之根本。1714年彼得一世下令设立新式学校,例如按照他的命令莫斯科建立了数学与航海科学学校。17世纪下半叶,俄罗斯还创办了一批希腊-拉丁文学校。1724年,俄罗斯科学院成立。1755年,第一所俄罗斯大学在莫斯科成立。总地来说,18世纪到19世纪中期,俄罗斯基本上建立了欧式教育体系。但是,在18世纪,居民所受的中等水平教育并不高。

彼得一世促使教育的力量得到了真正强有力的体现。这一点也可以从数学教育的历史中得到体现。俄罗斯数学教育历史中值得关注的事件是从1701年开始的。数学与航海科学学校的教师玛格尼茨基(Л. Ф. Магницкий)成为俄罗斯第一个数学教师,他也是俄罗斯第一本《算术》教科书的作者。《算术》这本教科书是由彼得一世于1703年亲自批准出版的,其内容包括算术、代数、几何和三角的初步知识,“整个叙述具有一定的实用倾向,有助于培养航海家和商人”“是为官吏,即正统的俄罗斯人,而不是为外国人培养智力”所编写的。

随后,布谢(Ф. И. Буссе)编写了《算术教学指南》(1830)和《算术习题汇编》(1832),以及《文科中学几何教学指南》(1844)。世界著名数学家、非欧几何学

的创立者、多年担任喀山大学校长的罗巴切夫斯基(Н. И. Лобачевский, 1792—1855)撰写的《几何学原理》(1829~1830)和《代数学或有限计算》(1834)等都被用做数学教科书。

从1933年2月12日发表《关于中小学教科书的决定》起,为解决学校缺乏符合科学要求、相对稳定的标准教科书问题,保证从1934年起,实施普及七年制义务教育,国家开始集中建设中小学的教科书,其中包括数学教科书。虽然后来的卫国战争给普通教育和义务教育的发展带来了极大的困难,直到1952年苏联才在全国范围内完成了普及七年制义务教育的任务。但是,这期间苏联在中小学数学教科书建设方面还是取得了丰硕的成果。

最显著的是数学教师、数学教育家基谢廖夫(А. П. Киселев, 1852—1940)编写的《算术》教科书,到1955年已再版了17版;《代数》教科书(两册,第一册到1955年已出29版,第二册到1955年已出42版)、《几何》教科书(两册,第一册到1962年已出21版,第二册到1970年已出31版),这套教科书在苏联沿用了近50年,影响深远。

雷布金(Н. А. Рыбкин)编写了《三角》教科书。数学教学法专家别列赞斯卡娅(Е. С. Березанская, 1891—1969)编著了《算术习题练习集》(1933~1953年已出20版)、《算术教学法》(1934),绍霍尔-托洛茨基(С. И. Шохор-Троцкий, 1853—1923)编写了《算术教学法》(1935)。

在20世纪40年代,辛钦等苏联著名数学家也参加了学校数学教科书的编辑和修订工作。佩列皮奥尔金(Д. И. Перепёлкин, 1900—1954)编写了《初等几何教程》(两册,1948~1949),普乔柯(А. С. Пчёлко)和波利亚克(Г. Б. Поляк)编写了《小学算术》(1954),舍夫钦科(Н. И. Шевченко)编写了《算术》(四、五年级用,1954)。

拉里切夫(ПАЛаричев, 1892—1963)编著了《代数习题集》(两册,供七年制学校和中学使用,1948~1949年初版,至1971年出了23版),别列赞斯卡娅与其他人合编了《代数习题练习集》(1949)、《三角习题练习集》(1951)、《几何习题练习集》(1959),贡恰罗夫(В. Л. Гончаров, 1896—1955)编写了《代数》(教师用书,两册,1949~1950),布拉迪斯(В. М. Бладис, 1890—1975)编写了《中学数学教学法》(1954),切特韦鲁欣(Н. Ф. Четверухин, 1891—1974)编写了《几何作图的方法》(1938, 1952),普乔柯编写了《小学算术讲授法》(1953)等等。以上述数学教科书体系为主要成就的苏联独具特色的数学教育体系,至今仍被俄罗斯的数学教育家所称道。

此书系苏俄教育科学院初等数学全书之一册,定名为算术卷。国人对算术一词颇有不敬。认为它是小孩子学的把戏,登不了大雅之堂。在武汉大学胡迪鹤教授写的一篇纪念许宝騄先生的文章《纪念先师许宝騄诞辰一百周年》(载

于许宝騄先生纪念文集编委会编《道德文章垂范人间》。北京:北京大学出版社,2010:373)中,提到了一件轶事:一次许先生到亲戚家做客,有人介绍说他在清华大学学“算术”,许先生当即严词纠正,不是算术,是数学。晚清北京京师大学堂有“算术门”,现在是“数学系”。

10年前在大连,现任哈工大深圳研究生院副院长的韩喜双博士问笔者“算术和代数有什么区别”。笔者的回答是“有字母的是代数,没字母的是算术”,不知读者是否认同。从难易程度上讲算术不一定就简单,代数不一定就难,日本有算术竞赛,试题超难。当然,数学中算术还有另外的含义,如代数几何中的算术代数,就是一个很难的分支,只有像沙法列维奇、法尔廷斯、志村五郎这样的顶尖高手才有资格谈论,不在我们议论之列。

中国曾经全面学习苏联,取得了数学上的长足进步,今天重提往事仍有现实意义。

与西方国家相当并且在某些方面甚至高于西方的俄罗斯教育水平,既是苏联时代留给俄罗斯的宝贵遗产,也是俄罗斯重振雄风的必要条件。2001年9月1日,时任总理卡西亚诺夫在就教育改革问题发表讲话时,指出“苏联时代的教育体制虽然存在一些问题,但总体上是一个不错的体制。政府将对其进行一些必要的调整,以适应时代的要求”。美国研究现代化问题的著名学者西里尔·E·布莱克认为:“在知识与教育方面,日本和苏联在近几十年中具有最现代化国家的一般特征。”

英国著名比较教育家埃德蒙·金(Edmund J. King)在其比较教育名著《别国的学校和我们的学校——今日比较教育》一书中说:“苏联教育的成就不仅是非凡的,而且已经超过了自由世界和西方的成就——而这,不过花了30年左右的时间。”(注:埃德蒙·金此处所说的30年大致指20世纪40年代中期至70年代中期。)

姜伯驹院士在华南师大数学学院同研究生谈“新课标”时指出:

历史经验已经证明了忽视吸收,继承间接经验,片面强调创新,容易孽生虚妄。

让我们回归传统,重温经典,以清时弊,打好基础。

刘培杰

2011年10月1日于哈工大

注:本文引用了朱文芳的《俄罗斯数学教育的最新进展》一书的某些资料,特此鸣谢!

记数制度溯源

(И·Г·巴什玛科娃和 А·П·尤什凯维奇)

引 论 //1

- § 1 计算的最初发展阶段 // 6
- § 2 非进位记数法 // 16
- § 3 字母数系 // 19
- § 4 进位制记数制度 // 27
- § 5 记数的进位原则在西欧及俄国的传播 // 37
- § 6 分数 // 44

结 论 //58

集合、群、环和体的概念·算术的理论基础

(И·В·普罗斯库李亚柯夫)

引 论 //63

第 1 章 集合 //66

- § 1 集合概念 // 66
- § 2 集合的运算 // 68
- § 3 函数·映象·势 // 69
- § 4 有限集合与无限集合 // 73
- § 5 有序集合 // 79

第 2 章 群、环、体 //83

- § 6 群 // 83

- § 7 环 // 90
- § 8 体 // 94
- § 9 数学公理的构造·同构 // 100
- § 10 有序环和有序体 // 104

第 3 章 自然数 // 111

- § 11 自然数的公理 // 111
- § 12 加法 // 113
- § 13 乘法 // 117
- § 14 顺序 // 120
- § 15 归纳定义·多个数的和与积 // 123
- § 16 减法和除法 // 127
- § 17 关于自然数的公理体系的附注 // 129

第 4 章 整数环 // 133

- § 18 算术和代数中的扩张原则 // 133
- § 19 等价关系与集合的分类 // 135
- § 20 整数环的定义 // 136
- § 21 整数的性质 // 143

第 5 章 有理数体 // 146

- § 22 有理数体的定义 // 146
- § 23 有理数的性质 // 152

第 6 章 实数体 // 160

- § 24 完全体与连续体 // 160
- § 25 实数体的定义 // 173
- § 26 实数的性质 // 183
- § 27 实数的公理化定义 // 190

第 7 章 复数体 // 194

- § 28 复数体的定义 // 194
- § 29 复数的性质 // 199
- § 30 超复数·四元数 // 206

编辑手记 // 217

记数制度溯源

И·Г·巴什玛柯娃 著
А·П·尤什凯维奇

